

คู่มือตัดตัวเลือก

คณิตศาสตร์ GMAT และ MBA

- △ ข้อสอบ GMAT, MBA มากกว่า 300 ข้อ
- △ คณิตศาสตร์ทั่วไปและการใช้เหตุผล
- △ เทคนิคการตัดตัวเลือกแบบต่าง ๆ
- △ เพิ่มความเร็วในการหาคำตอบ
- △ เพิ่มคะแนนสอบให้มากขึ้น

คณิตศาสตร์ปรนัย เล่มที่ 13

ISBN 974-7101-43-2

รองศาสตราจารย์ ดำรงค์ ทิพย์โยธา

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รองศาสตราจารย์ ดำรงค์ ทิพย์โยธา

การศึกษา

วท.บ. (คณิตศาสตร์) จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วท.ม. (คณิตศาสตร์) จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

งานที่ทำ

รองศาสตราจารย์ ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อาจารย์สอนเสริมมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2526 - 2539)

ผลงานตำรา

- พีชคณิตเชิงเส้น (2539)
- พีชคณิตระดับอุดมศึกษา (2537)
- ภาษาเบสิก (2531)
- คณิตศาสตร์ขั้นสูง (2538)
- ระเบียบวิธีการคำนวณตัวกำหนดและเมตริกซ์ (2537)
- คู่มือโปรแกรมสำเร็จรูป LINDO (2538)
- คณิตศาสตร์ปริยาย เล่มที่ 1 - 13 (2537 - 2540)

คณิตศาสตร์ปรนัย เล่มที่ 13

คู่มือตัดตัวเลือก

คณิตศาสตร์ GMAT และ MBA

รองศาสตราจารย์ ดำรงค์ ทัพยโสธา
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ดำรงค ติพย์โยธา

คณิตศาสตร์ปริญ (เล่มที่ 13) / ดำรงค ติพย์โยธา

1. คู่มือตัดตัวเลือกคณิตศาสตร์ GMAT และ MBA

ISBN 974-7101-43-2

สงวนลิขสิทธิ์

พิมพ์ครั้งที่ 1 จำนวน 3000 เล่ม พ.ศ. 2539

จัดจำหน่ายโดย ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

โทร. 2183980, 2187000 โทรสาร 2554441

พิมพ์ที่โรงพิมพ์ พิทักษ์การพิมพ์

โทร. 4112765

คำนำ

ข้อสอบคณิตศาสตร์ที่มีในการสอบ GMAT และ MBA มีทั้งส่วนของข้อสอบ คณิตศาสตร์ทั่วไป(Problem Solving) และ ข้อสอบการใช้เหตุผล(Data sufficiency) การทำข้อสอบในส่วนของคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คะแนนมากขึ้นนอกจากต้องมีความรู้ในการแก้ปัญหาแล้วยังต้องมีความรวดเร็วในการคิดหาคำตอบอีกด้วย เทคนิคการหาคำตอบอย่างรวดเร็วด้วยวิธีการตัดตัวเลือกที่นำมารวบรวมไว้ในหนังสือ คณิตศาสตร์ปรนัยเล่มที่ 13 นี้จะช่วยให้ผู้เข้าสอบทุกท่านสามารถเพิ่มความรวดเร็วในการหาคำตอบที่ถูกต้องให้เร็วยิ่งขึ้น

ในหนังสือ คณิตศาสตร์ปรนัย เล่มที่ 13 ได้จำแนกหลักการตัดตัวเลือกในรูปแบบต่างๆให้เหมาะสมกับข้อสอบ GMAT และ MBA ทั้งข้อสอบต่างประเทศและข้อสอบเรียนต่อภายในประเทศ นอกจากนั้นยังมีข้อสอบ คณิตศาสตร์ทั่วไป และ ข้อสอบการใช้เหตุผล ให้ฝึกหัดเพื่อเสริมประสบการณ์ในการใช้เทคนิคการตัดตัวเลือกอีกเป็นจำนวนมาก

พบกันใหม่สำหรับ GMAT และ MBA เล่มต่อไป

สวัสดิศุกรับ

ดำรงค์ ทิพย์โยธา

สารบัญ

	หน้า
บทนำ	1
1. โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตร	23
2. นำค่าตัวเลือกมาแทนค่าในโจทย์	49
3. ยกตัวอย่างให้สอดคล้องกับโจทย์และตัวเลือก	61
4. ปัญหาเกี่ยวกับเปอร์เซ็นต์	71
5. อัตราส่วนเท่ากับเท่าใด	81
6. ปัญหาเกี่ยวกับอสมการ	93
7. ปัญหาเกี่ยวกับรากของสมการ	103
8. เรขาคณิต	111
9. การประมาณค่าตัวเลข	127
12 ข้อสอบคณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 1.	137
ข้อสอบคณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 2.	155
ข้อสอบคณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 3.	172
ข้อสอบคณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 4.	191
ข้อสอบคณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 5.	206
ข้อสอบคณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 6.	227
ข้อสอบคณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 7.	247
ข้อสอบคณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 8.	265
10. การใช้เหตุผล เพียงพอหรือไม่พอเพียง	281
ข้อสอบการใช้เหตุผล ฉบับที่ 1.	293
ข้อสอบการใช้เหตุผล ฉบับที่ 2.	316
ข้อสอบการใช้เหตุผล ฉบับที่ 3.	337
ข้อสอบการใช้เหตุผล ฉบับที่ 4.	361

บทนำ

การตัดตัวเลือกข้อสอบคณิตศาสตร์

GMAT และ MBA

ข้อสอบ GMAT และ MBA ที่เป็นส่วนของคณิตศาสตร์โดยตรงคือ

- Problem Solving (คณิตศาสตร์ทั่วไป)

- Data Sufficiency (การใช้เหตุผล)

เนื้อหาที่ออกข้อสอบเช่น เซต ระบบจำนวน อัตราส่วน สัดส่วน เปอร์เซนต์ พื้นที่ ปริมาตร เรขาคณิต ฯลฯ ปัญหาที่เกิดขึ้นกับผู้เข้าสอบคือทำข้อสอบไม่ทันเพราะว่าเวลาที่ใช้ในการทำโจทย์แต่ละข้อประมาณ 1 นาทีต่อข้อ

ความรู้ที่ได้จากหนังสือเล่มนี้จะช่วยหาวิธีทำข้อสอบหลายรูปแบบให้ได้คำตอบเร็วที่สุดโดยใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์เบื้องต้นเช่น การแทนค่า การเปรียบเทียบค่าบวกกับลบ การประมาณค่า ฯลฯ ที่ผู้เข้าสอบ GMAT และ MBA ทุกท่านมักจะพร้อมอยู่แล้ว ประกอบกับหลักการตัดตัวเลือกที่เหมาะสมช่วยในการหาคำตอบที่ถูกต้องซึ่งอาจเป็นการตัดตัวเลือกทิ้งหรืออาจเลือกคำตอบที่ต้องการได้เลย

ตัวอย่างที่จะนำมาเสนอในส่วนของบทนำนี้จะเป็นการยืนยันได้ว่าการใช้เหตุผลและความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสมกับ ปัญหาในขณะนั้นจะได้คำตอบเร็วที่สุดโดยยังไม่ต้องลงมือคิดอย่างจริงจังตามหลักสูตรของเนื้อหาในโจทย์ข้อนั้น

ตัวอย่าง 1. ค่าของ $[27^{\frac{2}{3}} \times 81^{-\frac{1}{4}} + 9^{\frac{1}{2}}]^n$ เท่ากับเท่าใด

1. 27 2. 9 3. 3
4. 1 5. 0

ตอบ 4.

แนวคิด โจทย์เป็นสูตรในพจน์ของ n ดังนั้นแทนค่า $n = 0$ ก็จะได้คำตอบ เพราะตัวเลขยกกำลัง 0 มีค่าเท่ากับ 1 เสมอ

เพราะฉะนั้น $[27^{\frac{2}{3}} \times 81^{-\frac{1}{4}} + 9^{\frac{1}{2}}]^0 = 1$ แน่แน่นอน

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 5. ทิ้งได้

ลองมาเปรียบเทียบกับวิธีจริงตามหลักสูตร

$$27^{\frac{2}{3}} = (3^3)^{\frac{2}{3}} = 3^2 = 9$$

$$81^{-\frac{1}{4}} = (3^4)^{-\frac{1}{4}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$9^{\frac{1}{2}} = (3^2)^{\frac{1}{2}} = 3$$

$$\text{เพราะฉะนั้น } [27^{\frac{2}{3}} \times 81^{-\frac{1}{4}} + 9^{\frac{1}{2}}]^n = [9 \times \frac{1}{3} + 3]^n = [3 + 3]^n = 1^n = 1$$

ตัวอย่าง 2. If x is a number satisfying $2 < x < 3$ and y is a number satisfying $7 < y < 8$, which of the following expressions will have the largest value ?

1. $x^2 y$ 2. xy^2 3. $5xy$
4. $\frac{4x^2 y}{3}$ 5. $\frac{x^2}{y}$

ตอบ 2.

แนวคิด คำถามแบบนี้ใช้การแทนค่า x และ y บางค่าที่ตัดตัวเลือกที่ผัดแน่นอน

ทิ้งไปได้ ตัวอย่างเช่นแทนค่า $x = 2.5$ และ $y = 7.5$

ตัวเลือก 1. $x^2 y = (2.5)^2 (7.5) = (2.5)^2 (3)(2.5) = 3(2.5)^3$

ตัวเลือก 2. $xy^2 = (2.5)(7.5)^2 = (2.5)[(3)(2.5)]^2 = 9(2.5)^3$

ตัวเลือก 3. $5xy = 5(2.5)(7.5) = 5(2.5)(3)(2.5) = 15(2.5)^2$

ตัวเลือก 4. $\frac{4}{3}x^2 y = \frac{4}{3}(2.5)^2 (7.5) = \frac{4}{3}(2.5)(3)(2.5) = 4(2.5)^2$

ตัวเลือก 5. $\frac{x^2}{y} = \frac{(2.5)^2}{7.5} = \frac{(2.5)^2}{3(2.5)} = \frac{1}{3}(2.5)$

เพราะว่า $3(2.5)^3 < 9(2.5)^3$

และ $\frac{1}{3}(2.5) < 4(2.5)^2 < 15(2.5)^2$

เพราะฉะนั้นเปรียบเทียบค่าของ $9(2.5)^3$ และ $15(2.5)^2$ ก็พอ

เพราะว่า $9(2.5)^3 = 9(2.5)(2.5)^2 = 22.5(2.5)^2 > 15(2.5)^2$

เพราะฉะนั้น $xy^2 = 9(2.5)^3$ เป็นค่ามากที่สุด ซึ่งการแทนค่าเพียงแค่นี้เรา

สามารถยืนยันได้ว่า xy^2 เป็นค่ามากที่สุด

หมายเหตุ ถ้าข้อนี้ออกสอบตามค่าน้อยที่สุดก็จะได้ว่า $\frac{x^2}{y}$ เป็นค่าน้อยที่สุด

วิธีจริง เปรียบเทียบจากสูตรของตัวแปร x, y

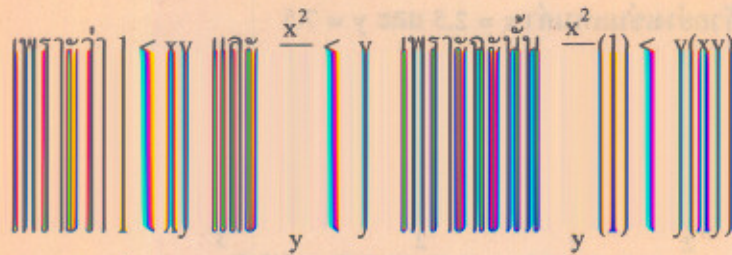
เพราะว่า $2 < x < 3, 7 < y < 8$ เพราะฉะนั้น $x < y$

เพราะว่า $xy > 0$ เพราะฉะนั้น $(xy)(x) < (xy)y$

ดังนั้น $x^2 y < xy^2$ ทำให้ตัดตัวเลือก 1. ทิ้งได้

เพราะว่า $5 < y$ เพราะฉะนั้น $5xy < y(xy) = xy^2$ ดังนั้นตัดตัวเลือก 3. ทิ้ง

เพราะว่า $1 < x < y$ เพราะฉะนั้น $x^2 < y^2$ และ $\frac{x^2}{y} < y$



นั่นคือ $\frac{x^2}{y} < xy^2$ ทำให้ตัดตัวเลือก 5. ทิ้งได้อีก

เหตุผลที่ใช้ในการเปรียบเทียบค่าของ xy^2 และ $\frac{4x^2y}{3}$

เพราะว่า $2 < x < 3$ จะได้ $8 < 4x < 12$

$$7 < y < 8 \text{ จะได้ } 21 < 3y < 24$$

เพราะฉะนั้น $3x < 4y$

$$\frac{4}{3}x^2y < y$$

$$\left(\frac{4}{3}x\right)(xy) < y(xy)$$

$$\frac{4}{3}x^2y < xy^2$$

สรุป xy^2 เป็นค่ามากที่สุด

ตัวอย่าง 3. ถ้า $0 < a < b < c < d < e$ แล้วค่าในข้อใดมีค่าน้อยที่สุด

1. $(e-1)abcd$

2. $(d-1)abce$

3. $(c-1)abde$

4. $(b-1)acde$

5. $(a-1)bcde$

ตอบ 5.

แนวคิด คำถามแบบนี้ถ้าหากใช้เหตุผลจริงทางคณิตศาสตร์ในการแสดงว่า

$$(a-1)bcde < (e-1)abcd$$

ต้องใช้เหตุผลดังนี้ $a < e$

$$-e < -a$$

$$ae - e < ae - a$$

$$(a-1)e < (e-1)a$$

$$(a-1)ebcd < (e-1)abcd$$

$$x = 7, 16$$

ถ้าแก้สมการหรือแยกตัวประกอบไม่เป็นใช้การแทนค่าดีกว่ายิ่งถ้าใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ช่วยด้วยจะตัดตัวเลือกได้ 3 ตัวเลือกดังนี้

เพราะว่า $\sqrt{x+9} > 0$

$$\sqrt{x+9} + 11 > 11$$

เพราะฉะนั้น $x = \sqrt{x+9} + 11 > 11$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 3. ทิ้งได้

แทนค่า $x = 16$, $\sqrt{11+9} + 11 = \sqrt{25} + 11 = 5 + 11 = 16$

สรุป $x = 16$ ได้เลือกตัวเลือก 4. เป็นคำตอบเลย

ตัวอย่าง 5. If $x > 2$ and $y > -1$ then

1. $xy > -2$ 2. $-x < 2y$ 3. $xy < -2$

4. $-x > 2y$ 5. $x < 2y$

ตอบ 2.

แนวคิด ข้อสอบแบบนี้ใช้การแทนค่าตัดตัวเลือกที่ดีที่สุด

เลือก $x = 3 > 2$ และ $y = 0 > -1$ จะได้ว่า

ตัวเลือก 1. $xy = (3)(0) = 0 > -2$ จริง

ตัวเลือก 2. $-x = -3 < 0 = 2y$ จริง

ตัวเลือก 3. $xy = 0 < -2$ ไม่จริง

ตัวเลือก 4. $-x = -3 > 0 = 2y$ ไม่จริง

ตัวเลือก 5. $x = 3 < 0 = 2y$ ไม่จริง

ดังนั้นตัดตัวเลือก 3., 4. และ 5. ทิ้ง

แทนค่า $x = 10 > 2$ และ $y = -\frac{1}{2} > -1$

จะได้ว่า $xy = (10)(-\frac{1}{2}) = -5 > -2$ ไม่จริง

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้ง

เลือกตัวเลือก 2. เป็นคำตอบได้เลย

วิธีจริง $x > 2$ จะได้ $-x < -2$

$y > -1$ จะได้ $2y > -2$

เพราะฉะนั้น $-x < 2y$ เสมอ

ตัวอย่าง 6. $(x-y)(y+3)$ is equal to

1. $x^2 - 3y + 3$

2. $xy - 3y + y^2$

3. $xy - y^2 - 3y + 3x$

4. $xy - 3y + y^2 + 3x$

5. $y^2 - 3y + 3x - xy$

ตอบ 3.

แนวคิด โดยการกระจายผลคูณสำหรับคนที่คูณพหุนามเป็นจะได้

$$(x-y)(y+3) = xy + 3x - y^2 - 3y$$

ตรงกับตัวเลือกที่ 3.

โดยการแทนค่าสำหรับคนที่คูณพหุนามไม่เป็น

แทนค่า $x = 2, y = 2$ จะได้ $(x-y)(y+3) = 0$

แต่ตัวเลือกทั้ง 5 ตัวมี

$$xy - y^2 - 3y + 3x = (2)(2) - (2)^2 - 3(2) + 3(2)$$

$$= 4 - 4 - 6 + 6$$

$$= 0$$

เพียงตัวเดียวเท่านั้น

ดังนั้นเลือกตัวเลือก 3. เป็นคำตอบได้เลย



1. $(x-y)(y+3)$ ต้องมีพจน์ของ xy ทำให้ตัดตัวเลือก 1., 5.
2. $(x-y)(y+3)$ ต้องมีพจน์ของ y^2 ทำให้ตัดตัวเลือก 1.
3. $(x-y)(y+3)$ ต้องมีพจน์ของ $3x$ ทำให้ตัดตัวเลือก 1., 2.

ตัวอย่าง 7. เลขบวกสองจำนวนเป็นสัดส่วน 3 : 5 และมีผลต่างเท่ากับ 32 ตัวเลขที่มีค่ามากที่สุดมีค่าเท่ากับเท่าใด

1. 48
2. 80
3. 96
3. 128
4. 256

ตอบ 2.

แนวคิด ข้อสอบลักษณะนี้ใช้การนำค่าในตัวเลือก แทนค่าเพื่อดูว่าใช้ได้หรือไม่

ตัวเลือก 1. มาก = 48

$$\text{น้อย} : \text{มาก} = (48 - 32) : 48 = 16 : 48 = 1 : 3 \neq 3 : 5$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้ง

ตัวเลือก 2. มาก = 80

$$\text{น้อย} : \text{มาก} = (80 - 32) : 80 = 48 : 80 = 3 : 5$$

ดังนั้นตัวเลือก 2. เป็นคำตอบได้เลย

ต่อไปลองมาดูวิธีจริง โดยการแก้สมการกันบ้าง

สมมติตัวมาก = x ตัวน้อย = y

ดังนั้น $y : x = 3 : 5$ และ $x - y = 32$

$$\frac{y}{x} = \frac{3}{5}$$

$$y = \frac{3}{5}x$$

$$32 = x - y = x - \frac{3}{5}x = \frac{2}{5}x$$

$$x = \frac{5(32)}{2} = 80$$

ตัวอย่าง 8. For which value of x is $x^2 - 5x + 6$ negative ?

1. $x < 0$ 2. $0 < x < 2$ 3. $2 < x < 3$
 4. $3 < x < 6$ 5. $x > 6$

ตอบ 3.

แนวคิด เลือกค่า x ที่จำแนกตัวเลือกได้แทนค่าในโจทย์

ตัวอย่างเช่น $x = 2.5$ ทำให้ $x^2 - 5x + 6 = (2.5)^2 - 5(2.5) + 6$

$$= 6.25 - 12.5 + 6$$

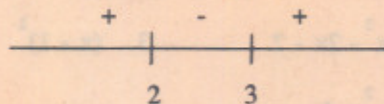
$$= -0.25 < 0$$

เพราะฉะนั้น $x = 2.5$ ทำให้ตัดตัวเลือก 1., 2., 4. และ 5 ทิ้งได้

วิธีจริง $x^2 - 5x + 6 < 0$

$$(x-3)(x-2) < 0$$

เครื่องหมายของ $(x-3)(x-2)$ คือ



สรุป $(x-3)(x-2) < 0$ เมื่อ $2 < x < 3$

ตัวอย่าง 9. If a is less than b , which of the following numbers is greater than a and less than b ?

1. $\frac{a+b}{2}$ 2. $\frac{ab}{2}$ 3. $b^2 - a^2$
 4. ab 5. $b-a$



แนวคิด ข้อสอบแบบนี้คนที่จำสูตรได้จะเลือก $\frac{a+b}{2}$ ทันที

เพราะว่าถ้า $a < b$ แล้ว $a < \frac{a+b}{2} < b$ เสมอ

แต่คนที่จำสูตรไม่ได้ก็ใช้การแทนค่าแล้วตัดตัวเลือกทิ้ง ตัวอย่างเช่น

แทนค่า $a = 2, b = 4$

ตัวเลือก 1. $\frac{a+b}{2} = \frac{2+4}{2} = 3$

ตัวเลือก 2. $\frac{ab}{2} = \frac{(2)(4)}{2} = 4 > 2$

ตัวเลือก 3. $b^2 - a^2 = 4^2 - 2^2 = 14 > 4$

ตัวเลือก 4. $ab = (2)(4) = 8 > 4$

ตัวเลือก 5. $b - a = 4 - 2 = 2 \nless 2$

มีตัวเลือก 1. ตัวเดียวที่ใช้ได้คือ $2 < 3 < 4$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2., 3., 4., และ 5. ทิ้ง

ตัวอย่าง 10. ถ้า $z = x^2 - 1$ แล้ว $z - x\left[\frac{z}{x+1} - \frac{z}{x-1}\right] + 2$ เท่ากับเท่าใด

1. $x^2 - 1$ 2. $x^2 - 2x - 2$ 3. $(x-1)^2$

4. $(x+1)^2$ 5. $x^2 + 1$

ตอบ 4.

แนวคิด การหาคำตอบต้องใช้การจัดรูปทางพีชคณิต

$$\begin{aligned} z - x\left[\frac{z}{x+1} - \frac{z}{x-1}\right] + 2 &= z - xz\left[\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}\right] + 2 \\ &= z - xz\left[\frac{(x-1) - (x+1)}{(x+1)(x-1)}\right] + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= z - xz\left[\frac{-2}{x^2-1}\right] + 2 \\
 &= z - xz\left[\frac{-2}{z}\right] + 2 \\
 &= z + 2x + 2 \\
 &= x^2 - 1 + 2x + 2 \\
 &= x^2 + 2x + 2 \\
 &= (x+1)^2
 \end{aligned}$$

ลองหาคำตอบโดยการแทนค่าดูบ้าง จากโจทย์ $z = x^2 - 1$

ดังนั้นถ้า $x = 0$ ต้องให้ $z = -1$ ต่อไปเรานำค่า $x = 0$ และ $z = -1$

$$\text{แทนในสูตร } z - x\left[\frac{z}{x+1} - \frac{z}{x-1}\right] + 2 = (-1) - 0\left[\frac{-1}{0+1} - \frac{-1}{0-1}\right] + 2 = 1$$

ต่อไปใช้เหตุผลว่าสิ่งที่เท่ากับโจทย์เมื่อแทนค่า $x = 0$ แล้วต้องได้คำตอบ 1 เหมือนกัน ดังนั้นเราจึงแทนค่า $x=0$ ในทุกตัวเลือก

ตัวเลือก 1. $x^2 - 1 = -1 \neq 1$

ตัวเลือก 2. $x^2 - 2x - 2 = -2 \neq 1$

ตัวเลือก 3. $(x-1)^2 = 1$

ตัวเลือก 4. $(x+1)^2 = 1$

ตัวเลือก 5. $x^2 + 1 = 1$

ขณะนี้ เราสรุปไม่ได้ว่าตัวเลือก 3., 4., หรือ 5. กันแน่ที่ถูกต้อง แต่มั่นใจได้ว่าตัวเลือก 1. และ 2. ผิดแน่นอนเราจึงตัดตัวเลือก 1. และ 2. ทิ้งได้

ต่อไปลองแทนค่า $x = 2$ จะได้ $z = x^2 - 1 = 3$

$$\begin{aligned} \text{โจทย์ } z - x\left[\frac{z}{x+1} - \frac{z}{x-1}\right] + 2 &= 3 - 2\left[\frac{3}{2+1} - \frac{3}{2-1}\right] + 2 \\ &= 3 - 2[1-3] + 2 \\ &= 3 + 4 + 2 \\ &= 9 \end{aligned}$$

แทนค่า $x = 2$ ในตัวเลือกที่เหลือ

ตัวเลือก 3. $(x-1)^2 = (2-1)^2 = 1 \neq 9$

ตัวเลือก 4. $(x+1)^2 = (2+1)^2 = 9$

ตัวเลือก 5. $x^2 + 1 = 2^2 + 1 = 5 \neq 9$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 3. และ 5. ทิ้งได้

โจทย์ข้อนี้จัดอยู่ในประเภท โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรดังนั้นการแทนค่าบางค่าก็สามารถตัดตัวเลือกได้

ตัวอย่าง 11. ค่าของ $1 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{5}{1000}$ เท่ากับเท่าใด

1. 0.0013 2. 1.12 3. 1.3

2. 1.345 5. 13

ตอบ 4.

แนวคิด เพราะว่า $1 + \frac{3}{10} \geq 1.3$ เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1. และ 2. ทิ้ง

เพราะว่า $1 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100} > 1.3$ เพราะฉะนั้นต้องตัดตัวเลือก 3. ทิ้ง

เพราะว่า $\frac{3}{10} < 1$, $\frac{4}{100} < 1$, $\frac{5}{1000} < 1$

เพราะฉะนั้น $1 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{5}{1000} < 1 + 1 + 1 + 1 = 4$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 5. ทิ้ง

วิธีจริง $\frac{3}{10} = 0.3$

$$\frac{4}{100} = 0.04$$

$$\frac{5}{1000} = 0.005$$

$$1 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{5}{1000} = 1 + 0.3 + 0.04 + 0.005$$

$$= 1.345$$

ตัวอย่าง 12. ค่าของ $\frac{27x^8y^4z^3}{9x^{10}y^2z^6}$ เท่ากับเท่าใด

1. $3x^{18}y^6z^9$

2. $\frac{x^2y^2z^3}{3}$

3. 1

4. $\frac{3x^2z^3}{y^2}$

5. $\frac{3y^2}{x^2z^3}$

ตอบ 5.

แนวคิด คำถามแบบนี้คนที่รู้วิธีทำจริงจะรู้ได้ง่ายมากซึ่งทำได้โดยนำกำลัง

มาลบกันดังนี้ $\frac{27x^8y^4z^3}{9x^{10}y^2z^6} = 3x^{8-10}y^{4-2}z^{3-6}$

$$= 3x^{-2}y^2z^{-3}$$

$$= \frac{3y^2}{x^2z^3}$$



ตัวเลือกได้ดังนี้ แทนค่า $x = 1, y = 2, z = 1$ ในโจทย์และตัวเลือก

โจทย์
$$\frac{27x^8y^4z^3}{9x^{10}y^2z^6} = \frac{27(1^8)(2^4)(1^3)}{9(1^{10})(2^2)(1^6)} = \frac{(3)(16)}{4} = 12$$

ตัวเลือก 1. $3x^{18}y^6z^9 = (3)(1^{18})(2^6)(1^9) = 3(2^6) \neq 12$

ตัวเลือก 2. $\frac{x^2y^2z^3}{3} = \frac{(1^2)(2^2)(1^3)}{3} = \frac{4}{3} \neq 12$

ตัวเลือก 3 $1 \neq 12$

ตัวเลือก 4. $\frac{3x^2z^3}{y^2} = \frac{3(1^2)(1^3)}{(2^2)} = \frac{3}{4} \neq 12$

ตัวเลือก 5. $\frac{3y^2}{x^2z^3} = \frac{3(2^2)}{(1^2)(1^3)} = 12$

จะเห็นได้ว่าการแทนค่า x, y, z บางค่าก็สามารถยืนยันได้ว่าสูตรในตัว
เลือก 1., 2., 3. และ 4. ผิดแน่นอน

ตัวอย่าง 13. If $N = \frac{K}{T + \frac{x}{y}}$, where $T = \frac{K}{5}$ and $x = 5 - T$, which of

the following express y in terms of N and T

1. $\frac{N(5-T)}{T(5-N)}$ 2. $\frac{N(T-5)}{T(5-N)}$ 3. $\frac{5-T}{T(5-N)}$

4. $\frac{5N(5-T)}{T(1-5N)}$ 5. $\frac{N(5-T)}{5}$

ตอบ 1.

แนวคิด ตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ N, T ดังนั้นแทนค่า $N = 2, T = 4$ ก็จะสามารถตัดตัวเลือกได้

เมื่อ $N = 2, T = 4$ จะได้ $x = 5 - T = 5 - 4 = 1, K = 5T = 20$

จากสมการ
$$N = \frac{K}{T + \frac{x}{y}}$$

จะได้
$$2 = \frac{20}{4 + \frac{1}{y}}$$

$$4 + \frac{1}{y} = 10$$

$$\frac{1}{y} = 6$$

$$y = \frac{1}{6}$$

แทนค่า $N = 2, T = 4$ ในทุกตัวเลือก

ตัวเลือก 1.
$$\frac{N(5-T)}{T(5-N)} = \frac{2(5-4)}{4(5-2)} = \frac{1}{6}$$

ตัวเลือก 2.
$$\frac{N(T-5)}{T(5-N)} = \frac{2(4-5)}{4(5-2)} = -\frac{1}{6} \neq \frac{1}{6}$$

ตัวเลือก 3.
$$\frac{5-T}{T(5-N)} = \frac{5-4}{4(5-2)} = \frac{1}{12} \neq \frac{1}{6}$$

ตัวเลือก 4.
$$\frac{5N(5-T)}{T(1-5N)} = \frac{5(2)(5-4)}{4(1-5(2))} = -\frac{10}{36} \neq \frac{1}{6}$$

ตัวเลือก 5.
$$\frac{N(5-T)}{5} = \frac{2(5-4)}{5} = \frac{2}{5} \neq \frac{1}{6}$$

สรุปตัดตัวเลือก 2., 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง

$$N = \frac{K}{T + \frac{x}{y}}$$

$$\begin{aligned} T = \frac{K}{5} ; k = 5T ; N &= \frac{5T}{T + \frac{x}{y}} \\ &= \frac{5T}{\left(\frac{Ty+x}{y}\right)} \\ &= \frac{5Ty}{Ty+x} \end{aligned}$$

$$x = 5 - T ; \quad N = \frac{5Ty}{Ty+x}$$

$$N(Ty+5-T) = 5Ty$$

$$NTy+5N-NT = 5Ty$$

$$(NT-5T)y = NT-5N$$

$$= N(t-5)$$

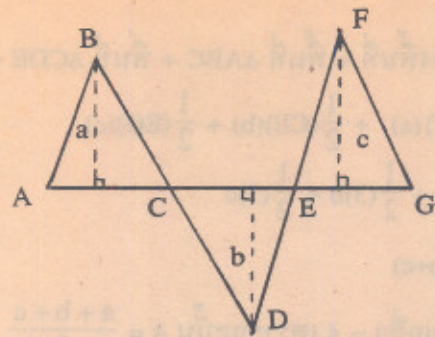
$$y = \frac{N(T-5)}{NT-5T}$$

$$= \frac{N(T-5)}{T(N-5)}$$

$$= \frac{N(5-T)}{T(5-N)}$$

ตัวอย่าง 14. In the figure below, if the average length of altitudes a,b and c is 4 and if $AC = CE = EG = 3$.

What is the sum of the areas of $\triangle ABC$, $\triangle CDE$ and $\triangle EFG$?



1. 12

2. 18

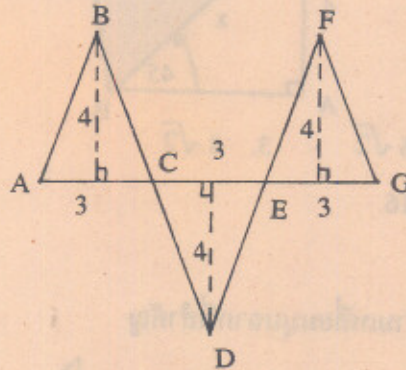
3. 24

4. 36

5. 48

ตอบ 2.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ในพจน์ของ a, b, c ดังนั้นเราเลือกให้ $a = b = c = 4$ ก็จะได้ว่าค่าเฉลี่ยของ a, b, c เท่ากับ 4 สอดคล้องเงื่อนไขของโจทย์เหมือนกัน



$$\begin{aligned}
 \text{ผลรวมของพื้นที่} &= \text{พื้นที่ } \triangle ABC + \text{พื้นที่ } \triangle CDE + \text{พื้นที่ } \triangle EFG \\
 &= \frac{1}{2}(3)(4) + \frac{1}{2}(3)(4) + \frac{1}{2}(3)(4) = 6 + 6 + 6 \\
 &= 18
 \end{aligned}$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 3., 4. และ 5.ทิ้งได้

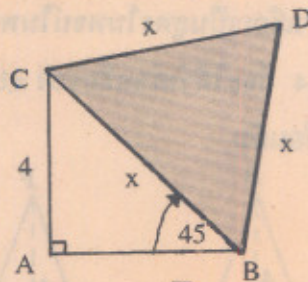
วิธีจริง ผลรวมของพื้นที่ = พื้นที่ $\triangle ABC$ + พื้นที่ $\triangle CDE$ + พื้นที่ $\triangle EFG$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2}(AC)(a) + \frac{1}{2}(CE)(b) + \frac{1}{2}(EG)(c) \\
 &= \frac{1}{2}(3)a + \frac{1}{2}(3)b + \frac{1}{2}(3)c \\
 &= \frac{3}{2}(a+b+c)
 \end{aligned}$$

เพราะว่า a, b, c มีค่าเฉลี่ย = 4 เพราะฉะนั้น $4 = \frac{a+b+c}{3}$

หรือ $a+b+c = 12$ ดังนั้นผลรวมของพื้นที่ = $\frac{3}{2}(12) = 18$

ตัวอย่าง 15. The area of the shaded region in the figure below is



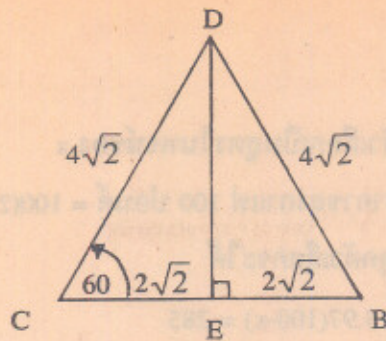
1. $4\sqrt{3}$ 2. $6\sqrt{2}$ 3. $8\sqrt{2}$
 4. $8\sqrt{3}$ 5. 16

ตอบ 4.

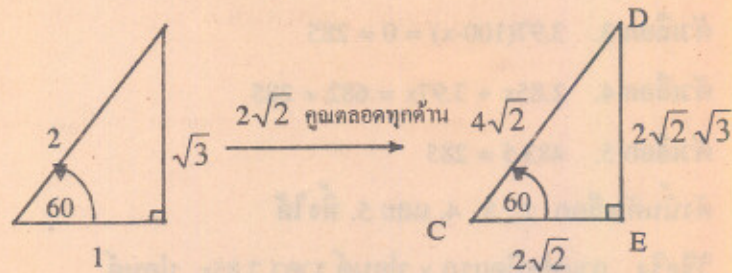
แนวคิด อัตราส่วนสามเหลี่ยมมุมฉากที่สำคัญ



เพราะฉะนั้น $x = 4\sqrt{2}$



อัตราส่วนสามเหลี่ยมมุมฉากที่สำคัญ



ดังนั้น $DE = 2\sqrt{2}\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} \text{สรุป พื้นที่ } \triangle ABC &= \frac{1}{2} \cdot BC \cdot DE \\ &= \frac{1}{2} \cdot (4\sqrt{2}) \cdot (2\sqrt{2}\sqrt{3}) \\ &= 4\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{3} \\ &= 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 16. A dealer mixes x pounds of coffee that costs \$2.85 per pound with enough coffee that costs \$3.79 per pound to form a 100-pound mixture. The total cost of the mixture, in dollar, is

1. $2.85x + 3.97(100-x)$ 2. $2.85(x-100)+3.97x$ 3. $3.97(100-x)$
 4. $2.85x + 3.97x$ 5. $(\frac{2.85+3.97}{2})100$

ตอบ 1.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ x

สมมติ $x=100$ จะได้ราคาของกาแฟ 100 ปอนด์ = $100(2.85) = 285$

แทนค่า $x = 100$ ในทุกตัวเลือกจะได้

ตัวเลือก 1. $2.85x + 3.97(100-x) = 285$

ตัวเลือก 2. $2.85(x-100)+3.97x = 397 \neq 285$

ตัวเลือก 3. $3.97(100-x) = 0 \neq 285$

ตัวเลือก 4. $2.85x + 3.97x = 682 \neq 285$

ตัวเลือก 5. $483.5 \neq 285$

ดังนั้นตัวเลือก 2., 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง กาแฟชนิดแรก x ปอนด์ ราคา $2.85x$ ปอนด์

กาแฟชนิดที่สอง $100-x$ ปอนด์ ราคา $(3.79)(100-x)$ ปอนด์

ราคารวม = $2.85x + 3.79(100-x)$ ปอนด์

ตัวอย่าง 17. If a pipe 3 inches in diameter empties a tank in 15 minutes, how many minutes will it take a pipe 2 inches in diameter to empty the tank

1. $6\frac{2}{3}$

2. $18\frac{3}{4}$

3. 20

4. $22\frac{1}{2}$

5. $33\frac{3}{4}$

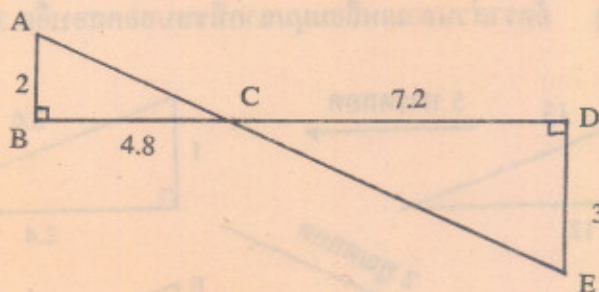
ตอบ 5.

แนวคิด เพราะว่าท่อใหญ่ใช้เวลา 15 นาที เพราะฉะนั้นท่อเล็กต้องใช้เวลามากกว่า ดังนั้นต้องตัดตัวเลือก 1. ทิ้งได้

โดยการเทียบบัญญัติไตรยางค์

ท่อขนาด	$\pi \cdot 3^2$	น้ำหมดถึงในเวลา	15	นาที
ท่อขนาด	1	น้ำหมดถึงในเวลา	$\pi \cdot 3^2(15)$	นาที
ท่อขนาด	$\pi \cdot 2^2$	น้ำหมดถึงในเวลา	$\frac{\pi \cdot 3^2}{\pi \cdot 2^2}(15)$	
			$= \frac{9}{4}(15)$	
			$= 33\frac{3}{4}$	นาที

ตัวอย่าง 18. In the figure, if $BD=12$, then $AE =$



1. 12.5
2. 13
3. 13.5
4. 14
5. 15

ตอบ 2.

แนวคิด $BC + CD = BD = 12$

$$BC = 12 - CD$$

$\triangle ABC, \triangle CDE$ เป็นสามเหลี่ยมคล้าย

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{CD}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{12 - CD}{DE}$$

$$2CD = 36 - 3CD$$

$$5CD = 36$$

$$CD = \frac{36}{5} = 7.2$$

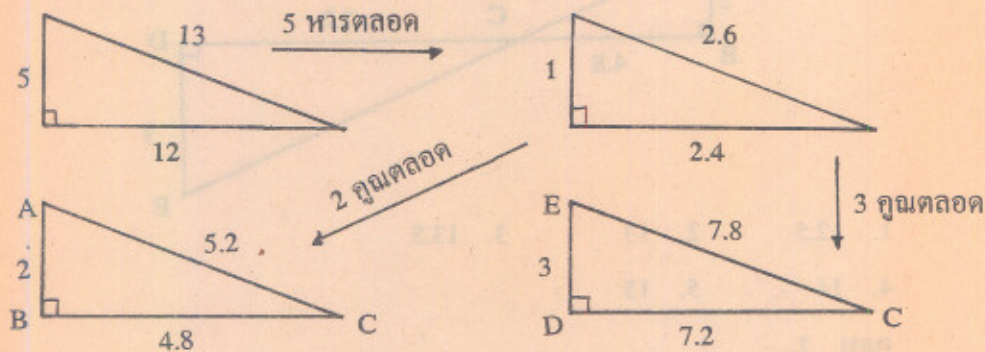
$$BC = 12 - 7.2 = 4.8$$

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 4.8^2} \\ &= \sqrt{4 + 23.04} = \sqrt{27.04} = 5.2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CE &= \sqrt{CD^2 + DE^2} = \sqrt{(7.2)^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{51.84 + 9} = \sqrt{60.84} = 7.8 \end{aligned}$$

$$\text{สรุป } AE = AC + CE = 5.2 + 7.8 = 13$$

หมายเหตุ อัตราส่วนสามเหลี่ยมมุมฉากที่ขอบอกสอบคือ 3:4:5 และ 5:12:13



$$\text{สรุป } AE = AC + CE = 5.2 + 7.8 = 13$$

เพื่อประโยชน์ของผู้่านที่ต้องสอบ GMAT และ MBA ในหนังสือเล่มนี้จึงได้แนะนำหลักการตัดตัวเลือกของข้อสอบในรูปแบบต่างๆออกตามความเหมาะสม นอกจากนี้ยังมีแบบฝึกหัดเสริมประสบการณ์การตัดตัวเลือกทั้งข้อสอบ คณิตศาสตร์ทั่วไป และ การใช้เหตุผล

โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตร

ข้อสอบ GMAT และ MBA ชนิดที่โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรหาพบ
ได้โดยง่ายในการสอบทุกครั้ง ตัวอย่างเช่น

ค่าของ $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}$ เท่ากับเท่าใด

1. $\frac{2x}{x^2+y^2}$

2. $\frac{2x}{x^2-y^2}$

3. $\frac{2y}{x^2-y^2}$

4. $\frac{x}{x^2-y^2}$

5. $\frac{y}{x^2+y^2}$

จะเห็นได้ว่าโจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ x และ y สำหรับผู้ที่หาผล
บวก โดยการจัดรูปแบบทางพีชคณิตเป็นก็จะเห็นเป็นเรื่องง่าย แต่สำหรับผู้จัด
รูปแบบทางพีชคณิตไม่เป็นขออนุญาตแนะนำให้ใช้วิธีแทนค่า โดยใช้เหตุผลว่า
สิ่งที่เท่ากันเมื่อแทนค่า x และ y ที่เท่ากันต้องเท่ากัน



ดังนั้นหากเราแทนค่า $x = 2$ และ $y = 1$ ก็จะได้เห็นว่าตัวเลือกใดผิดแน่นอน

$$\text{โจทย์} \quad \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = \frac{1}{2+1} + \frac{1}{2-1} = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$$

$$\text{ตัวเลือก 1.} \quad \frac{2x}{x^2+y^2} = \frac{4}{4+1} = \frac{4}{5} \neq \frac{4}{3}$$

$$\text{ตัวเลือก 2.} \quad \frac{2x}{x^2-y^2} = \frac{4}{4-1} = \frac{4}{3}$$

$$\text{ตัวเลือก 3.} \quad \frac{2y}{x^2-y^2} = \frac{2}{4-1} = \frac{2}{3} \neq \frac{4}{3}$$

$$\text{ตัวเลือก 4.} \quad \frac{x}{x^2-y^2} = \frac{2}{4-1} = \frac{2}{3} \neq \frac{4}{3}$$

$$\text{ตัวเลือก 5.} \quad \frac{y}{x^2+y^2} = \frac{1}{4+1} = \frac{1}{5} \neq \frac{4}{3}$$

ด้วยเหตุผลข้างต้นจะได้ว่าตัวเลือก 1., 3., 4. และ 5. ผิดแน่นอน

ดังนั้นเราจึงสามารถตัดตัวเลือก 1., 3., 4. และ 5. ทิ้งได้และเลือกตัวเลือก 2.

เป็นคำตอบได้เลย

ความหมายของคำว่าโจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรที่พบในข้อสอบอาจเป็นคำถาม

เกี่ยวกับ การจัดรูปแบบทางพีชคณิต การแยกตัวประกอบ การหาพื้นที่ ฯลฯ

ดังเช่นตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 1.1 If the fractions $\frac{x-y}{4}$ and $\frac{x+y}{3}$ are combined, the result is

1. $\frac{x+7y}{12}$

2. $\frac{x-7y}{12}$

3. $\frac{7x-y}{12}$

4. $\frac{7x+y}{12}$

5. $\frac{5x+4y}{12}$

ตอบ 4.

$$\begin{aligned} \text{แนวคิด } \frac{x-y}{4} + \frac{x+y}{3} &= \frac{3(x-y)+4(x+y)}{12} = \frac{3x-3y+4x+4y}{12} \\ &= \frac{7x+y}{12} \end{aligned}$$

ตรงกับตัวเลือก 4.

หลักการตัดตัวเลือกคำถามแบบนี้เราจะใช้เหตุผลว่า สูตรของนิพจน์ที่เท่ากัน ทุกค่า x และ y ดังนั้นหากมีค่าบางค่าของ x และ y ที่ทำให้ค่าของตัวเลขจาก สูตรนั้นต่างกันแสดงว่าสูตรในตัวเลือกนั้นไม่เท่ากับสูตรในโจทย์

โจทย์ถามว่า $\frac{x-y}{4} + \frac{x+y}{3}$ เท่ากับเท่าใด เราเลือกแทนค่า $x=0, y=1$

$$\text{โจทย์ } \frac{x-y}{4} + \frac{x+y}{3} = \frac{0-1}{4} + \frac{0+1}{3} = \frac{-1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{-3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{1}{12}$$

$$\text{ตัวเลือก 1. } \frac{x+7y}{12} = \frac{0+7}{12} = \frac{7}{12} \neq \frac{1}{12}$$

$$\text{ตัวเลือก 2. } \frac{x-7y}{12} = \frac{0-7}{12} = \frac{-7}{12} \neq \frac{1}{12}$$

$$\text{ตัวเลือก 3. } \frac{7x-y}{12} = \frac{0-1}{12} = \frac{-1}{12} \neq \frac{1}{12}$$

$$\text{ตัวเลือก 4. } \frac{7x+y}{12} = \frac{0+1}{12} = \frac{1}{12}$$

ตัวเลือก 5. $\frac{5x+4y}{12} = \frac{0+4}{12} = \frac{1}{3} \neq \frac{1}{12}$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 5. ทิ้งได้

หมายเหตุ ลองแทนค่า $(x=4, y=5)$, $(x=2, y=3)$ ก็จะตัดตัวเลือกได้ เหมือนกันแต่เราต้องคำนึงถึงการคิดเลขง่ายๆด้วย

ตัวอย่าง 1.2 Simplify : $\sqrt{50x^2y^3}$

1. $25xy\sqrt{y}$ 2. $5xy\sqrt{2y}$ 3. $5x^2y^3\sqrt{2}$

4. $5x^2y^2\sqrt{2y}$ 5. $10xy\sqrt{5y}$

ตอบ 2.

แนวคิด แทนค่า $x=1, y=1$ ก็ตัดตัวเลือกบางข้อได้แล้ว

โจทย์ $\sqrt{50x^2y^3} = \sqrt{50} = \sqrt{5 \cdot 5 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$ ต่อไปแทนค่าในตัวเลือกจะได้

1. 25 2. $5\sqrt{2}$ 3. $5\sqrt{2}$ 4. $5\sqrt{2}$ 5. $10\sqrt{5}$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. และ 5. ทิ้งได้

แทนค่า $x=2, y=1$ โจทย์ $\sqrt{50x^2y^3} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$

ตัวเลือก 2. $5xy\sqrt{2y} = 5(2)\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

ตัวเลือก 3. $5x^2y^3\sqrt{2} = 20\sqrt{2} \neq 10\sqrt{2}$

ตัวเลือก 4. $5x^2y^2\sqrt{2y} = 5(4)\sqrt{2} = 20\sqrt{2} \neq 10\sqrt{2}$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2. และ 4. ทิ้งได้

$$\begin{aligned} \text{วิธีจริง } \sqrt{50x^2y^3} &= \sqrt{50} \sqrt{x^2} \sqrt{y^3} \\ &= \sqrt{50} \times \sqrt{y^2} \sqrt{y} \\ &= 5\sqrt{2} xy\sqrt{y} \\ &= 5xy\sqrt{2y} \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 1.3 Factor : $2x^3 - 10x^2 - 48x$

1. $2x(x+8)(x-3)$ 2. $2x(x-8)(x+3)$ 3. $2(x-3)(x-8)(x+1)$
4. $2(x-3)(x-8)(x-1)$ 5. $2x(x-2)(x+12)$

ตอบ 2.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ x ดังนั้นถ้าทำโดยใช้วิธีแยก

ตัวประกอบไม่ได้ก็สามารถแทนค่าช่วยในการตัดตัวเลือกได้ เช่น $x = 0$

โจทย์ $2x^3 - 10x^2 - 48x = 0$ ตัวเลือกแต่ละตัวมีค่าเป็น

1. 0 2. 0 3. $\neq 0$
4. $\neq 0$ 5. 0

ดังนั้นตัดตัวเลือก 3. และ 4. ทิ้งได้

แทนค่า $x = 3$ โจทย์ $2x^3 - 10x^2 - 48x = 54 - 90 - 144 \neq 0$

แต่ตัวเลือก 1. $2x(x+8)(x-3) = 0$ ดังนั้นตัดตัวเลือก 1.

แทนค่า $x = -3$ โจทย์ $2x^3 - 10x^2 - 48x = -54 - 90 + 144 = 0$

ตัวเลือก 2. $2x(x-8)(x+3) = 0$

ตัวเลือก 5. $2x(x-2)(x+12) = 2(-3)(-5)(9) \neq 0$ ดังนั้นตัดตัวเลือก 5.

วิธีจริง $2x^3 - 10x^2 - 48x = 2x(x^2 - 5x - 24)$
 $= 2x(x-8)(x+3)$

ตัวอย่าง 1.4 Simplify $\frac{1 + \frac{1}{x}}{\frac{y}{x}}$

1. $\frac{x+1}{y}$

2. $\frac{x+1}{x}$

3. $\frac{x+1}{xy}$

4. $\frac{x+y}{xy}$

5. $\frac{y+1}{y}$

ตอบ 1.

แนวคิด ค่าของ $\frac{1 + \frac{1}{x}}{\frac{y}{x}}$ ต้องมีทั้งพจน์ของ x และ y ดังนั้นตัดตัวเลือก 2.

และ 5. ที่จะได้ต่อไปแทนค่า $x = 2$ และ $y = 6$ ในโจทย์และตัวเลือก

โจทย์ $\frac{1 + \frac{1}{x}}{\frac{y}{x}} = \frac{1 + \frac{1}{2}}{\frac{6}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{3} = \frac{1}{2}$

ตัวเลือก 1. $\frac{x+1}{y} = \frac{2+1}{6} = \frac{1}{2}$

ตัวเลือก 3. $\frac{x+1}{xy} = \frac{2+1}{12} = \frac{3}{12} \neq \frac{1}{2}$

ตัวเลือก 4. $\frac{x+y}{xy} = \frac{2+6}{12} = \frac{8}{12} \neq \frac{1}{2}$

ตัดตัวเลือก 3. และ 4. ทิ้งได้

$$\text{วิธีจริง} \quad \frac{1 + \frac{1}{x}}{\frac{y}{x}} = \left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(\frac{x}{y}\right) = \left(\frac{x+1}{x}\right) \left(\frac{x}{y}\right) = \frac{x+1}{y}$$

ตัวอย่าง 1.5 Simplify : $8a^2b - 2ab(4b - a)$

1. $10a^2b - 8ab^2$

2. $6a^2b - 8ab^2$

3. $-2a^2b$

4. $18ab^2$

5. $2a^2b$

ตอบ 1.

แนวคิด แทนค่า $a = 1, b = 1$ โจทย์ $8a^2b - 2ab(4b - a) = 8 - 2(4 - 1) = 2$

ตัวเลือก 1. $10a^2b - 8ab^2 = 10 - 8 = 2$

ตัวเลือก 2. $6a^2b - 8ab^2 = 6 - 8 = -2 \neq 2$

ตัวเลือก 3. $-2a^2b = -2 \neq 2$

ตัวเลือก 4. $18ab^2 = 18 \neq 2$

ตัวเลือก 5. $2a^2b = 2$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2., 3. และ 4. ทิ้งได้

แทนค่า $a = 2, b = 1$ โจทย์ $8a^2b - 2ab(4b - a) = 32 - 4(4 - 2) = 24$

ตัวเลือก 1. $10a^2b - 8ab^2 = 40 - 16 = 24$

ตัวเลือก 5. $2a^2b = 8 \neq 24$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 5. ทิ้งได้

$$\begin{aligned} \text{วิธีจริง} \quad 8a^2b - 2ab(4b - a) &= 8a^2b - 8ab^2 + 2a^2b \\ &= 10a^2b - 8ab^2 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 1.6 $\frac{(x+y)^2}{2} - \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = ?$

1. 0 2. $\frac{1}{4}$ 3. $\frac{1}{2}$
 4. $\frac{(x+y)^2}{4}$ 5. xy

ตอบ 4.

แนวคิด แทนค่า $x = 1, y = -1$ จะได้ว่า

โจทย์ $\frac{(x+y)^2}{2} - \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = \frac{(1-1)^2}{2} - \left(\frac{1-1}{2}\right)^2 = 0$ ค่าแต่ละตัวเลือกคือ

1. 0 2. $\frac{1}{4}$ 3. $\frac{1}{2}$
 4. 0 5. -1

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2., 3. และ 5. ทิ้งได้

ต่อไปแทนค่า $x = 1$ และ $y = 1$ จะได้ว่า

โจทย์ $\frac{(x+y)^2}{2} - \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = \frac{(1+1)^2}{2} - \left(\frac{1+1}{2}\right)^2 = 2-1 = 1$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้งได้

วิธีจริง $\frac{(x+y)^2}{2} - \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = \frac{(x+y)^2}{2} - \frac{(x+y)^2}{4}$
 $= (x+y)^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$
 $= \frac{(x+y)^2}{4}$

ตัวอย่าง 1.7 If $n \neq -1$ and $n \neq 1$, which of the following is equal to

$$1 - \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n+1}$$

1. 1 2. $1 - \frac{2}{n^2-1}$ 3. $1 + \frac{2}{n^2-1}$

4. $1 - \frac{2n+2}{n^2-2}$ 5. $1 + \frac{2n-2}{n^2-1}$

ตอบ 2.

แนวคิด แทนค่า $n=0$ ก็สามารถตัดตัวเลือกได้แล้ว

โจทย์ $1 - \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{0-1} - \frac{1}{0+1} = 1+1+1 = 3$

ค่าที่ได้จากการแทนค่า $n = 0$ ในตัวเลือกแต่ละตัวคือ

1. 1 2. 3 3. -1 4. 2 5. 3

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2. และ 4. ทิ้งได้

ต่อไปแทนค่า $n = 2$ ในโจทย์และตัวเลือกที่เหลือจะได้

โจทย์ $1 - \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{2-1} - \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$

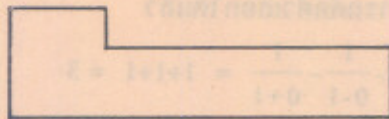
ตัวเลือก 2. $1 - \frac{2}{n^2-1} = 1 - \frac{2}{4-1} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

ตัวเลือก 5. $1 + \frac{2n-2}{n^2-1} = 1 + \frac{4-2}{4-1} = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \neq \frac{1}{3}$

สรุปตัดตัวเลือก 5. ทิ้งได้

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{1}{n-1} + \frac{1}{n+1} \right) = 1 - \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} \right) \\
 & = 1 - \frac{(n+1) - (n-1)}{(n-1)(n+1)} \\
 & = 1 - \frac{2}{n^2 - 1}
 \end{aligned}$$

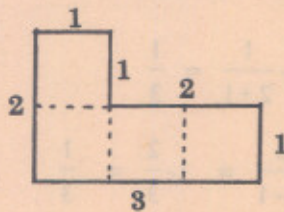
ตัวอย่าง 1.8 The figure shown below has area A. If the length of each side were doubled, what would then be the area in terms of A.



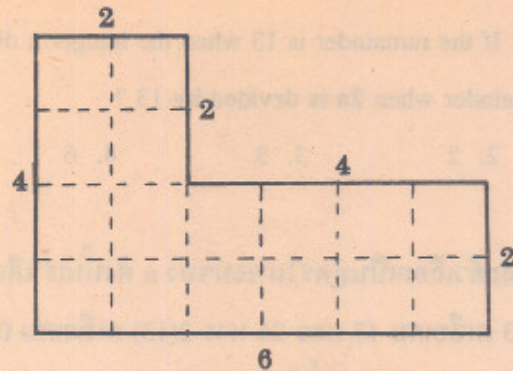
1. 2A 2. 4A 3. 6A 4. 8A 5. 10A

ตอบ 2.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ A ซึ่งเป็นพื้นที่ ดังนั้นโดยการสมมติค่าที่เหมาะสมก็สามารถตัดตัวเลือกได้ เช่นเลือกรูปแรกเป็น



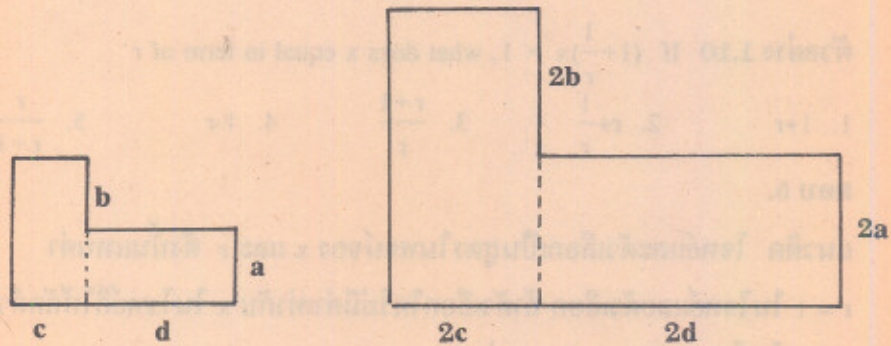
จะได้ $A = 4$ ตารางหน่วย ต่อไปขยายแต่ละด้านเป็น 2 เท่า



พื้นที่เพิ่มขึ้นเป็น $16 = 4(4) = 4A$

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1., 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง



$$A = (b+a)c + ad$$

เมื่อแต่ละด้านยาวขึ้น 2 เท่าจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ใหม่} &= (2b+2a)(2c) + (2a)(2d) \\ &= 4(b+a)c + 4ad \\ &= 4((b+a)c + ad) \\ &= 4A \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 1.9 If the remainder is 13 when the integer n divided by 26 ,

what is the remainder when $2n$ is divided by 13 ?

1. 0 2. 2 3. 3 4. 6 5. 13

ตอบ 1.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ n ดังนั้นเราเลือก $n = 13$ จะได้ว่า 26หาร 13 เหลือเศษ 13 และ 26หาร $2(13)$ เหลือเศษ 0

สรุปตัดตัวเลือก 2.,3.,4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง เพราะว่า 26 หาร n เหลือเศษ 13 เพราะฉะนั้น $n = 26k + 13$

ดังนั้น $2n = 2(26k + 13) = 26(2k + 1)$ จึงหารด้วย 26 ลงตัว

สรุป 26 หาร $2n$ เหลือเศษ 0

ตัวอย่าง 1.10 If $(1 + \frac{1}{r})x = 1$, what does x equal in term of r

1. $1+r$ 2. $r + \frac{1}{r}$ 3. $\frac{r+1}{r}$ 4. $1-r$ 5. $\frac{r}{r+1}$

ตอบ 5.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ x และ r ดังนั้นแทนค่า

$r = 1$ ในโจทย์และตัวเลือก ถ้าตัวเลือกใดไม่มีค่าเท่ากับ x ในโจทย์ก็ให้ตัดตัวเลือกนั้นทิ้งได้ จากโจทย์ $(1 + \frac{1}{r})x = 1$

$$(1 + 1)x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

แทนค่า $r = 1$ ในทุกตัวเลือกจะได้

1. 2 2. 2 3. 2 4. 0 5. $\frac{1}{2}$

สรุปตัดตัวเลือก 1.,2.,3. และ 4. ทิ้งได้

วิธีจริง $(1 + \frac{1}{r})x = 1$

$$(\frac{r+1}{r})x = 1$$

$$x = \frac{r}{r+1}$$

ตัวอย่าง 1.11 Carl averaged $2m$ miles per hour on a trip that took him h hours. If Ruth made the same trip in $\frac{2}{3}h$ hours, what was her average speed in miles per hour ?

1. $\frac{1}{3}mh$ 2. $\frac{2}{3}mh$ 3. m 4. $\frac{2}{3}m$ 5. $3m$

ตอบ 5.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของตัวแปร m, h ดังนั้นการแทนค่า m, h ที่เหมาะสมและคิดเลขได้ง่ายก็สามารถตัดตัวเลือกได้เช่น $m = 30$, $h = 3$ ดังนั้นความเร็วเฉลี่ยของ Carl เท่ากับ 60 ไมล์ / ชม. และใช้เวลา 3 ชั่วโมง ทำให้ระยะทางในการเดินทางทั้งหมดเท่ากับ $2mh = 2(30)(3) = 180$ ไมล์ Ruth ใช้เวลาเดินทาง $\frac{2}{3}h = \frac{2}{3}(3) = 2$ ชั่วโมง เพราะฉะนั้นความเร็วเฉลี่ยในการเดินทางของ Ruth เท่ากับ $\frac{180}{2} = 90$ ไมล์ / ชั่วโมง

แทนค่า $m = 30$, $h = 3$ ในทุกตัวเลือกจะได้

ตัวเลือก 1. $\frac{1}{3}mh = \frac{1}{3}(30)(3) = 30 \neq 90$

ตัวเลือก 2. $\frac{2}{3}mh = \frac{2}{3}(30)(3) = 60 \neq 90$

ตัวเลือก 3. $m = 30 \neq 90$

ตัวเลือก 4. $\frac{2}{3}m = \frac{2}{3}(30) = 20 \neq 90$

ตัวเลือก 5. $3m = 3(30) = 90$

สรุปตัดตัวเลือก 1., 2., 3., และ 4. ทิ้งได้

วิธีจริง ระยะทางทั้งหมด = ความเร็วเฉลี่ย \times จำนวนชั่วโมง

$$= (2m) \times h$$

$$= 2mh$$

ความเร็วเฉลี่ยของ Ruth = $\frac{\text{ระยะทางทั้งหมด}}{\text{เวลาที่ใช้}}$

$$= \frac{2mh}{h}$$

$$= \frac{2}{3}h$$

$$= 3m$$

ตัวอย่าง 1.12 If $\frac{(x-p)^2 - (x-t)^2}{t-p} = x-t$ and $t \neq p$, then $x =$

1. p 2. t 3. $p-2t$ 4. $t+p$ 5. $t-p$

ตอบ 1.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของตัวแปร t และ p ดังนั้นแทน

ค่า $t = 1$, $p = 0$ ช่วยในการตัดตัวเลือกดีกว่า

จากโจทย์เมื่อแทนค่า $t = 1$, $p = 0$ จะได้ $\frac{(x-p)^2 - (x-t)^2}{t-p} = x-t$

$$\frac{(x-0)^2 - (x-1)^2}{1-0} = x-1$$

$$x^2 - x^2 + 2x - 1 = x - 1$$

$$x = 0$$

แทนค่า $p = 0$, $t = 1$ ในทุกตัวเลือกจะได้

1. 0 2. 1 3. -2 4. 1 5. 1

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2., 3., 4., และ 5. ทิ้งได้

$$\text{วิธีจริง} \quad \frac{(x-p)^2 - (x-t)^2}{t-p} = x-t$$

$$(x-p)^2 - (x-t)^2 = (x-t)(t-p)$$

$$x^2 - 2xp + p^2 - x^2 + 2xt - t^2 = xt - xp - t^2 + pt$$

$$-xp + p^2 + xt - pt = 0$$

$$x(t-p) - p(t-p) = 0$$

$$(x-p)(t-p) = 0$$

เพราะว่า $t-p \neq 0$ เพราะฉะนั้น $x-p=0$ สรุป $x=p$

ตัวอย่าง 1.13 A certain car travels h miles on $\frac{p}{2}$ gallons of fuel. What is the total number of gallons of fuel that 5 such car use if each car travels 250 miles ?

1. $\frac{125p}{h}$ 2. $\frac{625h}{p}$ 3. $\frac{625p}{h}$ 4. $\frac{1250p}{h}$ 5. $\frac{2500h}{p}$

ตอบ 3.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของตัวแปร h และ p ดังนั้นลองแทนค่า $h = 25$ ไมล์ และ $p = 10$ แกลลอน ในโจทย์และตัวเลือกจะได้ว่ารถยนต์วิ่ง 25 ไมล์ใช้น้ำมัน 5 แกลลอน ดังนั้น

รถยนต์ 1 คันวิ่งเป็นระยะทาง 250 ไมล์ต้องใช้น้ำมัน 50 แกลลอน
รถยนต์ 5 คันวิ่งเป็นระยะทาง 250 ไมล์ต้องใช้น้ำมัน $5(50)=250$ แกลลอน
ต่อไปแทนค่า $h = 25$, $p = 10$ ในตัวเลือกแต่ละตัวจะได้

$$\text{ตัวเลือก 1.} \quad \frac{125p}{h} = \frac{125(10)}{25} = 50 \neq 250$$

$$\text{ตัวเลือก 2.} \quad \frac{625h}{p} = \frac{625(25)}{10} = 1562.5 \neq 250$$

$$\text{ตัวเลือก 3.} \quad \frac{625p}{h} = \frac{625(10)}{25} = 250$$

ตัวเลือก 4. $\frac{1250p}{h} = \frac{1250(10)}{25} = 500 \neq 250$

ตัวเลือก 5. $\frac{2500h}{p} = \frac{2500(25)}{10} = 6250 \neq 25$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง โดยการเทียบบัญญัติไตรยางค์

ระยะทาง h ไมล์ ใช้น้ำมัน $\frac{p}{2}$ แกลลอน

ระยะทาง 1 ไมล์ ใช้น้ำมัน $\frac{p}{2h}$ แกลลอน

ระยะทาง 250 ไมล์ ใช้น้ำมัน $\frac{250p}{2h}$ แกลลอน

สรุปรถยนต์ 5 คัน ใช้น้ำมัน $= 5 \left(\frac{250p}{2h} \right) = \frac{625p}{h}$ แกลลอน

หมายเหตุ หน่วยของคำตอบในโจทย์ข้อนี้ต้องมีหน่วยเป็นแกลลอน แต่ตัวเลือก 2. และ 4. มี p เป็นตัวหารจึงมีหน่วยเป็น (ไมล์)²/แกลลอน
ดังนั้นตัดตัวเลือก 2. และ 4. ทิ้งไปก่อนได้เลย

ตัวอย่าง 1.14 When $\frac{x^2-9}{x}$ is divided by $\frac{x-3}{5x}$, the quotient is

1. $\frac{(x^2-9)(x-3)}{5x^2}$ 2. $\frac{5x}{x-3}$ 3. $5x(x-3)$

4. $5(x+3)$ 5. $5(x-3)$

ตอบ 4.

แนวคิด คำถามคือ $\frac{\left(\frac{x^2-9}{x}\right)}{\left(\frac{x-3}{5x}\right)}$ เท่ากับเท่าใด ดังนั้นแทนค่า x บางค่าก็ตัดตัว

เลือกได้แล้ว เช่น $x=1$ จะได้ $\frac{\left(\frac{x^2-9}{x}\right)}{\left(\frac{x-3}{5x}\right)} = \frac{\left(\frac{1-9}{1}\right)}{\left(\frac{1-3}{5}\right)} = \frac{\left(\frac{-8}{1}\right)}{\left(\frac{-2}{5}\right)} = 20$

ตัวเลือก 1. $\frac{(x^2-9)(x-3)}{5x^2} = \frac{(1-9)(1-3)}{5} = \frac{16}{5} \neq 20$

ตัวเลือก 2. $\frac{5x}{x-3} = \frac{5}{1-3} = -\frac{5}{2} \neq 20$

ตัวเลือก 3. $5x(x-3) = 5(1)(1-3) = -10 \neq 20$

ตัวเลือก 4. $5(x+3) = 5(1+3) = 20$

ตัวเลือก 5. $5(x-3) = 5(1-3) = -10 \neq 20$

สรุปตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง $\frac{x^2-9}{x} \div \frac{x-3}{5x} = \frac{(x^2-9)(5x)}{x(x-3)}$
 $= \frac{(x-3)(x+3)(5x)}{x(x-3)}$
 $= 5(x+3)$

ตัวอย่าง 1.15 If a taxi driver charge x cents for the first quarter-mile of a trip and $\frac{x}{5}$ cents for each additional quarter-mile, what is the charge, in cents, for a trip whose distance in miles is whole number y ?

1. $\frac{x+xy}{125}$

2. $\frac{4x+4xy}{5}$

3. $\frac{4x+xy}{500}$

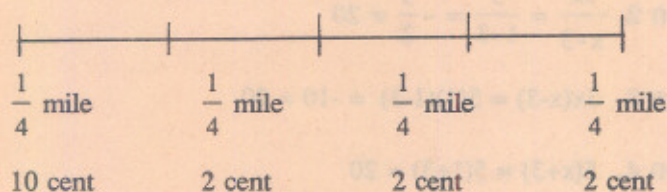
4. $\frac{4x+xy}{5}$

5. $\frac{xy}{25}$



แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของตัวแปร x, y

ลองแทนค่า $x = 10 \text{ cent}$, $y = 1 \text{ mile}$ ก็จะสามารถตัดตัวเลือกได้จากการคำนวณดังนี้



ค่าโดยสารทั้งหมดเท่ากับ 16 cent ต่อไปแทนค่า $x=10, y=1$ ในทุกตัวเลือก

ตัวเลือก 1. $\frac{x+xy}{125} = \frac{10+10(1)}{125} \neq 16$

ตัวเลือก 2. $\frac{4x+4xy}{5} = \frac{4(10)+4(10)(1)}{5} = 16$

ตัวเลือก 3. $\frac{4x+xy}{500} = \frac{4(10)+(10)(1)}{500} = \frac{1}{10} \neq 16$

ตัวเลือก 4. $\frac{4x+xy}{5} = \frac{4(10)+10(1)}{5} = 10 \neq 16$

ตัวเลือก 5. $\frac{xy}{25} = \frac{(10)(1)}{25} = \frac{10}{25} \neq 16$

สรุปตัดตัวเลือก 1., 3., 4. และ 5.ทิ้งได้

วิธีจริง ระยะทาง y ไมล์ แบ่งออกได้เป็น $4y$ quarter-mile

1 quarter-mile แรกเสียเงิน = x cent

$4y-1$ quarter-mile ที่เหลือเสียเงิน = $(4y-1)\frac{x}{5}$ cent

$$\begin{aligned}
 \text{รวมแล้วเสียเงิน} &= x + (4y-1)\frac{x}{5} \\
 &= \frac{5x + 4xy - x}{5} \\
 &= \frac{4x + 4xy}{5}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 1.16 In a certain experiment, x out every y trails were successful. If there were 40 successful trails, what was the total number of trails ?

1. $\frac{40x}{x-y}$ 2. $\frac{40y}{y-x}$ 3. $40y$
 4. $\frac{40x}{y}$ 5. $\frac{40y}{x}$

ตอบ 5.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ x และ y ดังนั้นแทนค่า $x = 2$ และ $y = 3$ จะได้ว่า

ผลสำเร็จ $x = 2$ ครั้ง เกิดจากการทดลอง $y = 3$ ครั้ง

ผลสำเร็จ 40 ครั้ง เกิดจากการทดลอง $(\frac{3}{2})(40) = 60$ ครั้ง

แทนค่า $x = 2, y = 3$ ในทุกตัวเลือกจะได้

1. -80 2. 120 3. 120 4. $\frac{80}{3}$ 5. 60

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 4. ทิ้งได้

วิธีจริง ผลสำเร็จ x ครั้ง เกิดจากการทดลอง y ครั้ง

ผลสำเร็จ 1 ครั้ง เกิดจากการทดลอง $\frac{y}{x}$ ครั้ง

ผลสำเร็จ 40 ครั้ง เกิดจากการทดลอง $\frac{y}{x}(40)$ ครั้ง

ตัวอย่าง 1.17 A telegram of w words, where w is greater than 10, is sent.

If the rate is 90 cents for the first 10 words and 12 cents for each additional word, which of the following gives the cost, in cents, of the telegram ?

1. $90+12(w-10)$ 2. $90+12(10-w)$ 3. $9+12w$
 4. $90+12w$ 5. $90-12w$

ตอบ 1.

แนวคิด ค่าส่งโทรเลขคิดเป็นคำๆดังนี้ 10 คำแรกราคา 10 cents

ส่วนที่เกิน 10 คำเสียค่าส่งคำละ 12 cents

จะเห็นได้ว่าโจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ ตัวแปร w

ดังนั้นแทนค่า $w = 11$ คำก็สามารถตัดตัวเลือกได้แล้ว

จากโจทย์เมื่อ $w = 11$ จะเสียค่าส่ง 10 คำแรกเป็นเงิน 10 cents อีก 1 คำที่เหลือเสียค่าส่ง 12 cents รวมแล้วเสียเงินทั้งหมดเท่ากับ $90+12 = 102$ cents

ต่อไปแทนค่า $w = 11$ ในทุกตัวเลือกจะได้

1. 102 2. 78 3. 141 4. 222 5. -42

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2., 3., 4. และ 5.ทิ้งได้

วิธีจริง ค่าส่ง w คำคิดค่าส่งดังนี้

10 คำแรก เสียเงิน 90 cents

$w-10$ คำที่เหลือ เสียเงินคำละ 12 cent คิดเป็นเงิน $12(w-10)$ cents

รวมเสียเงินทั้งหมด = $90+12(w-10)$ cents.

ตัวอย่าง 1.18 Trucking transportation rates are x dollars per metric per kilometer. How much does it cost, in dollars, to transport one dozen cars, which weigh two metric tons each, n kilometers by truck ?

1. $\frac{x}{12n}$ 2. $\frac{x}{24n}$ 3. $\frac{xn}{24}$
 4. $12xn$ 5. $24xn$

ตอบ 5.

แนวคิด ค่าขนส่ง x dollars ต่อตัน ต่อกิโลเมตร

โจทย์ถามว่ารถยนต์จำนวน 12 คัน หนักคันละ 2 ตัน ขนส่งเป็นระยะทาง n กิโลเมตร จะเสียค่าใช้จ่ายเท่าใด จะเห็นได้ว่าโจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ x, n แทนค่า $x=1, n=1$ จะได้น้ำหนักทั้งหมด $= (12)(2) = 24$ ตัน ดังนั้นค่าขนส่ง $= (24)(x)(n) = (24)(1)(1) = 24$ dollars

แทนค่า $x = 1, n = 1$ ในทุกตัวเลือกจะได้

1. $\frac{1}{12}$ 2. $\frac{1}{24}$ 3. $\frac{1}{24}$
 4. 12 5. 24

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 4. ทิ้งได้

วิธีจริง รถยนต์ 1 โหล จำนวน 12 คัน น้ำหนักรวม $= (12)(2) = 24$ ตัน

ค่าขนส่งระยะทาง n กิโลเมตร $= (24)(x)(n) = 24xn$ dollars

ตัวอย่าง 1.19 If $y > 0$, which of the following is equal to $\sqrt{48y^3}$

1. $4y\sqrt{3y}$ 2. $3y\sqrt{4y}$ 3. $2\sqrt{12y}$
 4. $3\sqrt{8y}$ 5. $16y\sqrt{3y}$

ตอบ 1.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ y แทนค่า $y = 1$ จะได้ว่า

โจทย์ $\sqrt{48y^3} = \sqrt{48}$ ค่าของตัวเลขในแต่ละตัวเลือกคือ

1. $4\sqrt{3}$ 2. $3\sqrt{4}$ 3. $2\sqrt{12}$

4. $3\sqrt{8}$ 5. $16\sqrt{3}$

ต่อไปใช้การยกกำลัง 2 ทั้งโจทย์และตัวเลือกจะได้ $(\sqrt{48})^2 = 48$

ตัวเลือกแต่ละตัวเมื่อยกกำลัง 2 จะได้ค่าตัวเลขเป็น

1. 48 2. 36 3. 48

4. 72 5. 768

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2., 4. และ 5. ทิ้งได้

ต่อไปแทนค่า $y = 2$ ก็จะตัดตัวเลือก 3. ทิ้งได้อีก

$$\begin{aligned} \text{วิธีจริง โดยการจัดรูปทางพีชคณิตจะได้ } \sqrt{48y^3} &= \sqrt{48} \sqrt{y^2} \sqrt{y} \\ &= (\sqrt{4 \cdot 4 \cdot 3}) y \sqrt{y} \\ &= 4\sqrt{3} y \sqrt{y} \\ &= 4y \sqrt{3y} \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 1.20 When the integer n is divided by 6 , the remainder is 3.

Which of the following is NOT a multiple of 6 ?

1. $n-3$ 2. $n+3$ 3. $2n$

4. $3n$ 5. $4n$

ตอบ 4.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ n

โจทย์บอกว่า n หารด้วย 6 เหลือเศษ 3

ดังนั้นเราเลือก $n = 3$, มาแทนค่าจะได้ว่าค่าแต่ละตัวเลือกเป็น

1. 0 2. 6 3. 6
4. 9 5. 12

เพราะว่า 6 ทหาร 9 ไม่ลงตัว เพราะฉะนั้นเลือกตัวเลือก 4. เป็นคำตอบได้เลย

ตัวอย่าง 1.21 How many apples can be bought for c cents if n apples cost d cents ?

1. $\frac{nc}{d}$ 2. $\frac{nd}{c}$ 3. $\frac{cd}{n}$
4. $\frac{d}{c}$ 5. nc

ตอบ 1.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของตัวแปร c, d, n

สมมติจำนวนผล apples $n = 10$ ผลราคา $d = 20$ cents จะได้ว่า apple ผลละ 2

cents ดังนั้นจำนวนเงิน $c = 40$ cents สามารถซื้อผล apples ได้ 20 ผล

แทนค่า $n = 10, d = 20, c = 40$ ในทุกตัวเลือกเพื่อดูว่าตัวเลือกใดได้จำนวน

ของ apples เท่ากับ 20 ผลบ้าง

$$\text{ตัวเลือก 1. } \frac{nc}{d} = \frac{(10)(40)}{20} = 20$$

$$\text{ตัวเลือก 2. } \frac{nd}{c} = \frac{(10)(20)}{40} = 5 \neq 20$$

$$\text{ตัวเลือก 3. } \frac{cd}{n} = \frac{(40)(20)}{10} = 80 \neq 20$$

$$\text{ตัวเลือก 4. } \frac{d}{c} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2} \neq 20$$

$$\text{ตัวเลือก 5. } nc = (10)(40) = 400 \neq 20$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2., 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

หมายเหตุ การแทนค่า c , n และ d โดยให้ $c = d$ จะได้จำนวน apples เท่ากับ

n ผล จะทำให้ตัดตัวเลือก 3., 4. และ 5. ทิ้งได้เร็วขึ้น

วิธีจริง โดยการเทียบบัญญัติไตรยางค์

เงิน d cents ซื้อ apples ได้ n ผล

เงิน 1 cents ซื้อ apples ได้ $\frac{n}{d}$ ผล

เงิน c cents ซื้อ apples ได้ $\frac{nc}{d}$ ผล

คำตอบที่ถูกต้องคือตัวเลือก 1.

ตัวอย่าง 1.22 A newspaper can be printed by M machines in H hours.

If 2 of the machines are not working, how many hours will it take to print the newspaper ?

1. $\frac{MH-2H}{M}$
2. $\frac{M-2}{MH}$
3. $\frac{MH+2H}{M}$
4. $\frac{MH}{M-2}$
5. $\frac{MH}{M+2}$

ตอบ 4.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของจำนวนเครื่องพิมพ์ M และจำนวนชั่วโมง H สมมติ จำนวนเครื่องพิมพ์ $M = 3$ เครื่อง พิมพ์หนังสือพิมพ์เสร็จในเวลา $H = 3$ ชั่วโมง

โดยการเทียบบัญญัติไตรยางค์เพื่อดูว่าหากเครื่องเสีย 2 เครื่องแล้วเครื่องจักรที่เหลือเพียง 1 เครื่องจะใช้เวลาพิมพ์กี่ชั่วโมง

เครื่องจักร 3 เครื่องใช้เวลาพิมพ์ 3 ชั่วโมง

เครื่องจักร 1 เครื่องใช้เวลาพิมพ์ $(3)(3) = 9$ ชั่วโมง

ต่อไปแทนค่า $M = 3$ และ $H = 3$ ในทุกตัวเลือก

ตัวเลือก 1. $\frac{MH-2H}{M} = \frac{(3)(3)-2(3)}{3} = 1 \neq 9$

ตัวเลือก 2. $\frac{M-2}{MH} = \frac{3-2}{(3)(3)} = \frac{1}{9} \neq 9$

ตัวเลือก 3. $\frac{MH+2H}{M} = \frac{(3)(3)+2(3)}{3} = 5 \neq 9$

ตัวเลือก 4. $\frac{MH}{M-2} = \frac{(3)(3)}{3-2} = 9$

ตัวเลือก 5. $\frac{MH}{M+2} = \frac{(3)(3)}{3+2} = \frac{9}{5} \neq 9$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง โดยการเทียบบัญญัติไตรยางค์

เครื่องจักร	M	เครื่องใช้เวลาพิมพ์	H	ชั่วโมง
เครื่องจักร	1	เครื่องใช้เวลาพิมพ์	MH	ชั่วโมง
เครื่องจักร	M-2	เครื่องใช้เวลาพิมพ์	$\frac{MH}{M-2}$	ชั่วโมง

คำตอบที่ถูกต้องคือตัวเลือก 4.

ตัวอย่าง 1.23 Find the cost, in cents, of 8 books if 3 books of the same kind cost D dollars.

1. $\frac{8D}{3}$ 2. $\frac{3}{800D}$ 3. $\frac{3}{8D}$

4. $\frac{800D}{3}$ 5. $\frac{108D}{3}$

ตอบ 4.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์จำนวนเงิน D dollars

สมมติค่า $D = 3$ dollars จะได้ว่าจำนวนเงินเท่ากับ 300 cents

จากโจทย์หนังสือ 3 เล่มราคา 300 cents ดังนั้นหนังสือราคาเล่มละ 100 cents

เพราะฉะนั้นหนังสือ 8 เล่มราคา 800 cents

แทนค่า $D = 3$ ในทุกตัวเลือกเพื่อดูว่าตัวเลือกใดมีค่าเป็น 800 cents

$$\text{ตัวเลือก 1. } \frac{8D}{3} = \frac{8(3)}{3} = 8 \neq 800$$

$$\text{ตัวเลือก 2. } \frac{3}{800D} = \frac{3}{800(3)} = \frac{1}{800} \neq 800$$

$$\text{ตัวเลือก 3. } \frac{3}{8D} = \frac{3}{8(3)} = \frac{1}{8} \neq 800$$

$$\text{ตัวเลือก 4. } \frac{800D}{3} = \frac{800(3)}{3} = 800$$

$$\text{ตัวเลือก 5. } \frac{108D}{3} = \frac{108(3)}{3} = 108 \neq 800$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง โดยการเทียบบัญญัติไตรยางค์

หนังสือ 3 เล่มราคา D dollars

หนังสือ 3 เล่มราคา 100D cents

หนังสือ 1 เล่มราคา $\frac{100D}{3}$ cents

หนังสือ 8 เล่มราคา $8\left(\frac{100D}{3}\right) = \frac{800D}{3}$ cents

คำตอบที่ถูกต้องคือตัวเลือก 4.

2

นำค่าตัวเลือกมาแทนค่าในโจทย์

ข้อสอบแบบนี้อาจจะพบไม่มากนัก แต่ถ้าออกสอบเมื่อไรและเรามองเห็นว่าสามารถนำค่าในตัวเลือกมาแทนค่าได้ก็จะทำให้ได้คะแนนเร็วขึ้นเช่น

รากของสมการ $x^2 - 4x + 3 = 0$

1. 0 2. 2 3. 3
4. 4 5. 5

โดยการแทนค่าก็จะได้ว่าตัวเลือก 3. $x = 3$ เป็นรากของสมการแน่นอน

ถ้า $\sqrt{2x+1} = \sqrt{x^2-3}$ แล้ว x เท่ากับเท่าใด

1. -1 2. 1 3. 2
4. -2 5. 3

โดยการแทนค่าจะพบว่า x เท่ากับ -1, 1 และ -2 ไม่ได้ นอกจากนั้นเมื่อแทนค่า $x = 3$ ก็จะได้ว่า $x = 3$ เป็นคำตอบของสมการซึ่งการได้คำตอบโดยวิธีนี้จะรวดเร็วกว่าการแก้สมการจริงๆ สำหรับการแทนค่าในแบบต่างๆศึกษาได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 2.4 The sum of two consecutive integers is 39.

Find the value of the smallest integer.

1. 11 2. 12 3. 18
4. 19 5. 20

ตอบ 4.

แนวคิด เพราะว่า

$$11 + 12 \neq 39$$

$$12 + 13 \neq 39$$

$$18 + 19 \neq 39$$

$$19 + 20 = 39$$

เพราะฉะนั้นเลือก 4. เป็นคำตอบ

วิธีจริง

$$n + (n+1) = 39$$

$$2n + 1 = 39$$

$$2n = 38$$

$$n = 19$$

ตัวอย่าง 2.5 For which of the following values of x is

$$10 < \sqrt{(x-5)(x+4)} < 11$$

1. 16 2. 15 3. 14
4. 13 5. 12

ตอบ 5.

แนวคิด จากอสมการ $10 < \sqrt{(x-5)(x+4)} < 11$

ยกกำลังสองตลอดจะได้ $100 < (x-5)(x+4) < 121$

นำค่าในตัวเลือกไปแทนค่าใน $(x-5)(x+4)$ แล้วเปรียบเทียบกับ 100 และ 121

x	(x-5)(x+4)
16	(11)(20) = 220
15	(10)(19) = 190
14	(9)(18) = 162
13	(8)(17) = 136
12	(7)(16) = 112

สรุปตัวเลือก 1., 2., 3. และ 4. ทั้งได้

หมายเหตุ ถ้า $0 < a < b < c$ แล้ว $a^2 < b^2 < c^2$

ดังนั้นเราจึงพิจารณา $100 < (x-5)(x+4) < 121$ แทนการหารากที่สองของ $(x-5)(x+4)$

ตัวอย่าง 2.6 If $\frac{3x+1}{5x-7} = \frac{3x+6}{5x-3}$ then $x = ?$

1. 1 2. 2 3. 3
4. 4 5. 5

ตอบ 3.

แนวคิด นำค่าในตัวเลือกมาแทนค่าในโจทย์ก็ตัดตัวเลือกได้แล้ว

$$\text{ตัวเลือก 1. } x = 1; \frac{3(1)+1}{5(1)-7} = \frac{4}{-2} \neq \frac{9}{2} = \frac{3(1)+6}{5(1)-3}$$

$$\text{ตัวเลือก 2. } x = 2; \frac{3(2)+1}{5(2)-7} = \frac{7}{3} \neq \frac{12}{7} = \frac{3(2)+6}{5(2)-3}$$

$$\text{ตัวเลือก 3. } x = 3; \frac{3(3)+1}{5(3)-7} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$\text{และ } \frac{3(3)+6}{5(3)-3} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

ดังนั้นเลือก $x = 3$ เป็นคำตอบได้เลย



$$\frac{3x+1}{5x-7} = \frac{3x+6}{5x-3}$$

$$(3x+1)(5x-3) = (3x+6)(5x-7)$$

$$15x^2 - 4x - 3 = 15x^2 + 9x - 42$$

$$-13x = -39$$

$$x = 3$$

ตัวอย่าง 2.7 n_1, n_2, \dots, n_{k+1} is a sequence of consecutive positive even integers and $n_1 = 2$. If $n_1 + n_2 + \dots + n_k > 2n_{k+1}$, then the least possible value of n_k is

1. 6
2. 8
3. 10
4. 12
5. 14

ตอบ 3.

แนวคิด ใช้วิธีนำค่าในตัวเลือกมาลองแทนค่าและเพราะว่าโจทย์ต้องการค่า n_k ที่มีค่าน้อยเราจึงเลือก n_k จากค่าน้อยไปหาค่ามาก

ตัวเลือก 1. $n_k = 6$; $2+4+6 = n_1+n_2+n_3 = 12$, $n_4 = 8$, $12 \not> 2(8)$

ตัวเลือก 2. $n_k = 8$; $2+4+6+8 = n_1+n_2+n_3+n_4 = 20$, $n_5 = 10$, $20 \not> 2(10)$

ตัวเลือก 3. $n_k = 10$; $2+4+6+8+10 = n_1+n_2+n_3+n_4+n_5 = 30$, $n_6 = 12$

$$2+4+6+8+10 = 30 > 2(12)$$

สรุปเลือก $n_k = 10$ เป็นคำตอบได้เสีย

วิธีจริง $n_k = 2k$; $k = 1, 2, 3, \dots$

$$n_1 + n_2 + \dots + n_k > 2n_{k+1}$$

$$2+4+6+\dots+2k > 2(2(k+1))$$

$$2(1+2+3+\dots+k) > 4(k+1)$$

$$2\left(\frac{k}{2}\right)(k+1) > 4(k+1)$$

$$k > 4$$

เพราะว่าต้องการค่า k น้อยที่สุดเพราะฉะนั้นเลือก $k=5$, $n_5 = 2(5) = 10$

ตัวอย่าง 2.8 Solve for x : $\frac{2x}{3} = \frac{x+5}{4}$

1. 2 2. 3 3. 4
4. 4.5 5. 5

ตอบ 2.

แนวคิด นำค่าในตัวเลือกแทนค่า x ในสมการของโจทย์จะได้ว่า

ตัวเลือก 1. $x = 2$; $\frac{2(2)}{3} = \frac{4}{3} \neq \frac{2+5}{4}$

ตัวเลือก 2. $x = 3$; $\frac{2(3)}{3} = 2 = \frac{3+5}{4}$

สรุปตัวเลือก 2. เป็นคำตอบได้เลย

วิธีจริง $\frac{2x}{3} = \frac{x+5}{4}$

$$4(2x) = 3(x+5)$$

$$8x = 3x+15$$

$$5x = 15$$

$$x = 3$$

ตัวอย่าง 2.9 If $4(2x-1) = 2(3x+1)$, then x equals

1. 1 2. 3 3. 5
4. 6 5. 7

ตอบ 2.

แนวคิด นำค่าในตัวเลือกไปแทนค่าในโจทย์ เช่น $x = 1$

$$4(2x-1) = 4(2(1)-1) = 4 \neq 8 = 2(3+1) = 4(3x+1)$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้งได้ ต่อไปแทนค่า $x = 3$

$$4(2x-1) = 4(2(3)-1) = 4(5) = 20$$

$$2(3x+1) = 2(3(3)+1) = 2(10) = 20$$

สรุปเลือกตัวเลือก 2. เป็นคำตอบได้เลย

วิธีจริง $4(2x-1) = 2(3x+1)$

$$8x-4 = 6x+2$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

ตัวอย่าง 2.10 If $x^2+2x-8 = 0$, then x is either - 4 or

1. -2 2. -1 3. 0

4. 1 5. 2

ตอบ 5.

แนวคิด นำค่าในตัวเลือกแทนค่าในโจทย์จะได้

ตัวเลือก 1. $x = -2$; $(-2)^2 + 2(-2) - 8 = -8 \neq 0$

ตัวเลือก 2. $x = -1$; $(-1)^2 + 2(-1) - 8 = -9 \neq 0$

ตัวเลือก 3. $x = 0$; $0^2 + 2(0) - 8 = -8 \neq 0$

ตัวเลือก 4. $x = 1$; $1^2 + 2(1) - 8 = -5 \neq 0$

ตัวเลือก 5. $x = 2$; $2^2 + 2(2) - 8 = 0$

สรุปเลือกตัวเลือก 5. เป็นคำตอบ

วิธีจริง $x^2 + 2x - 8 = 0$

$$(x+4)(x-2) = 0$$

$$x = -4, 2$$

หมายเหตุ ถ้า $-4, k$ เป็นรากของสมการ $x^2 + 2x - 8 = 0$ แล้ว $-4k = -8$

ดังนั้น $k = 2$ เป็นการได้คำตอบเร็วที่สุด

ตัวอย่าง 2.11 The square root of 17956 is exactly

1. 132
2. 133
3. 134
4. 135
5. 137

ตอบ 3.

แนวคิด ตัวเลขในทุกตัวเลขมีเพียง 134 ตัวเดียวเท่านั้นที่ยกกำลังสองแล้วมีหลักหน่วยเป็นเลข 6 ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง ยกกำลังสองของตัวเลือก

ตัวเลือก 1. $132^2 = 17424$

ตัวเลือก 2. $133^2 = 17689$

ตัวเลือก 3. $134^2 = 17956$

สรุปเลือกตัวเลือก 3. เป็นคำตอบเลย

ตัวอย่าง 2.12 $a = 2(b+x)$: Solve for x in terms of a and b.

1. $\frac{ab}{2}$

2. $-\frac{ab}{2}$

3. $\frac{2a-b}{2}$

4. $\frac{a+2b}{2}$

5. $\frac{a-2b}{2}$

ตอบ 5.

แนวคิด จากสมการ $a = 2(b+x)$ จะเห็นว่าเมื่อ $a = 0$ จะได้ $2(b+x) = 0$

ดังนั้น $x = -b$ ต่อไปแทนค่า $a = 0$ ในทุกตัวเลือกเพื่อดูว่าตัวเลือกใดจะได้ค่า

เท่ากับ $-b$ บ้าง

ตัวเลือก 1. $\frac{ab}{2} = 0 \neq -b$

ตัวเลือก 2. $-\frac{ab}{2} = 0 \neq -b$

ตัวเลือก 3. $\frac{2a-b}{2} = -\frac{b}{2} \neq -b$

ตัวเลือก 4. $\frac{a+2b}{2} = b \neq -b$

ตัวเลือก 5. $\frac{a-2b}{2} = -b$

สรุปตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 4. ทิ้งได้เลย

หมายเหตุ การเท่ากันของค่า x นั้นต้องใช้ได้ทุกค่า a และ b เมื่อมีกรณีที่ตัวเลือกบางตัวมีค่าไม่เท่ากับ $x = -b$ เมื่อ $a = 0$ เราสามารถตัดตัวเลือกทิ้งได้

วิธีจริง $a = 2(b+x)$

$$b+x = \frac{a}{2}$$

$$x = \frac{a}{2} - b$$

$$= \frac{a-2b}{2}$$

ตัวอย่าง 2.13 $a = \frac{b}{1+cx}$: Solve for x in terms of a , b and c .

1. $\frac{b-a}{ac}$ 2. $\frac{a-b}{ac}$ 3. $\frac{b}{a+c}$

4. $\frac{b}{a+ac}$ 5. $b - a - ac$

ตอบ 1.

แนวคิด แทนค่า $a = 1, b = 1, c = 1$

$$\text{จะได้ } 1 = \frac{1}{1+x}$$

$$1+x=1$$

$$x=0$$

$$\text{ตัวเลือก 1. } \frac{b-a}{ac} = \frac{1-1}{1} = 0$$

$$\text{ตัวเลือก 2. } \frac{a-b}{ac} = \frac{1-1}{1} = 0$$

$$\text{ตัวเลือก 3. } \frac{b}{a+c} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \neq 0$$

$$\text{ตัวเลือก 4. } \frac{b}{a+ac} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \neq 0$$

$$\text{ตัวเลือก 5. } b-a-ac = 1-1-1 = -1 \neq 0$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 3., 4. และ 5. ทิ้งก่อน

$$\text{แทนค่า } a=1, b=2, c=3 \text{ จะได้ } 1 = \frac{2}{1+3x}$$

$$1+3x=2$$

$$3x=1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$\text{ตัวเลือก 1. } \frac{b-a}{ac} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{ตัวเลือก 2. } \frac{a-b}{ac} = \frac{1-2}{3} = -\frac{1}{3} \neq \frac{1}{3}$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2. ทิ้ง

วิธีจริง

$$a = \frac{b}{1+cx}$$

$$a + acx = b$$

$$acx = b - a$$

$$x = \frac{b-a}{ac}$$

ตัวอย่าง 2.14 If $x + 2y = 4$ and $\frac{x}{y} = 2$, then x is equal to

1. 0 2. 1 3. 2
 4. $\frac{1}{2}$ 5. $\frac{3}{2}$

ตอบ 3.

แนวคิด เพราะว่า $\frac{x}{y} = 2$ ดังนั้น $x \neq 0$ แน่นอนเราจึงตัดตัวเลือก 1.ทิ้ง

ถ้า $x = 1$ จะได้ $1 + 2y = 4$, $y = \frac{3}{2}$ ดังนั้น $\frac{x}{y} = \frac{1}{(\frac{3}{2})} \neq 2$

เพราะฉะนั้น $x = 1$ ไม่ได้เราจึงตัดตัวเลือก 2.ทิ้ง

ถ้า $x = 2$ จะได้ $2 + 2y = 4$, $y = 1$ ดังนั้น $\frac{x}{y} = 2$ ด้วย

สรุปเลือกตัวเลือก 3. $x = 2$ เป็นคำตอบ

วิธีจริง $\frac{x}{y} = 2$, $x = 2y$

$$x + 2y = 4$$

แทนค่า $x = 2y$; $2y + 2y = 4$

$$y = 1$$

สรุป $x = 2$

MATHEMATICS @ ENGLISH

รูปกรวย

รูปกรวยเหลี่ยม, รูปพีระมิด

รูปดาวห้าแฉก

cone

pyramid

pentagon

ยกตัวอย่างให้สอดคล้องกับโจทย์และตัวเลือก

การหาคำตอบที่ถูกต้องของข้อสอบแบบนี้จะเหมือนกับข้อสอบชนิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรดังนั้นต้องฝึกการเลือกคำตอบที่เหมาะสมจะได้ตัดตัวเลือกได้เร็วขึ้น ตัวอย่างเช่น

ถ้า 5 หาร x เหลือเศษ 2 และ 5 หาร y เหลือเศษ 4

แล้ว 5 หาร $4x - y$ เหลือเศษเท่ากับเท่าใด

1. 0 2. 1 3. 2

4. 3 5. 4

การหาคำตอบ เลือก $x = 2$ และ $y = 4$ ก็สอดคล้องเงื่อนไขของโจทย์ ต่อไป

เนื่องจากว่า $4x - y = 4(2) - 4 = 4$ ซึ่งหารด้วย 5 เหลือเศษ 4

เพราะฉะนั้นเลือกตัวเลือก 5. เป็นคำตอบได้ซึ่งวิธีนี้จะใช้เวลาน้อยที่สุด

ตัวอย่างต่อไป

ถ้า x, y, z เป็นจำนวนคี่บวก แล้วจำนวนในตัวเลือกใดเป็นเลขคี่

1. $x+2y+3z$

2. $x-2y+3z$

3. $2x+y+z$

4. $x^2+y^2+z^2$

5. x^2+2y+z^2

คำถามแบบนี้ควรเลือก $x = 1, y = 3, z = 5$ จะสอดคล้องเงื่อนไขของโจทย์

ตัวเลือก 1. $x+2y+3z = 1+6+15 = 22$

ตัวเลือก 2. $x-2y+3z = 1-6+15 = 10$

ตัวเลือก 3. $2x+y+z = 2+3+5 = 10$

ตัวเลือก 4. $x^2+y^2+z^2 = 1+9+25 = 35$

ตัวเลือก 5. $x^2+2y+z^2 = 1+6+25 = 32$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 5.ทิ้งได้ จะเห็นได้ว่าการแทนค่าแบบนี้จะได้คำตอบเร็วกว่าการใช้เหตุผลของระบบจำนวนเต็ม

ถ้า $A = \frac{B+4}{B-3}$ แล้ว B เท่ากับเท่าใด

1. $\frac{A+4}{A-3}$

2. $\frac{A-3}{A+4}$

3. $\frac{3A-4}{A-1}$

4. $\frac{3A+4}{A-1}$

5. $\frac{A+4}{3A-1}$

เลือก B = 4 จะได้ $A = \frac{B+4}{B-3} = \frac{4+4}{4-3} = 8$ ดังนั้น B = 4 และ A = 8

สอดคล้องเงื่อนไขของโจทย์ ต่อไปแทนค่า A = 8 ในทุกตัวเลือกเพื่อซึ่งถ้าตัว

เลือกใดไม่ได้ค่า B = 4 แสดงว่าตัวเลือกนั้นต้องผิดแน่นอน

ตัวเลือก 1. $\frac{A+4}{A-3} = \frac{8+4}{8-3} \neq 4$

ตัวเลือก 2. $\frac{A-3}{A+4} = \frac{4-3}{8+4} \neq 4$

ตัวเลือก 3. $\frac{3A-4}{A+4} = \frac{24-3}{8-1} \neq 4$

ตัวเลือก 4. $\frac{3A+4}{A-1} = \frac{24+4}{8-1} = 4$

ตัวเลือก 5. $\frac{A+4}{3A-1} = \frac{8+4}{24-1} \neq 4$

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 5.ทิ้งได้

การเลือกสิ่งทีสอดคล้องกับโจทย์และตัวเลือกขอให้ฝึกหัดจากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 3.1 If x and y are prime numbers, which of the following must be odd ?

1. $x+y$
2. $x-y$
3. xy
4. $x+y-1$
5. None of the above

ตอบ 5.

แนวคิด ใช้การยกตัวอย่าง x, y ที่เป็นจำนวนเฉพาะเช่น $x=2, y=3$ แทนค่าเข้าไปในตัวเลือกแล้วทำการตัดตัวเลือกได้เลย

ตัวเลือก 1. $x+y = 2+3 = 5$

ตัวเลือก 2. $x-y = 2-3 = -1$

ตัวเลือก 3. $xy = (2)(3) = 6$

ตัวเลือก 4. $x+y-1 = 2+3-1 = 4$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 3. และ 4. ได้ก่อน

เลือก $x = 5, y = 3$ จะได้ว่า

ตัวเลือก 1. $x+y = 5+3 = 8$

ตัวเลือก 2. $x-y = 5-3 = 2$

สรุปตัดตัวเลือก 1. และ 2. ได้อีก

ตัวเลือก 5. เป็นตัวเลือกที่ต้องการ

ตัวอย่าง 3.2 If $10 < x < 20$ and if $y - x = 2$, what is the greatest

possible value of $\frac{x}{y}$?

1. $\frac{10}{12}$
2. $\frac{18}{20}$
3. $\frac{20}{22}$
4. $\frac{12}{10}$
5. $\frac{11}{9}$

ตอบ 3.

แนวคิด $y - x = 2$

$$\frac{y}{y} - \frac{x}{y} = \frac{2}{y}$$

$$\frac{x}{y} = 1 - \frac{2}{y}$$

เพราะว่า $y = 2 + x$ และ $10 \leq x \leq 20$ ดังนั้น $12 \leq y \leq 22$

เพราะว่า $1 - \frac{2}{y}$ มากที่สุด ก็ต่อเมื่อ $\frac{2}{y}$ น้อยที่สุด

$\frac{2}{y}$ น้อยที่สุดเมื่อ y มีค่ามากที่สุดซึ่งมีค่าเท่ากับ 22

ดังนั้น $\frac{2}{y}$ มีค่าน้อยที่สุดเท่ากับ $\frac{2}{22} = \frac{1}{11}$

สรุป $\frac{x}{y}$ มีค่ามากที่สุด $= 1 - \frac{2}{y} = 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11} = \frac{20}{22}$

การตัดตัวเลือก เพราะว่า $\frac{x}{y} = 1 - \frac{2}{y} = \frac{y-2}{y} < 1$

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 4., 5.ทิ้งได้ ค่อยไปเปลี่ยนตัวที่เหลือเป็นเลขทศนิยม

ตัวเลือก 1. $\frac{10}{12} = \frac{5}{6} = 0.833$

ตัวเลือก 2. $\frac{18}{20} = \frac{9}{10} = 0.9$

ตัวเลือก 3. $\frac{20}{22} = \frac{10}{11} = 0.909$

เพราะว่ามีค่า $x = 20$ และ $y = 22$ ทำให้ $\frac{x}{y} = \frac{20}{22}$

สรุปค่ามากที่สุดของ $\frac{x}{y}$ เท่ากับ $\frac{20}{22}$

ตัวอย่าง 3.3 If n is divisible by 2 and m is divisible by 3, then which of the following must be true ?

1. $2n + 2m$ is divisible by 6
2. $3n + 2m$ is divisible by 6
3. $3n - 2m$ is divisible by 5
4. $n + m$ is divisible by 6
5. $n + m$ is not divisible by 5

ตอบ 2.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของตัวแปร m, n

เลือก $n = 2$ และ $m = 3$ จะได้ว่า n, m สอดคล้องเงื่อนไขของโจทย์

ต่อไปแทนค่า $n = 2$ และ $m = 3$ ในตัวเลือกแต่ละตัว

ตัวเลือก 1. $2n + 2m = 2(2) + 2(3) = 10$ หารด้วย 6 ลงตัว (ไม่จริง)

ตัวเลือก 2. $3n + 2m = 3(2) + 2(3) = 12$ หารด้วย 6 ลงตัว (จริง)

ตัวเลือก 3. $3n - 2m = 3(2) - 2(3) = 0$ หารด้วย 5 ลงตัว (จริง)

ตัวเลือก 4. $n + m = 2 + 3 = 5$ หารด้วย 6 ลงตัว (ไม่จริง)

ตัวเลือก 5. $n + m = 2 + 3 = 5$ หารด้วย 5 ไม่ลงตัว (ไม่จริง)

สรุปตัดตัวเลือก 1., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง $n = 2x$ และ $m = 3y$ เมื่อ x, y เป็นจำนวนเต็ม

ดังนั้น $3n + 2m = 3(2x) + 2(3y) = 6(x+y)$ หารด้วย 6 ลงตัวเป็นจริงเสมอ

ตัวอย่าง 1 If $0.6P = 0.8Q = 0.7R > 0$ which of the following is true ?

1. $Q < R < P$ 2. $P < R < Q$ 3. $R < Q < P$
 4. $Q < P < R$ 5. $R < P < Q$

ตอบ 1.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ P,Q,R ดังนั้นการสมมติค่าบางค่าก็สามารถจำแนกตัวเลือกได้

ให้ $P=10$ จะได้

$$(0.6)P = 0.8Q \quad \text{และ} \quad (0.6)P = (0.7)R$$

$$(0.6)(10) = (0.8)Q \quad \text{และ} \quad (0.6)(10) = (0.7)R$$

$$Q = \frac{6}{0.8} = \frac{60}{8} \quad \text{และ} \quad R = \frac{6}{0.7} = \frac{60}{7}$$

$$Q = 7.5 \quad \text{และ} \quad R = 8.57$$

ดังนั้น $Q < R < P$

สรุปตัดตัวเลือก 2., 3., 4. และ 5 ได้

วิธีจริง $0.6P = 0.8Q = 0.7R > 0$

$$6P = 8Q = 7R > 0$$

ดังนั้น

$$8Q = 7R \quad \text{และ} \quad 7R = 6P$$

$$\frac{8}{7}Q = R \quad \text{และ} \quad R = \frac{6}{7}P$$

เพราะว่า

$$1 < \frac{8}{7} \quad \text{และ} \quad \frac{6}{7} < 1$$

$$Q < \frac{8}{7}Q \quad \text{และ} \quad \frac{6}{7}P < P$$

$$Q < R \quad \text{และ} \quad R < P$$

เพราะฉะนั้น $Q < R < P$

ตัวอย่าง 3.5 If $P = \frac{S}{1+nr}$ and P, S, n and r are positive numbers, then

in terms of P, S and r what does n equal ?

1. $\frac{S-P}{Pr}$ 2. $\frac{S}{rP} - 1$ 3. $\frac{S-P}{r}$

4. $\frac{S}{P} - r$ 5. $\frac{Pr}{S} - 1$

ตอบ 1.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ P,S,r และ n

ดังนั้นแทนค่า P=2, S=3, r=4 ก็สามารถตัดตัวเลือกได้แล้ว

จากโจทย์ $P = \frac{S}{1+nr}$

$$2 = \frac{3}{1+n(4)}$$

$$2 + 8n = 3$$

$$n = \frac{1}{8}$$

แทนค่า P=2, S=3 และ r=4 ในทุกตัวเลือกจะได้

ตัวเลือก 1. $\frac{S-P}{Pr} = \frac{3-2}{(2)(4)} = \frac{1}{8}$

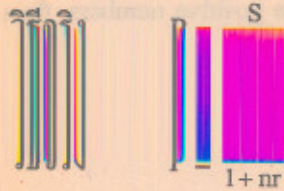
ตัวเลือก 2. $\frac{S}{rP} - 1 = \frac{3}{8} - 1 = \frac{5}{8} \neq \frac{1}{8}$

ตัวเลือก 3. $\frac{S-P}{r} = \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4} \neq \frac{1}{8}$

ตัวเลือก 4. $\frac{S}{P} - r = \frac{3}{2} - 4 = \frac{-5}{2} \neq \frac{1}{8}$

ตัวเลือก 5. $\frac{Pr}{S} - 1 = \frac{8}{3} - 1 = \frac{5}{3} \neq \frac{1}{8}$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2., 3., 4. และ 5. ทิ้งได้



$$P(1+nr) = S$$

$$1 + nr = \frac{S}{P}$$

$$nr = \frac{S}{P} - 1 = \frac{S-P}{P}$$

$$n = \frac{S-P}{Pr}$$

ตัวอย่าง 3.6 If $x+p > p > q$ and $r > y+r$, which of the following must be true ?

1. $y+r < r-x$
2. $y < x$
3. $x < y$
4. $x+p < p-y$
5. $x+p < y+r$

ตอบ 2.

แนวคิด คำถามแบบนี้ใช้เหตุผลง่ายๆ ก็ได้คำตอบแล้ว

เพราะว่า $x+p > p$ เพราะฉะนั้น $x > 0$

เพราะว่า $r > y+r$ เพราะฉะนั้น $0 > y$

สรุป $x > y$ เป็นจริงเสมอ

การตัดตัวเลือก เพราะว่าโจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของตัวแปร $x, p,$

q, r และ y ใช้การแทนค่าโดยให้ $x = 1, p = 2, q = 1, r = 1, y = -1$ จะได้

ว่า $1+2 > 2 > 1$ และ $1 > (-1)+1$ ซึ่งสอดคล้องเงื่อนไขของโจทย์

ต่อไปแทนค่าในตัวเลือกแต่ละตัวจะได้

ตัวเลือก 1. $y+r = (-1)+1 = 0 \not< 1-1 = r-x$

ตัวเลือก 2. $y = -1 < 1 = x$

ตัวเลือก 3. $x = 1 \not< -1 = y$

ตัวเลือก 4. $x + p = 1 + 2 = 3 \quad \leftarrow \quad 3 = 2 - (-1) = p - y$

ตัวเลือก 5. $x + p = 1 + 2 = 3 \quad \leftarrow \quad 0 = (-1) + 1 = y + r$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 3., 4. และ 5.ทิ้งได้เหมือนกัน

ตัวอย่าง 3.7 If $P = \frac{T(K-F)}{K}$ then $K = ?$

1. 0

2. $\frac{T(P-F)}{P}$

3. $\frac{TF}{T-P}$

4. $\frac{TF}{T+P}$

5. $\frac{TF}{P-T}$

ตอบ 3.

แนวคิด แทนค่า P, T, F ด้วยตัวเลขบางค่าที่คิดเลขง่าย ๆ แล้วหาค่า K เพื่อนำไปเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากสูตรของ K ในตัวเลือกก็สามารถตัดตัวเลือกได้ เช่น แทนค่า $P = 1, T = 2, F = 3$

จะได้จากโจทย์ว่า $P = \frac{T(K-F)}{K}$

$$1 = \frac{2(K-3)}{K}$$

$$K = 2K - 6$$

$$K = 6$$

แทนค่า $P = 1, T = 2, F = 3$ ในทุกตัวเลือกจะได้

ตัวเลือก 1. 0

ตัวเลือก 2. $\frac{T(P-F)}{P} = \frac{2(1-3)}{1} = -4$

ตัวเลือก 3. $\frac{TF}{T-P} = \frac{(2)(3)}{2-1} = 6$

ตัวเลือก 4. $\frac{TF}{T+P} = \frac{(2)(3)}{2+1} = 2$

ปัญหาเกี่ยวกับเปอร์เซ็นต์

ข้อสอบที่ถามเกี่ยวกับเปอร์เซ็นต์มีออกสอบเสมอ ดังนั้นต้องจำสูตรเกี่ยวกับเปอร์เซ็นต์ให้แม่นยำ

1. A เป็น B เปอร์เซ็นต์ของ C หมายความว่า $A = \left(\frac{B}{100}\right)C$

2. x เปอร์เซ็นต์ของ y มีค่าเท่ากับ z หมายความว่า $\left(\frac{x}{100}\right)y = z$

ในข้อสอบอาจจะมีลักษณะที่ต้องระวังในการแปลความหมายให้ได้ว่าใครเป็นเปอร์เซ็นต์ของใคร ตัวอย่างเช่น

If 20 percent of n is 80 ,then $\frac{n}{4} = ?$

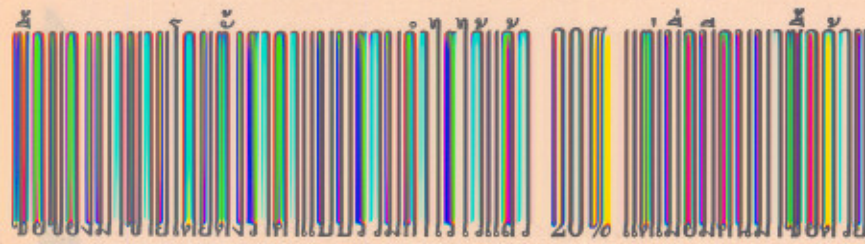
1. 100 2. 80 3. 60

4. 40 5. 20

จากความหมายของ 20 percent of n is 80 จะได้ว่า $\left(\frac{20}{100}\right)n = 80$

ดังนั้น $n = 400$ และ $\frac{n}{4} = 100$

ปัญหาเกี่ยวกับเปอร์เซ็นต์ที่ข้อสอบชอบออกสอบคือเรื่องของเปอร์เซ็นต์ที่เกี่ยวกับกำไรและขาดทุน ตัวอย่างเช่น



เงินสดจะลดราคาให้ 10% จากราคาขาย

ถามว่าจะได้กำไรกี่เปอร์เซ็นต์ของราคาต้นทุน

1. 0% 2. 8% 3. 10%
4. 12% 5. 15%

คำถามแบบนี้ขอแนะนำให้สมมติต้นทุนมีค่า 100 บาทดีที่สุด

เมื่อต้นทุน 100 บาท ราคาขายรวมกำไร 20% ก็จะมีค่าเท่ากับ 120 บาท

จากราคาขาย 120 บาทเมื่อลด 10% เหลือราคาขายเท่ากับ $(0.9)120 = 108$ บาท

ดังนั้นกำไรแท้จริงเท่ากับ $108 - 100 = 8$ บาท ซึ่งคิดเป็น 8%

ข้อควรจำ 1. ต้นทุน x บาท ราคาขายรวมกำไร r เปอร์เซ็นต์เท่ากับ

$$\left(1 + \frac{r}{100}\right)x \text{ บาท}$$

2. ราคาขาย y บาท เมื่อลดราคาขายลง p เปอร์เซ็นต์จะเหลือราคาขายเท่ากับ $\left(1 - \frac{p}{100}\right)y$ บาท

ตัวอย่างเช่น สินค้ามีราคาต้นทุน 1200 บาท ราคาขายที่รวมกำไร 25% แล้วมีค่าเท่ากับ $(1.25)(1200) = 1500$ บาท

สินค้าติดราคาขายไว้ 2500 บาท เมื่อลดราคาลง 15% จะเหลือราคาขายเท่ากับ $(0.85)(2500) = 2125$ บาท

ตัวอย่าง 4.1 If the radius of a circle is increased by 6%, then the area of the circle is increased by

1. 0.36%
2. 3.6%
3. 6%
4. 12.36%
5. 36%

ตอบ 4.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของรัศมี r

ให้รัศมีเดิมก่อนขยาย $r = 1$ พื้นที่วงกลมก่อนขยาย $= \pi r^2 = \pi(1)^2 = \pi$

รัศมีขยายออก 6% จะได้รัศมีใหม่ $r = 1 + (6\%) \text{ of } 1 = 1 + 0.06 = 1.06$

พื้นที่วงกลมใหม่ $= \pi r^2$

$$= \pi(1.06)^2 = 1.1236\pi$$

ดังนั้นพื้นที่เพิ่มขึ้น $= 1.1236\pi - \pi = 0.1236\pi$

คิดเป็นอัตราการเพิ่ม $= \frac{0.1236\pi}{\pi} \times 100 = 12.36\%$

วิธีจริง สมมติตัวแปร เดิมวงกลมรัศมี r พื้นที่วงกลม $= \pi r^2$

เมื่อรัศมี r เพิ่มขึ้น 6% จะกลายเป็น $1.06r$

พื้นที่วงกลมใหม่หลังขยาย $= \pi(1.06r)^2$

$$= 1.1236\pi r^2$$

พื้นที่เพิ่มขึ้น $= 1.1236\pi r^2 - \pi r^2$

$$= 0.1236\pi r^2$$

เปอร์เซ็นต์การเพิ่มของพื้นที่ $= \frac{0.1236\pi r^2}{\pi r^2} \times 100 = 12.36\%$

ตัวอย่าง 4.2 If the area of a square increases by 69% then the side of

the square increases by

1. 13% 2. 30% 3. 39%
4. 69% 5. 130%

ตอบ 2.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส

ให้พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสเดิมมีพื้นที่ = 1 ตารางหน่วย

ดังนั้นด้านสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาว = 1

เมื่อพื้นที่เพิ่มขึ้น 69% จะมีพื้นที่ใหม่ = $1 + 69\% \text{ of } 1 = 1 + 0.69 = 1.69$

เพราะว่า $1.69 = (1.3)^2$ เพราะฉะนั้นด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหม่ = 1.3

ความยาวของด้านที่เพิ่มขึ้น = 0.3 คิดเป็น 30% ของของเดิม

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง สมมติ เดิมสี่เหลี่ยมจัตุรัสเดิมมีความยาวด้าน = x

พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสเดิม = x^2 ตารางหน่วย

เมื่อพื้นที่ขยายออก 69% จะได้พื้นที่ใหม่ = $x^2 + 69\% \text{ of } x^2$

$$= x^2 + 0.69x^2$$

$$= 1.69x^2$$

$$= (1.3x)^2$$

ให้ y เป็นความยาวด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ขยายแล้ว ดังนั้น

$$y^2 = (1.3x)^2$$

$$y = 1.3x$$

ความยาวด้านที่เพิ่มขึ้น = $1.3x - x = 0.3x$

เปอร์เซ็นต์ของความยาวด้านที่เพิ่มขึ้น = $\frac{0.3x}{x} \times 100 = 30\%$

ตัวอย่าง 4.3 What is 1 percent of 0.023 ?

1. 0.00023 2. 0.0023 3. 0.23
4. 2.3 5. 23

ตอบ 1.

แนวคิด 1 เปอร์เซ็นต์ของจำนวนบวก x ต้องน้อยกว่า x เสมอ

เพราะฉะนั้น 1 เปอร์เซ็นต์ของ 0.023 ต้องน้อยกว่า 0.023

ดังนั้นตัดตัวเลือก 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง 1 เปอร์เซ็นต์ของ 0.023 เท่ากับ $\frac{1}{100} \times (0.023) = 0.00023$

ตัวอย่าง 4.4 Successive discounts of 20% and 15% are equal to a single discount of

1. 30% 2. 32% 3. 34%
4. 35% 5. 36%

ตอบ 2.

แนวคิด สมมติราคาเริ่มต้นเป็น 100 ก็ทำให้ได้คำตอบแล้ว

ลด 20% จะเหลือราคา = $(0.8)100 = 80$

ลดจาก 80 อีก 15% จะเหลือราคา = $(0.85)80 = 68$

สรุปจาก 100 เหลือ 68 เป็นการลดราคาครั้งเดียว 32%

ตัวอย่าง 4.5 If the side of the square increases by 40% then the area of

the square increases by ?

1. 16%
2. 40%
3. 96%
4. 116%
5. 140%

ตอบ 3.

แนวคิด สมมติให้สี่เหลี่ยมจัตุรัสเดิมมีความยาวด้าน = 1 ก็ช่วยในการตัดตัว
เลือกได้ พื้นที่เดิมของสี่เหลี่ยมจัตุรัส = $1^2 = 1$

เมื่อความยาวด้านเพิ่มขึ้น 40% จะได้ความยาวใหม่ = 1.4

พื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ขยายแล้ว = $(1.4)^2 = 1.96$

ดังนั้นพื้นที่เพิ่มขึ้น = $1.96 - 1 = 0.96$

เปอร์เซ็นต์การเพิ่มของพื้นที่ = $\frac{0.96}{1} \times 100 = 96\%$

วิธีจริง สมมติความยาวเดิม = x พื้นที่เดิม = x^2

ความยาวขยายแล้ว 40% มีค่า = $1.4x$

พื้นที่ขยายแล้ว = $(1.4x)^2 = 1.96x^2$

พื้นที่เพิ่มขึ้น = $1.96x^2 - x^2 = 0.96x^2$

เปอร์เซ็นต์การเพิ่มของพื้นที่ = $\frac{0.96x^2}{x^2} \times 100 = 96\%$

ตัวอย่าง 4.6 ถ้าเส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมจัตุรัสเพิ่มขึ้นอีก 50% แล้วพื้นที่สี่

เหลี่ยมจัตุรัสจะเพิ่มขึ้นกี่เปอร์เซ็นต์

1. 50%
2. 100%
3. 125%
4. 150%
5. ไม่มีคำตอบใดถูกต้อง

ตอบ 3.

แนวคิด สมมติ ให้สี่เหลี่ยมจัตุรัสเดิมมีความยาวด้าน = 1

พื้นที่เดิมของสี่เหลี่ยมจัตุรัส = $1^2 = 1$

เส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเดิมมีความยาวด้าน = 4

เมื่อเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเพิ่มขึ้น 50% จะมีความยาวใหม่ = $4+2 = 6$

สี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ขยายแล้วมีความยาวด้าน = $\frac{6}{4} = 1.5$

พื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ขยายแล้ว = $(1.5)^2 = 2.25$

ดังนั้นพื้นที่เพิ่มขึ้น = $2.25 - 1 = 1.25$

เปอร์เซ็นต์การเพิ่มของพื้นที่ = $\frac{1.25}{1} \times 100 = 125\%$

วิธีจริง สมมติความยาวด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัสเดิม = x

พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสเดิม = x^2

เส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเดิมมีความยาวด้าน = $4x$

เส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเพิ่มขึ้น 50% จะมีความยาวใหม่ = $4x+2x = 6x$

สี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ขยายแล้วมีความยาวด้าน = $\frac{6x}{4} = 1.5x$

พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ขยายแล้ว = $(1.5x)^2 = 2.25x^2$

พื้นที่เพิ่มขึ้น = $2.25x^2 - x^2 = 1.25x^2$

เปอร์เซ็นต์การเพิ่มของพื้นที่ = $\frac{1.25x^2}{x^2} \times 100 = 125\%$

ตัวอย่าง 4.7 แม่ค้าซื้อส้มมา 30 กก. ซื้อมังคุดมา 40 กก. คิดเป็นเงินรวม 460 บาท ขายส้มได้กำไร 15% ขายมังคุดได้กำไร 20% และได้กำไรรวมกันทั้งหมด 83 บาท ถามว่าซื้อส้มมากิโลกรัมละเท่าไร

1. 5 บาท
2. 6 บาท
3. 7 บาท
4. 8 บาท
5. ไม่มีคำตอบใดถูกต้อง

ตอบ 2.

แนวคิด คำถามแบบนี้ต้องทำโดยวิธีจริงด้วยการแก้สมการเท่านั้น

ให้ $x =$ ราคาส้ม

$y =$ ราคามังคุด

เพราะฉะนั้น $30x + 40y = 460$ ----- (1)

ขายส้มได้กำไร 15% คิดเป็นเงิน $(1.15)(30x)$ บาท

ขายมังคุดได้กำไร 20% คิดเป็นเงิน $(1.20)(40y)$ บาท

เพราะว่าได้กำไร 83 บาท ดังนั้นได้เงินทั้งหมด $= 460 + 83 = 543$ บาท

เพราะฉะนั้น $(1.15)(30x) + (1.20)(40y) = 543$

$$3.45x + 48y = 543 \text{ ----- (2)}$$

$$6(1); \quad 180x + 240y = 2760 \text{ ----- (3)}$$

$$5(2); \quad 172.5x + 240y = 2715 \text{ ----- (4)}$$

$$(3)-(4); \quad 7.5x = 45$$

$$x = 6$$

สรุปซื้อส้มมาราคา 6 บาท/ กิโลกรัม

ตัวอย่าง 4.8 โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 1500 คน เป็นนักเรียนชายพูดอังกฤษได้ 280 คน นักเรียนทั้งหมดที่พูดอังกฤษได้มี 630 คน นักเรียนหญิงที่พูดอังกฤษได้คิดเป็น 40% ของกลุ่มนักเรียนหญิงทั้งหมด จำนวนนักเรียนชายมีกี่คน

1. 625 2. 650 3. 675

4. 725 5. 875

ตอบ 1.

แนวคิด นักเรียนทั้งหมด = 1500

นักเรียนทั้งหมดที่พูดอังกฤษได้ = 630

$$\text{นักเรียนหญิงที่พูดอังกฤษได้} = 630 - 280 = 350$$

เพราะว่าจำนวนนักเรียนหญิงที่พูดอังกฤษได้ = 40% ของกลุ่มนักเรียนหญิง
โดยการเทียบบัญญัติไตรยางค์

$$\text{จำนวนนักเรียนหญิง 40\% คิดเป็นจำนวนคน} = 350$$

$$\text{จำนวนนักเรียนหญิง 1\% คิดเป็นจำนวนคน} = \frac{350}{40}$$

$$\text{จำนวนนักเรียนหญิง 100\% คิดเป็นจำนวนคน} = \frac{350}{40}(100) = 875$$

$$\text{ดังนั้นจำนวนนักเรียนชายทั้งหมด} = 1500 - 875 = 625 \text{ คน}$$

ตัวอย่าง 4.9 ซื้อสินค้าราคาชิ้นละ 60 บาทจำนวน 100 ชิ้น และตั้งราคา
ขายชิ้นละ 100 บาท เพื่อทำการเพิ่มยอดขายจึงขายสินค้าในลักษณะซื้อ 3 ชิ้น
แถม 1 ชิ้น ถามว่าเมื่อขายสินค้าได้หมดจะได้กำไรที่เปอร์เซ็นต์ของต้นทุน

1. 10%
2. 20%
3. 25%
4. 33.5%
5. 40%

ตอบ 3.

$$\text{แนวคิด ต้นทุนของสินค้าทั้งหมด} = (60)(100) = 6000 \text{ บาท}$$

$$\text{ซื้อ 3 แถม 1 แสดงว่าทุกๆ 4 ชิ้นจะได้เงิน} = 3(100) = 300 \text{ บาท}$$

โดยการเทียบบัญญัติไตรยางค์

$$\begin{array}{llll} \text{ขายสินค้า} & 4 & \text{ชิ้นได้เงิน} & 300 \text{ บาท} \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} \text{ขายสินค้า} & 1 & \text{ชิ้นได้เงิน} & \frac{300}{4} \text{ บาท} \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} \text{ขายสินค้า} & 100 & \text{ชิ้นได้เงิน} & \frac{300}{4}(100) = 7500 \text{ บาท} \end{array}$$

$$\text{สรุปได้กำไร} = 7500 - 6000 = 1500$$

$$\text{เปอร์เซ็นต์ของกำไรเทียบกับต้นทุน} = \frac{1500}{6000}(100) = 25\%$$



ตัวอย่าง 4.10

What is 37.5% of $\frac{2}{3}$?

1. $\frac{1}{8}$
2. $\frac{1}{4}$
3. $\frac{3}{8}$
4. $\frac{1}{2}$
5. $\frac{3}{4}$

ตอบ 2.

แนวคิด สูตรที่ควรจำไปใช้ในการสอบคือ

A เปอร์เซ็นต์ของ B มีค่าเท่ากับ $(\frac{A}{100}) \times B$ ดังนั้น 37.5 เปอร์เซ็นต์ของ $\frac{2}{3}$ มีค่าเท่ากับ $(\frac{37.5}{100}) \times \frac{2}{3} = \frac{75}{300} = \frac{1}{4}$

ตัวอย่าง 4.11 If the enrollment in a drama school increased from 60 to 75, by what percent was the enrollment increased

1. 8%
2. 15%
3. 20%
4. 25%
5. 125%

ตอบ 4.

แนวคิด ราคาเดิม = 60

ราคาใหม่ = 75

ราคาที่เพิ่ม = 15

เปอร์เซ็นต์ที่เพิ่มขึ้น = $(\frac{15}{60})100 = 25$

ค่าตัวเลขที่ควรจำได้

$$\sqrt{2} = 1.414$$

$$\sqrt{3} = 1.732$$

$$\sqrt{5} = 2.236$$

5

อัตราส่วนเท่ากับเท่าใด

ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนเราสามารถหาคำตอบ โดยการแทนค่าบางค่าที่เหมาะสม ตัวอย่างเช่น

ถ้า $x : y = 7 : 5$ แล้ว $x+y : x-y$ เท่ากับเท่าใด

1. $2 : 1$ 2. $1 : 6$ 3. $6 : 1$
4. $1 : 3$ 5. $3 : 1$

แทนค่า $x = 7$ และ $y = 5$ ก็จะเป็นตัวเลขที่สอดคล้องอัตราส่วนของโจทย์ เพราะว่า $x+y = 12$ และ $x-y = 2$ เพราะฉะนั้น $x+y : x-y = 12 : 2 = 6 : 1$ ดังนั้นตัวเลือก 1., 2., 4. และ 5. ผิดแน่นอน

ถ้า $a : b = c : d$ แล้ว $a+c : b+d$ เท่ากับเท่าใด

1. $b : c$ 2. $c : b$ 3. $c : d$
4. $a : d$ 5. $a : c$

เลือก $a = 1, b = 2, c = 3, d = 6$ จะได้ว่า $a : b = c : d$

โจทย์ $a+c : b+d = 1+3 : 2+6 = 4 : 8 = 1 : 2$ ตัวเลือกจะได้

1. $2 : 3 \neq 1 : 2$ 2. $3 : 2 \neq 1 : 2$ 3. $3 : 6 = 1 : 2$
4. $1 : 6 \neq 1 : 2$ 5. $1 : 3 \neq 1 : 2$

เพราะฉะนั้นตัวเลือกที่ถูกต้องต้องเป็นตัวเลือก 3.

ตัวอย่าง 5.1 How many cc. of water must be added to 100 cc. of 80%

solution of boric to reduce it to a 50% solution ?

1. 30 2. 40 3. 50
4. 60 5. 80

ตอบ 4.

แนวคิด ความเข้มข้นของ boric 80% แสดงว่าในน้ำกรด 100 มีกรด boric ปนอยู่ 80

	จำนวนน้ำ ที่เพิ่มขึ้น	ปริมาตร น้ำทั้งหมด	เปอร์เซ็นต์ของ น้ำกรด boric
ตัวเลือก 1.	30	130	$\frac{80}{130}(100) \neq 50\%$
ตัวเลือก 2.	40	140	$\frac{80}{140}(100) \neq 50\%$
ตัวเลือก 3.	50	150	$\frac{80}{150}(100) \neq 50\%$
ตัวเลือก 4.	60	160	$\frac{80}{160}(100) = 50\%$
ตัวเลือก 5.	80	180	$\frac{80}{180}(100) \neq 50\%$

สรุปเลือกตัวเลือก 4. เป็นคำตอบได้เลย

วิธีจริง ให้ x เป็นปริมาณน้ำที่เติม จะได้ปริมาณน้ำทั้งหมดเท่ากับ $100+x$

เพราะว่าความเข้มข้นเท่ากับ 50%

เพราะฉะนั้น $(\frac{80}{100+x})(100) = 50$

$$\frac{160}{100+x} = 1$$

$$160 = 100 + x$$

$$x = 60$$

ตัวอย่าง 5.2 The measures of angles of a triangle are in the ratio 1 : 3 : 5.

Find the number of degrees in the measure of the smallest angle of a triangle.

1. 20 2. 40 3. 45
4. 60 5. 80

ตอบ 1.

แนวคิด จากอัตราส่วน 1 : 3 : 5 เมื่อเราให้มุมที่เล็กที่สุดเป็น 20

จะได้อัตราส่วนเป็น $1(20) : 3(20) : 5(20) = 20 : 60 : 100$

ซึ่งผลบวก $20 + 60 + 100 = 180$ พอดี

ดังนั้นเลือกมุมเล็กที่สุดเป็น 20 ได้เลย

วิธีจริง สมมติมุมเล็กที่สุดเป็น x ดังนั้นมุมทั้งสามของสามเหลี่ยมคือ

$$x, 3x, 5x \text{ และ } x + 3x + 5x = 180$$

$$9x = 180$$

$$x = 20$$

สรุปมุมเล็กที่สุดเท่ากับ 20 องศา

ตัวอย่าง 5.3 What is the ratio of y to x if $\frac{x+3y}{x-y} = \frac{3}{4}$?

1. $\frac{-15}{1}$ 2. $\frac{-5}{3}$ 3. $\frac{-1}{15}$
4. $\frac{3}{5}$ 5. $\frac{15}{1}$

ตอบ 3.

แนวคิด โจทย์ถามว่า $\frac{y}{x}$ เท่ากับเท่าใด ดังนั้นเราสามารถแทนค่า $x = 1$ แล้ว

ดูว่า $\frac{y}{1}$ เท่ากับเท่าใดแทนจะทำให้ได้คำตอบง่ายขึ้น

จากโจทย์ $\frac{x+3y}{x-y} = \frac{3}{4}$

แทนค่า $x = 1$ จะได้

$$\frac{1+3y}{4} = \frac{3}{4}$$

$$4 + 12y = 3 - 3y$$

$$15y = -1$$

$$y = \frac{-1}{15}$$

สรุป ค่าของ $\frac{y}{x}$ ต้องเท่ากับ $\frac{-1}{15}$ ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง

$$\frac{x+3y}{x-y} = \frac{3}{4}$$

$$4(x + 3y) = 3(x - y)$$

$$4x + 12y = 3x - 3y$$

$$15y = -x$$

$$\frac{y}{x} = \frac{-1}{15}$$

ตัวอย่าง 5.4 If the ratio of m to n is $\frac{7}{4}$ what is the value of $\frac{\frac{1}{\frac{m}{1}} \times \frac{m}{\frac{n}{1}}}{\frac{1}{m}}$

1. $\frac{1}{7}$

2. $\frac{1}{4}$

3. 4

4. 7

5. It can not be determined from the information given

ตอบ 5.

แนวคิด โจทย์กำหนด $\frac{m}{n} = \frac{7}{4}$ แทนค่า $m = 7, n = 4$ จะได้ว่า

$$\frac{\frac{1}{\frac{m}{1}} \times \frac{m}{\frac{n}{1}}}{\frac{1}{m}} = \frac{\frac{1}{7} \times \frac{7}{4}}{\frac{1}{7}} = \frac{\frac{1}{7} \times \frac{7}{4}}{\frac{1}{7}} = 7$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., และ 3. ทิ้งได้แน่นอน

แต่คำถามและตัวเลือกนี้ต้องลอง $m = 70, n = 40$ จะได้ $\frac{m}{n} = \frac{7}{4}$

$$\frac{\frac{\frac{1}{m} \times m}{\frac{1}{n}}}{\frac{1}{m}} = \frac{\frac{\frac{1}{70} \times 70}{\frac{1}{40}}}{\frac{1}{70}} = \frac{\frac{1 \times 70}{70 \times 40}}{\frac{1}{70}} = \frac{1 \times 70}{40 \times 70} = 70$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 4. ทิ้งได้

วิธีจริง เพราะว่า $\frac{\frac{\frac{1}{m} \times m}{\frac{1}{n}}}{\frac{1}{m}} = \frac{\frac{1 \times m}{n \times 1}}{\frac{1}{m}} = m$

เพราะฉะนั้นค่าของ $\frac{\frac{\frac{1}{m} \times m}{\frac{1}{n}}}{\frac{1}{m}}$ จึงไม่ขึ้นกับค่าอัตราส่วนของ $\frac{m}{n} = \frac{7}{4}$

ดังนั้นต้องเลือกตัวเลือก 5.

ตัวอย่าง 5.5 A man buys some shirts and some ties. The shirts cost \$7 each and the ties cost \$3 each. If the man spends exactly \$81 and buys the maximum number of shirts possible under these condition, what is the ratio of shirt to ties?

1. 5 : 3 2. 4 : 3 3. 5 : 2
4. 4 : 1 5. 3 : 2

ตอบ 5.

แนวคิด โจทย์ถามว่าเงิน 81 ซื้อเสื้อตัวละ 7 และเนคไทเส้นละ 3 เพื่อให้ได้จำนวนเสื้อมากที่สุดแล้วอัตราส่วนของจำนวนเสื้อต่อเนคไทเท่ากับเท่าใด

คำถามแบบนี้ นำค่าในตัวเลือกแทนค่าก็สามารถตัดตัวเลือกได้

ตัวเลือก 1. เสื่อ : เนคไท = 5 : 3

เสื่อ 5, เนคไท 3 ; จำนวนเงิน = $5(7) + 3(3) = 35 + 9 = 44$

เสื่อ 10, เนคไท 6 ; จำนวนเงิน = $10(7) + 6(3) = 70 + 18 = 88$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้งได้

หมายเหตุ ขอให้สังเกตว่าสัดส่วนของ เสื่อ : เนคไท ทุกกรณีต้องทำให้ราคารวมที่ซื้อหาร 81 ลงตัวจึงจะใช้ได้

ตัวเลือก 2. เสื่อ : เนคไท = 4 : 3

เสื่อ = 4, เนคไท = 3 ; จำนวนเงิน = $7(4) + 3(3) = 28 + 9 = 37$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2. ทิ้งได้

ตัวเลือก 3. เสื่อ : เนคไท = 5 : 2

เสื่อ = 5, เนคไท = 2 ; จำนวนเงิน = $7(5) + 3(2) = 35 + 6 = 41$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 3. ทิ้งได้

ตัวเลือก 4. เสื่อ : เนคไท = 4 : 1

เสื่อ = 4, เนคไท = 1 ; จำนวนเงิน = $7(4) + 3(1) = 28 + 3 = 31$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 4. ทิ้งได้

ตัวเลือก 5. เสื่อ : เนคไท = 3 : 2

เสื่อ = 3, เนคไท = 2 ; จำนวนเงิน = $7(3) + 3(2) = 21 + 6 = 27$

เสื่อ = 6, เนคไท = 4 ; จำนวนเงิน = $7(6) + 3(4) = 42 + 12 = 54$

เสื่อ = 9, เนคไท = 6 ; จำนวนเงิน = $7(9) + 3(6) = 63 + 18 = 81$

สรุปเลือกตัวเลือก 5. เป็นคำตอบได้

วิธีจริง ให้จำนวนเสือ = x

จำนวนเนคไท = y

$$7x + 3y = 81$$

$$7x = 81 - 3y$$

เพราะว่า 3 หาร $81 - 3y$ ลงตัว เพราะฉะนั้น 3 หาร $7x$ ลงตัว

แต่ 3 หาร 7 ไม่ลงตัว ดังนั้น 3 หาร x ลงตัว เพราะฉะนั้น $x = 3, 6, 9$

เมื่อ $x = 3, y = 2$ แต่ $7(3) + 3(2) = 21 + 6 = 27$

$$x = 6, y = 4 \text{ และ } 7(6) + 3(4) = 42 + 12 = 54$$

$$x = 9, y = 6 \text{ และ } 7(9) + 3(6) = 63 + 18 = 81$$

สรุป เสือ 9 ตัว และ เนคไท 6 เส้น

อัตราส่วน เสือ : เนคไท = $9 : 6 = 3 : 2$

ตัวอย่าง 5.6 A residential city block contain R one-family homes,

S two-family homes, and T apartment house. What part of the buildings

on this blocks is made up of one or two family houses ?

1. $\frac{R}{T} + \frac{S}{T}$

2. $\frac{RS}{R+S+T}$

3. $\frac{R+S}{R+S+T}$

4. $\frac{R+S}{RST}$

5. $R+S$

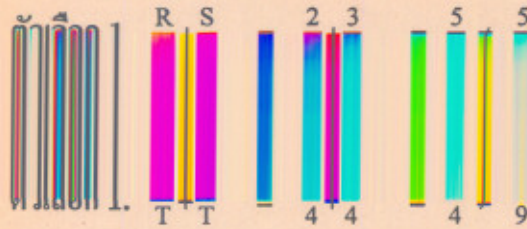
ตอบ 3.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของตัวแปร R,S,T

สมมติ $R = 2, S = 3$ และ $T = 4$ จะได้จำนวนที่พักทั้งหมด = $2+3+4 = 9$

ดังนั้นจำนวนสัดส่วนของบ้านแบบ one or two family = $\frac{2+3}{9} = \frac{5}{9}$

แทนค่า $R = 2, S = 3$ และ $T = 4$ ในทุกตัวเลือกจะได้



ตัวเลือก 2. $\frac{RS}{R+S+T} = \frac{(2)(3)}{2+3+4} = \frac{6}{9} \neq \frac{5}{9}$

ตัวเลือก 3. $\frac{R+S}{R+S+T} = \frac{2+3}{2+3+4} = \frac{5}{9}$

ตัวเลือก 4. $\frac{R+S}{RST} = \frac{2+3}{(2)(3)(4)} = \frac{5}{24} \neq \frac{5}{9}$

ตัวเลือก 5. $R+S = 2+3 = 5 \neq \frac{5}{9}$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง จำนวนที่หักทั้งหมด = $R + S + T$

จำนวนที่หักแบบ one or family = $R + S$

สรุปสัดส่วนที่หักแบบ one-family or two-family = $\frac{R+S}{R+S+T}$

ตัวอย่าง 5.7 A class contains B boys and G girls. What part of the class is boys ?

1. $\frac{B}{G}$ 2. $\frac{G}{B}$ 3. $\frac{B}{B+G}$

4. $\frac{B+G}{B}$ 5. $\frac{B}{B-G}$

ตอบ 3.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของตัวแปร B และ G

ให้จำนวนนักเรียนชาย $B = 1$ คน จำนวนนักเรียนหญิง $G = 1$ คน

ดังนั้นจำนวนคนทั้งหมดมี 2 คน ทำให้สัดส่วนนักเรียนชายในชั้น = $\frac{1}{2}$

แทนค่า $B = 1, G = 1$ ในแต่ละตัวเลือกจะได้

ตัวเลือก 1. $\frac{B}{G} = \frac{1}{1} = 1 \neq \frac{1}{2}$

ตัวเลือก 2. $\frac{G}{B} = \frac{1}{1} = 1 \neq \frac{1}{2}$

ตัวเลือก 3. $\frac{B}{B+G} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$

ตัวเลือก 4. $\frac{B+G}{B} = \frac{1+1}{1} = 2 \neq \frac{1}{2}$

ตัวเลือก 5. $\frac{B}{B-G} = \frac{B}{B-G}$ หาค่าไม่ได้

สรุปตัดตัวเลือก 1., 2., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง สัดส่วนนักเรียนชายในชั้น = $\frac{\text{number_of_boys}}{\text{number_of_all_students}}$
 $= \frac{B}{B+G}$

ตัวอย่าง 5.8 M men agreed to rent a ski lodge for a total of D dollars.

By the time they signed the contract, the priced had increased by \$ 100.

Find the amount each man had to contribute as his total share.

1. $\frac{D}{M}$ 2. $\frac{D}{M}+100$ 3. $\frac{D+100}{M}$

4. $\frac{M}{D}+100$ 5. $\frac{M+100}{D}$

ตอบ 3.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของตัวแปร M,D

สมมติ M = 10 คน และ D = 20 \$

ดังนั้นค่าเช่าสกีหลังจากขึ้นราคาแล้ว = 120

เพราะฉะนั้นเฉลี่ยแต่ละคนจ่ายเงิน $\frac{120}{10} = 12$

ตัวเลือก 1. $\frac{D}{M} = \frac{20}{10} = 2 \neq 12$

ตัวเลือก 2. $\frac{D}{M}+100 = \frac{20}{10}+100 = 102 \neq 12$

ตัวเลือก 3. $\frac{D+100}{M} = \frac{20+100}{10} = 12$

ตัวเลือก 4. $\frac{M}{D}+100 = \frac{10}{20}+100 = 100.5 \neq 12$

ตัวเลือก 5. $\frac{M+100}{D} = \frac{10+100}{20} = 5.5 \neq 12$

สรุปตัดตัวเลือก 1., 2., 4. และ 5. ทิ้ง

วิธีจริง ค่าเช่าสกีหลังจากขึ้นราคาแล้ว = $D + 100$

ดังนั้นชายแต่ละคนต้องจ่ายเงิน = $\frac{D+100}{M}$

ตัวอย่าง 5.9 In the proportion $a : b = c : d$, solve for d in terms of a, b and c .

1. $\frac{ac}{b}$ 2. $\frac{bc}{a}$ 3. $\frac{ab}{c}$

4. $\frac{a}{bc}$ 5. $\frac{bc}{d}$

ตอบ 2.

แนวคิด เพราะว่าตัวเลือก 5. มีพจน์ตัว d ดังนั้นตัดตัวเลือก 5. ทิ้งได้

แทนค่า $a = 1, b = 2$ และ $c = 2$ จะได้ว่า $a : b = c : d$

เพราะฉะนั้น $1 : 2 = 2 : d$ ดังนั้น $d = 4$

แทนค่า $a = 1, b = 2, c = 2$ ในทุกตัวเลือก

ตัวเลือก 1. $\frac{ac}{b} = \frac{(1)(2)}{2} = 1 \neq 4$

ตัวเลือก 2. $\frac{bc}{a} = \frac{(2)(2)}{1} = 4$

ตัวเลือก 3. $\frac{ab}{c} = \frac{(1)(2)}{2} = 1 \neq 4$

ตัวเลือก 4. $\frac{a}{bc} = \frac{(1)}{(2)(2)} = \frac{1}{4} \neq 4$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 3. และ 4. ทิ้งได้

วิธีจริง $a : b = c : d$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$ad = bc$$

$$d = \frac{bc}{a}$$

ตรงกับตัวเลือก 2.

ตัวอย่าง 5.10 If R planes can carry P passengers, how many planes are needed to carry M passengers ?

1. $\frac{RM}{P}$ 2. $\frac{RP}{M}$ 3. $\frac{P}{RM}$
 4. $\frac{PM}{R}$ 5. $\frac{M}{RP}$

ตอบ 1.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของจำนวนเครื่องบิน R ลำ , จำนวนคน P คน และ จำนวนคน M คน.

การตัดตัวเลือกทำได้ง่ายๆ โดยแทนค่า $M = P$ จะต้องใช้เครื่องบิน R ลำ แต่เมื่อแทนค่า $M = P$ ในทุกตัวเลือกจะได้ว่า

ตัวเลือก 3. $\frac{P}{RM} = \frac{1}{R} \neq R$

ตัวเลือก 4. $\frac{PM}{R} \neq R$

ตัวเลือก 5. $\frac{M}{RP} = \frac{1}{R} \neq R$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

ต่อไปลองแทนค่า $M = 2P$ จะได้ว่าต้องใช้เครื่องบิน 2R ลำ

ตัวเลือก 1. $\frac{RM}{P} = \frac{R(2P)}{P} = 2R$

ตัวเลือก 2. $\frac{RP}{M} = \frac{RP}{2P} = \frac{R}{2} \neq 2R$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2. ทิ้งได้

วิธีจริง โดยการเทียบบัญญัติไตรยางค์

คน P	คนต้องใช้เครื่องบิน	R	ถ้า
คน 1	คนต้องใช้เครื่องบิน	$\frac{R}{P}$	ถ้า
คน M	คนต้องใช้เครื่องบิน	$\frac{RM}{P}$	ถ้า

ตรงกับตัวเลือก 1.

หนังสือที่มีเนื้อหาเหมาะสมกับข้อสอบ GMAT และ MBA มากที่สุดคือ
คณิตศาสตร์ปรนัย เล่มที่ 9
คู่มือตัดตัวเลือกคณิตศาสตร์ ม. ต้น
 หาซื้อได้ที่ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

6

ปัญหาเกี่ยวกับอสมการ

ข้อสอบเกี่ยวกับอสมการที่พบใน GMAT และ MBA ส่วนใหญ่จะสามารถจำแนกตัวเลือกได้ว่าตัวเลือกใดถูกหรือผิดได้ด้วยการแทนค่าเช่นค่า x ที่ทำให้อสมการ $x^2 - 4x + 3 < 0$ เป็นจริงคือตัวเลือกใด

1. $x < 1$
2. $x < 3$
3. $1 < x < 3$
4. $x > 3$
5. $-1 < x < 3$

เลือก $x = 0$ ทำให้ $x^2 - 4x + 3 = 3 > 0$ แสดงว่า $x = 0$ ไม่ได้

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2. และ 5. ทิ้งได้

เลือก $x = 2$ เพื่อจะได้จำแนกตัวเลือก 3. และ 4. ให้ได้

เพราะว่า $x^2 - 4x + 3 = 4 - 8 + 3 = -1 < 0$ เพราะฉะนั้น $x = 2$ ได้

ดังนั้นตัดตัวเลือก 4. ทิ้งได้ จะเห็นได้ว่าการแทนค่าบางค่าที่เหมาะสมทำให้เราสามารถตัดตัวเลือกที่ผิดทิ้งไปได้ ตัวอย่างต่อไป

a, b, c, d เป็นจำนวนเต็มบวกและ $a > b > c$

ถ้า $a + c = b + d$ แล้วตัวเลือกใดต่อไปนี้ไม่สามารถเป็นจริงได้

1. $d > a$
2. $d = b$
3. $d > b$
4. $d > c$
5. $b > d$

เลือก $a = 4$, $b = 3$, $c = 2$ และ $d = 3$

จะได้ $a > b > c$ และ $a + c = b + d$

ตัวเลือกที่เป็นจริงได้คือ 2. และ 4.

เลือก $a = 4$, $b = 3$, $c = 1$ และ $d = 2$

จะได้ $a > b > c$ และ $a + c = b + d$

ตัวเลือกที่เป็นจริงได้คือ 4. และ 5.

เลือก $a = 4$, $b = 2$, $c = 1$ และ $d = 3$

จะได้ $a > b > c$ และ $a + c = b + d$

ตัวเลือกที่เป็นจริงได้คือ 3. และ 4.

จะเห็นว่าตัวเลือกที่เป็นจริงไม่ได้น่าจะเป็นตัวเลือก 1.

วิธีจริง โดยการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากโจทย์ $a + c = b + d$

จะได้ $b - c = a - d$

เพราะว่า $b > c$ เพราะฉะนั้น $b - c > 0$

ดังนั้น $a - d > 0$ ซึ่งจะได้ว่า $a > d$

สรุปตัวเลือกที่เป็นจริงไม่ได้คือตัวเลือก 1. $d > a$

ข้อสอบเกี่ยวกับอสมการในรูปแบบอื่นๆขอให้ดูจากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 6.1 ค่า x ที่ทำให้ $\frac{3x-1}{5} < \frac{x+13}{3}$ เป็นจริงคือข้อใด

1. $x \leq 17$
2. $x < 17$
3. $x \leq -17$
4. $x < -17$
5. $-17 \leq x \leq 17$

ตอบ 2.

แนวคิด ข้อควรจำ ถ้าสมการของโจทย์ไม่มีเครื่องหมาย = แล้วคำตอบต้องไม่มีเครื่องหมาย = ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 3. และ 5. ทิ้งไปก่อน ต่อไป

แทนค่า $x = 0$ ก็จะตัดตัวเลือกได้แล้ว

$$\text{เพราะว่า } \frac{3(0)-1}{5} = \frac{-1}{5} < \frac{13}{3} = \frac{0+13}{3}$$

เพราะฉะนั้น $x = 0$ ได้ แต่ $x = 0$ ไม่เป็นค่า x ในตัวเลือก 4.

ดังนั้นตัดตัวเลือก 4. ทิ้ง

$$\text{วิธีจริง } \frac{3x-1}{5} < \frac{x+13}{3}$$

$$9x-3 < 5x+65$$

$$4x < 68$$

$$x < 17$$

ตัวอย่าง 6.2 If $4x < 6$ then

1. $x = 1.5$
2. $x < \frac{2}{3}$
3. $x > \frac{2}{3}$
4. $x < \frac{3}{2}$
5. $x > \frac{3}{2}$

ตอบ 4.

แนวคิด เพราะว่า $4x < 6$ เพราะฉะนั้น $x = 0$ ได้

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 3. และ 5. ทิ้งได้

เพราะว่า $4x < 6$ เพราะฉะนั้น $x = 1$ ได้

เพราะฉะนั้น ตัดตัวเลือก 2. ทิ้งได้

วิธีจริง $4x < 6$

$$x < \frac{6}{4}$$

$$x < \frac{3}{2}$$

ตัวอย่าง 6.3 If $x + y > 5$ and $x - y > 3$, then which of the following gives all possible values of x and only possible values of x ?

1. $x > 3$ 2. $x > 4$ 3. $x > 5$
 4. $x < 5$ 5. $x < 3$

ตอบ 2.

แนวคิด เพราะว่า $x + y > 5$ และ $x - y > 3$

เพราะฉะนั้น $(x+y) + (x-y) > 5 + 3$

$$2x > 8$$

$$x > 4$$

ตัวเลือกที่ถูกต้องมากที่สุดคือตัวเลือก 2.

การตัดตัวเลือก $x = 0$ ทำให้ $y > 5$ และ $-y > 3$ แต่ $-y > 3$ เหมือนกับ $y < -3$ ซึ่งขัดแย้งกับ $y > 5$ ดังนั้น $x = 0$ ไม่ได้จึงตัดตัวเลือก 4. และ 5.

ทิ้งได้

ลองแทนค่า $x = 4$ จะได้ว่า $4 + y > 5$ และ $-y > 3$

$$y > 1 \text{ และ } -y > -1$$

$$y > 1 \text{ และ } y < 1$$

ซึ่งเป็นไปไม่ได้ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้งได้

ตัวอย่าง 6.4 If the average (arithmetic mean) of the 4 numbers j , k , m and n is 3.5 and $j > 6$, which of the following must be true ?

I. $k + m + n < 8$

II. $k + m < 8$

III. $k^2 < 64$

1. I only 2. II only 3. I and II
4. I and III 5. II and III

ตอบ 1.

แนวคิด เพราะว่า $\frac{j+k+m+n}{4} = 3.5$

$$j + k + m + n = (3.5)4 = 14$$

เพราะว่า $j > 6$ เพราะฉะนั้น $-j < -6$

ดังนั้น $-j + (j + k + m + n) < -6 + 14$

$$k + m + n < 8$$

สรุป I. $k + m + n < 8$ ถูกต้องเสมอ ดังนั้นตัดตัวเลือก 2. และ 5.ทิ้งไปได้
การแสดงว่า II ผิดทำได้โดยการเลือกตัวเลขบางค่าเช่น

$$j = 7, n = -100 \text{ และ } k + m = 107$$

จะได้ $j + k + m + n = 7 + (107) - 100 = 14$ ทำให้

มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.5 แต่ $k + m < 8$

ดังนั้นข้อความ II. ผิด ทำให้ตัดตัวเลือก 3.ทิ้งได้

การแสดงว่าข้อความ III. ผิดทำได้โดยการเลือก $j = 7, k = 10, m+n = -3$

$$\text{จะได้ว่า } j + k + m + n = 7 + 10 - 3 = 14$$

มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.5 แต่ $k^2 = 100 < 64$

สรุป I. เท่านั้นที่ถูกต้อง ตัวเลือกข้อนี้คือตัวเลือก 1.

60 < \sqrt{x} < 70, which of the following could be the value

of x ?

1. 3900 2. 360.5 3. 33.0
4. 8.5 5. 7.9

ตอบ 1.

แนวคิด เพราะว่า $60 < \sqrt{x} < 70$

เพราะฉะนั้น $60^2 < x < 70^2$

$$3600 < x < 4900$$

สรุป x เท่ากับ 3900 ได้

การตัดตัวเลือก

$$360.5 < 400$$

$$\sqrt{360.5} < 20 \quad \text{ดังนั้น} \quad 60 \nless \sqrt{360.5}$$

$$33.0 < 36$$

$$\sqrt{33.0} < 6 \quad \text{ดังนั้น} \quad 60 \nless \sqrt{33.0}$$

$$8.5 < 9$$

$$\sqrt{8.5} < 3 \quad \text{ดังนั้น} \quad 60 \nless \sqrt{8.5}$$

$$7.9 < 9$$

$$\sqrt{7.9} < 3 \quad \text{ดังนั้น} \quad 60 \nless \sqrt{7.9}$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2., 3., 4. และ 5.ทิ้งได้

หนังสือที่มีเนื้อหาเหมาะสมกับข้อสอบ GMAT และ MBA มากที่สุดคือ

คณิตศาสตร์ปรนัย เล่มที่ 9

คู่มือตัดตัวเลือกคณิตศาสตร์ ม. ต้น

หาซื้อได้ที่ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่าง 6.6 If $\frac{r}{3} = \frac{3}{r} > 0$, then $r = ?$

1. 3 2. $-\frac{1}{3}$ 3. -1
4. -3 5. -9

ตอบ 1.

แนวคิด เพราะว่า $\frac{3}{r} > 0$ เพราะฉะนั้น r ต้องเป็นเลขบวก

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2., 3., 4. และ 5.ทิ้งได้

วิธีจริง

$$\frac{r}{3} = \frac{3}{r}$$

$$r^2 = 9$$

$$r = \pm 3$$

เพราะว่า $r > 0$ เพราะฉะนั้น $r = 3$

ตัวอย่าง 6.7 If $x < 0 < y$, which of the following is least ?

1. $-x$ 2. x 3. 0
4. $y-x$ 5. $x-y$

ตอบ 5.

แนวคิด สมมติสิ่งที่สอดคล้องกับโจทย์แล้วทำการตัดตัวเลือกได้

เช่นเลือก $x = -1, y = 1$ จะได้ว่า $x < 0 < y$ ต่อไปดูที่ตัวเลือก

ตัวเลือก 1. $-x = -(-1) = 1$

ตัวเลือก 2. $x = -1$

ตัวเลือก 3. 0

ตัวเลือก 4. $y-x = 1-(-1) = 2$

ตัวเลือก 5. $x-y = -1-1 = -2$

สรุปตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 4. ทิ้งได้

ตัวอย่าง 6.8 If a and b are positive numbers, which of the following

statement is NOT necessarily true ?

1. $a+b > 0$
2. $a-b > 0$
3. $-a-b < 0$
4. $(-a)(b) < 0$
5. $(-a)(-b) > 0$

ตอบ 2.

แนวคิด แทนค่า $a = 1, b = 2$ จะได้ว่า

ตัวเลือก 1. $a+b = 1+2 = 3 > 0$ จริง

ตัวเลือก 2. $a-b = 1-2 = -1 > 0$ ไม่จริง

สรุปเลือกตัวเลือก 2. เป็นคำตอบได้เลย

หมายเหตุ ถ้า $a > 0$ และ $b > 0$ แล้ว $a+b > 0, -a-b < 0, (-a)(b) < 0$ และ $(-a)(-b) > 0$ เป็นจริงเสมอ

ตัวอย่าง 6.9 If $-2 \leq x \leq 10, -5 \leq y \leq 8$ and $-1 \leq z \leq 4$, what is the least possible value of $xy + yz$?

1. 15
2. -58
3. -60
4. -70
5. -90

ตอบ 4.

แนวคิด เลือก $x = 10, y = -5$ และ $z = 4$ จะได้

$$xy + yz = (10)(-5) + (-5)(4) = -50 - 20 = -70$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2. และ 3. ทิ้งได้

วิธีจริง $xy + yz = y(x+z)$ มีค่าน้อยมาก ๆ เมื่อ y และ $x+z$ มีเครื่องหมายต่างกัน ดังนั้นจากเงื่อนไขของ x, y, z

$$-2 \leq x \leq 10$$

$$-1 \leq z \leq 4$$

จะได้ $-3 \leq x+z \leq 14$

เพราะว่า $-5 \leq y \leq 8$ เพราะฉะนั้นเลือก $x+z = 14$ และ $y = -5$ จะได้
 $y(x+z) = (-5)(14) = -70$ เป็นค่าน้อยที่สุดที่เป็นไปได้

ตัวอย่าง 6.10 Which of the following is correct ?

1. $\frac{1}{3 \cdot 4} < \frac{1}{3^4} < \frac{1}{4^3}$

2. $\frac{1}{3^4} < \frac{1}{3 \cdot 4} < \frac{1}{4^3}$

3. $\frac{1}{3^4} < \frac{1}{4^3} < \frac{1}{3 \cdot 4}$

4. $\frac{1}{4^3} < \frac{1}{3^4} < \frac{1}{3 \cdot 4}$

5. $\frac{1}{3 \cdot 4} < \frac{1}{4^3} < \frac{1}{3^4}$

ตอบ 3.

แนวคิด ดูค่าทีละตัวแล้วใช้การตัดตัวเลือก

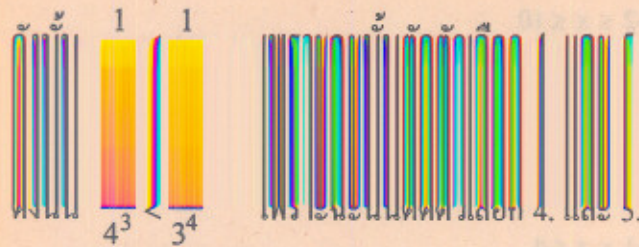
$$\frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{12} = \frac{81}{12(81)}$$

$$\frac{1}{3^4} = \frac{1}{81} = \frac{12}{12(81)}$$

ดังนั้น $\frac{1}{3 \cdot 4} < \frac{1}{3^4}$ เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1., 5.ทิ้งได้

$$\frac{1}{3^4} = \frac{1}{81} = \frac{64}{81(64)}$$

$$\frac{1}{4^3} = \frac{1}{64} = \frac{81}{81(64)}$$



วิธีจริง $\frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{3^3 \cdot 4^2}{3^4 \cdot 4^3} = \frac{432}{(81)(64)}$

$$\frac{1}{3^4} = \frac{4^3}{3^4 \cdot 4^3} = \frac{64}{81(64)}$$

$$\frac{1}{4^3} = \frac{3^4}{4^3 \cdot 3^4} = \frac{81}{81(64)}$$

$$\frac{64}{(81)(64)} < \frac{81}{(81)(64)} < \frac{432}{(81)(64)}$$

สรุป $\frac{1}{3^4} < \frac{1}{4^3} < \frac{1}{3 \cdot 4}$ ตรงกับตัวเลือก 3.

รูปสี่เหลี่ยม

MATHEMATICS © ENGLISH

รูปสี่เหลี่ยม

quadrilateral

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

square

รูปสี่เหลี่ยมคางหมู

parallelogram

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

rectangle

รูปสี่เหลี่ยมตาหมากรุก

trapezoid

รูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว

isosceles trapezoid

รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

rhombus

รูปสี่เหลี่ยมรูบ่าว

kite

ปัญหาเกี่ยวกับรากของสมการ

ในเรื่องของสมการกำลังสองเช่น $y = x^2 - 3x - 4$, $y = x^2 + 2x - 3$,

$f(x) = 4 - x - x^2$ โจทย์ชอบถามเกี่ยวกับ

1. ค่า x ที่ทำให้ $f(x) \geq 0$
2. ค่า x ที่ทำให้ $f(x) = 0$
3. ผลบวก , ผลคูณของรากของสมการ $f(x) = 0$
4. ค่าของฟังก์ชัน

ตัวอย่างเช่น

คำถาม $x^2 - 3x - 4 = 0$ มีรากเท่ากับเท่าใด

วิธีทำ เราต้องทำการแยกตัวประกอบ $x^2 - 3x - 4 = 0$

$$(x-4)(x+1) = 0$$

$$x = -1, 4$$

คำถาม $x^2 - 3x - 4 \geq 0$ เมื่อ x มีค่าเท่าไรได้บ้าง

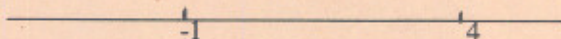
วิธีทำ 1. แยกตัวประกอบ $(x+1)(x-4) \geq 0$

2. หารากของสมการ $(x+1)(x-4) = 0$

3. เรียงค่ารากของสมการจากน้อยไปมากแล้วใส่เครื่องหมาย +, -

สลับกัน โดยเริ่มใส่เครื่องหมาย + จากขวามาซ้าย

+ - +



$$4. (x+1)(x-4) \geq 0 \text{ เมื่อ } x \leq -1 \text{ หรือ } x \geq 4$$

คำถาม รากของสมการ $2x^2 - 4x - 3 = 0$ เท่ากับเท่าใด

วิธีทำ ในกรณีที่แยกตัวประกอบไม่ได้ต้องมีการใช้สูตร

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ มีราก } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

เพราะฉะนั้นรากของสมการ $2x^2 - 4x - 3 = 0$ คือ

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)} \\ &= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 24}}{4} \\ &= \frac{4 \pm \sqrt{40}}{4} \\ &= \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{4} \\ &= 1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2} \end{aligned}$$

จากการที่เราเห็นว่า $ax^2 + bx + c = 0$ มีรากเป็น

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

และ

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 + x_2 = \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) + \left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) = \frac{-b}{a}$$

$$\begin{aligned}
 x_1 x_2 &= \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \\
 &= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} \\
 &= \frac{4ac}{4a^2} \\
 &= \frac{c}{a}
 \end{aligned}$$

สรุป สมการ $ax^2 + bx + c = 0$

$$\text{ผลบวกของราก} = \frac{-b}{a}$$

$$\text{ผลคูณของราก} = \frac{c}{a}$$

คำถาม ผลบวกของรากของสมการ $4x^2 - 4x - 3 = 0$ เท่ากับเท่าใด

วิธีทำ $a = 4, b = -4, c = -3$

$$\text{ผลบวกของรากของสมการ} = \frac{-b}{a} = \frac{-(-4)}{4} = 1$$

คำถาม ผลบวกของรากของสมการ $(x^2 + 4x - 3)(2x^2 + x - 4) = 0$

วิธีทำ $(x^2 + 4x - 3)(2x^2 + x - 4) = 0$

$$x^2 + 4x - 3 = 0 \quad \text{หรือ} \quad 2x^2 + x - 4 = 0$$

$$\text{ผลบวกของรากของสมการ } x^2 + 4x - 3 = 0 \quad \text{คือ} \quad \frac{-b}{a} = \frac{-4}{1} = -4$$

$$\text{ผลบวกของรากของสมการ } 2x^2 + x - 4 = 0 \quad \text{คือ} \quad \frac{-b}{a} = \frac{-1}{2}$$

$$\text{สรุปผลบวกของรากสมการ } (x^2 + 4x - 3)(2x^2 + x - 4) = 0 \quad \text{คือ} \quad -4 + \left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{-9}{2}$$

หมายเหตุ ในกรณีที่สมการกำลังสองมีรูปแบบเป็น $x^2 + Ax + B = 0$ จะได้ว่า

$$\text{ผลบวกของราก} = -A \quad \text{และ} \quad \text{ผลคูณของราก} = B$$

ตัวอย่าง 7.1 ค่า $\frac{7}{2}$ และ $\frac{5}{2}$ เป็นรากของสมการในตัวเลือกใด

1. $4x^2 + 24x + 35 = 0$

2. $4x^2 - 24x + 35 = 0$

3. $4x^2 + 12x + 35 = 0$

4. $4x^2 - 12x + 35 = 0$

5. $x^2 + 12x + 35 = 0$

ตอบ 2.

แนวคิด ถ้าใช้วิธีหารากของทุกตัวเลือกคงจะเสียเวลามาก ใช้เหตุผลตัดตัวเลือกดีกว่า โดยการหาผลบวกของรากในทุกตัวเลือกโดยใช้สูตร

$$\text{ผลบวกราก} = \frac{-b}{a}$$

ตัวเลือก	b	a	$\frac{-b}{a}$
1.	24	4	-6
2.	-24	4	6
3.	12	4	-3
4.	-12	4	3
5.	12	1	-12

จากโจทย์ผลบวกราก $\frac{7}{2} + \frac{5}{2} = 6$

สรุปตัดตัวเลือก 1., 3., 4. และ 5.ทิ้งได้

ตัวอย่าง 7.2 ผลบวกของรากของสมการ $x^2 - 35x + 96 = 0$ เป็นรากของสมการในตัวเลือกใด

1. $x^2 + 175x + 2285 = 0$

2. $x^2 + 50x + 2081 = 0$

3. $x^2 - 150x + 4081 = 0$

4. $x^2 - 120x + 2975 = 0$

5. $x^2 + 150x + 2081 = 0$

ตอบ 4.

แนวคิด ผลบวกของรากของสมการ $x^2 - 35x + 96 = 0$ คือ 35

แทนค่า $x = 35$ ในตัวเลือกที่ละตัวเลือก

ตัวเลือก 1. $x^2 + 175x + 2285 = 35^2 + 175(35) + 2285 = 9635 \neq 0$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้ง ทำแบบนี้ต่อไปจะได้คำตอบที่ตัวเลือก 4.

$$x^2 - 120x + 2975 = (x-35)(x-85) = 0$$

หมายเหตุ โจทย์ข้อนี้ต้องการให้เราใช้เหตุผลมากกว่าดังนี้

เพราะว่าผลคูณของรากสมการ $x^2 + Ax + B = 0$ คือ B

เพราะฉะนั้นถ้า r เป็นรากของสมการ $x^2 + Ax + B = 0$ แล้ว r ต้องหาร B ลงตัว

ดังนั้นเราใช้เหตุผลว่า 35 หาร B ลงตัวก็ต่อเมื่อ B ลงท้ายด้วยเลข 0 หรือ 5

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 2., 3. และ 5. ทิ้งไปก่อน

เพราะว่า $\frac{2285}{35} = 65.2$ เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้งได้

ตัวอย่าง 7.3 If $x^2 + 2x - 8 = 0$, then x is either -4 or

1. -2 2. -1 3. 0

4. 1 5. 2

ตอบ 5.

แนวคิด เพราะผลคูณของรากของ $x^2 + 2x - 8 = 0$ คือ -8

เมื่อรู้ว่ารากตัวแรกคือ -4 เพราะฉะนั้นรากตัวที่สองต้องเป็น 2

การตัดตัวเลือก ให้นำค่าในตัวเลือกไปแทนค่าในสมการ $x^2 + 2x - 8 = 0$

$x = 0$; $0 + 0 - 8 \neq 0$ ดังนั้นตัดข้อ 3.

$x = 1$; $1 + 2 - 8 \neq 0$ ดังนั้นตัดข้อ 4.

$x = 2$; $4 + 4 - 8 = 0$ โชคดีได้คำตอบเลย

วิธีจริง $x^2 + 2x - 8 = 0$

$$(x-2)(x+4) = 0$$

$$x = 2, -4$$

สรุปคำตอบอีกตัวหนึ่งของสมการ $x^2 + 2x - 8 = 0$ คือ 2.

ตัวอย่าง 7.4 $(8^3 \times 7) = ?$

1. 11×7 2. 24×7 3. 56×3
 4. 64×49 5. 64×56

ตอบ 5.

แนวคิด หลักหน่วยของ $8^3 \times 7 = 8 \times 8 \times 8 \times 7 = 64 \times 56 = 3584$

ดังนั้นหลักหน่วยของ $8^3 \times 7$ มีค่าเท่ากับ 4

ดูจากหลักหน่วยของผลคูณในแต่ละตัวเลือกจะเห็นได้ว่ามีเพียงตัวเลือก 5.

เพียงตัวเลือกเดียวเท่านั้นที่มีหลักหน่วยเป็นเลข 4

สรุปตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 4. ทิ้งได้

วิธีจริง $8^3 \times 7 = 8^2 \times 8 \times 7 = 64 \times 56 = 3584 = 64 \times 56$

ตัวอย่าง 7.5 If x is a number such that $x^2 - 3x + 2 = 0$

and $x^2 - x - 2 = 0$, what is the value of x ?

1. -2 2. -1 3. 0
 4. 1 5. 2

ตอบ 5.

แนวคิด ข้อสอบแบบนี้หากคนที่แยกตัวประกอบเป็นก็จะรู้สึกว่าง่าย

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-2)(x-1) = 0$$

$$x = 1, 2$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

$$x = -1, 2$$

สรุป $x = 2$ เท่านั้น

ในกรณีที่เราแยกตัวประกอบไม่เป็นก็สามารถใช้เหตุผลในการตัดตัวเลือกโดยแทนค่า x จากตัวเลือก ถ้าสมการไม่เป็นศูนย์ก็ให้ตัดตัวเลือกนั้นทิ้ง

$$x = 0; \quad x^2 - 3x + 2 = 0 - 3 + 2 \neq 0 \quad \text{ดังนั้นตัดตัวเลือก 3. ทิ้ง}$$

$$x = 1; \quad x^2 - x - 2 = 1 - 1 - 2 \neq 0 \quad \text{ดังนั้นตัดตัวเลือก 4. ทิ้ง}$$

ในการทำงานเดียวกันตัวเลือก 1. และ 2. ก็ตัดทิ้งได้

ตัวอย่าง 7.6 If $\frac{2}{x} = \sqrt{0.16}$, then x equals ?

1. -5 2. 5 3. -0.5

4. 0.5 5. 0.25

ตอบ 2.

แนวคิด $\frac{2}{x} = \sqrt{0.16}$

$$\left(\frac{2}{x}\right)^2 = (\sqrt{0.16})^2 = 0.16$$

$$\frac{4}{x^2} = 0.16 = \frac{16}{100}$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

การตัดตัวเลือก เราใช้เหตุผลว่า $\frac{2}{x} = \sqrt{0.16} > 0$

เพราะฉะนั้น $x > 0$ ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. และ 3. ทิ้งได้

เพราะว่า $x = 0.5$, $\frac{2}{x} = \frac{2}{0.5} = 4 \neq \sqrt{0.16}$

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 4. ทิ้งได้

เพราะว่า $x = 0.25$, $\frac{2}{x} = \frac{2}{0.25} = 8 \neq \sqrt{0.16}$

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 5. ทิ้งได้

ตัวอย่าง 7.7 $\sqrt{x^2 + y^2}$ is equal to

1. $x+y$
2. $x-y$
3. $(x+y)(x-y)$
4. $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2}$
5. none of these

ตอบ 5.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ x และ y

แทนค่า $x = 3$ และ $y = 4$ จะได้

โจทย์ $\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

ตัวเลือก 1. $x+y = 3+4 = 7 \neq 5$

ตัวเลือก 2. $x-y = 3-4 = -1 \neq 5$

ตัวเลือก 3. $(x+y)(x-y) = (3+4)(3-4) = -7 \neq 5$

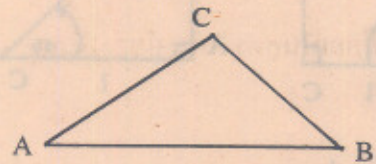
ตัวเลือก 4. $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = \sqrt{3^2} + \sqrt{4^2} = 3+4 = 7 \neq 5$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 4. ทิ้งได้

เรขาคณิต

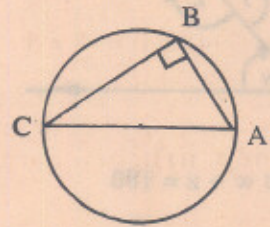
ความรู้ทางเรขาคณิตที่ต้องจำให้ได้คือ

- 1. มุมภายในของสามเหลี่ยมรวมกันมีค่าเท่ากับ 180 องศา

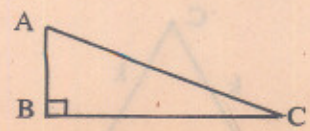


$$A + B + C = 180$$

- 2. สามเหลี่ยมที่บรรจุในวงกลมและมีฐานเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

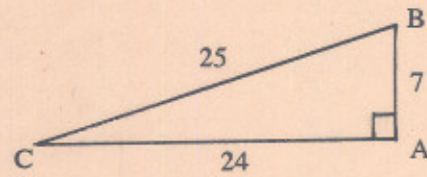
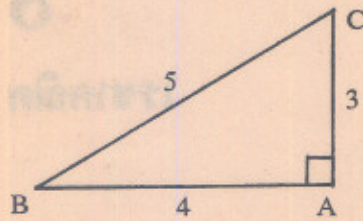


- 3. สูตรของพีทาโกรัส

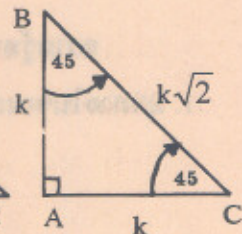
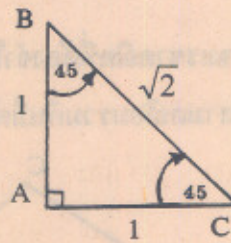
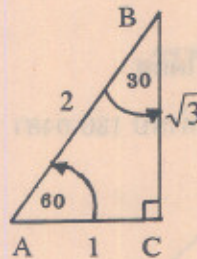
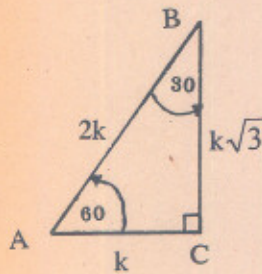


ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก $AB^2 + BC^2 = AC^2$

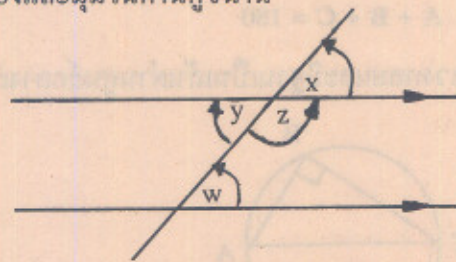
4. อัตราส่วนของด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก 3:4:5, 5:12:13, 7:24:25



5. สามเหลี่ยมด้านเท่าและสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่ข้อสอบชอบออกสอบ



6. มุมแย้งและมุมในด้าันคู่ขนาน



จะได้ว่า $x = y = w$, และ $w + z = 180$

7. พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า $ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} k^2$

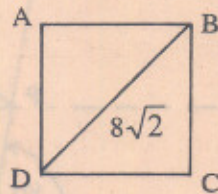


ตัวอย่าง 8.1 Find the length of side of a square whose diagonal is $8\sqrt{2}$

1. $16\sqrt{2}$ 2. $8\sqrt{2}$ 3. 8
4. $4\sqrt{2}$ 5. 4

ตอบ 3.

แนวคิด



เพราะว่า $BD > AB$ เพราะฉะนั้น $8\sqrt{2} > AB$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. และ 2. ทิ้ง

เพราะว่า $AB + AD > BD$ และ $AB = AD$

เพราะฉะนั้น $AB \neq 4$ และ $AB \neq 4\sqrt{2}$ ดังนั้นตัดตัวเลือก 4., 5. ทิ้งได้

วิธีจริง $AB^2 + AD^2 = BD^2$

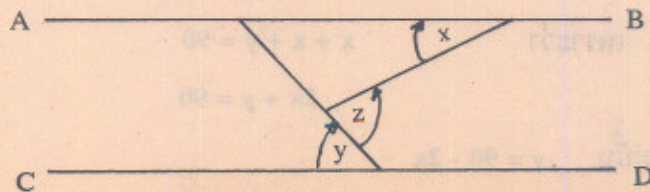
$$AB = AD : \quad AB^2 + AB^2 = (8\sqrt{2})^2 = 128$$

$$2AB^2 = 128$$

$$AB^2 = 64$$

$$AB = \sqrt{64} = 8$$

ตัวอย่าง 8.2 AB is parallel to CD , $x = 40$, $y = 80$ Find the value of z



1. 90

2. 100

3. 120



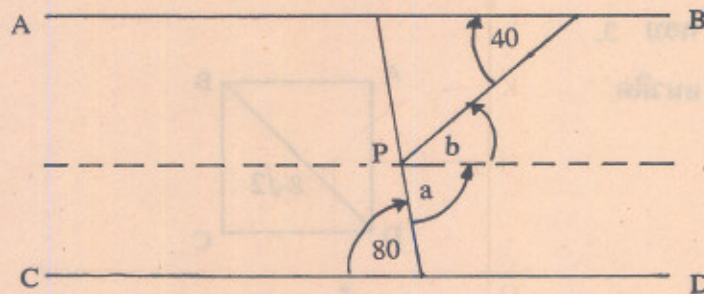
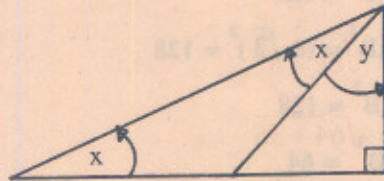
4. 145



5. 160

ตอบ 3.

แนวคิด

ลากเส้นผ่านจุด P ขนานกับ AB จะได้ว่า $a = 80$ และ $b = 40$ เพราะฉะนั้น $z = a + b = 80 + 40 = 120$ ตัวอย่าง 8.3 In the figure below, what is y in term of x ?1. $\frac{x}{2}$ 2. x 3. $\frac{90-x}{2}$ 4. $90 - x$ 5. $90 - 2x$

ตอบ 5.

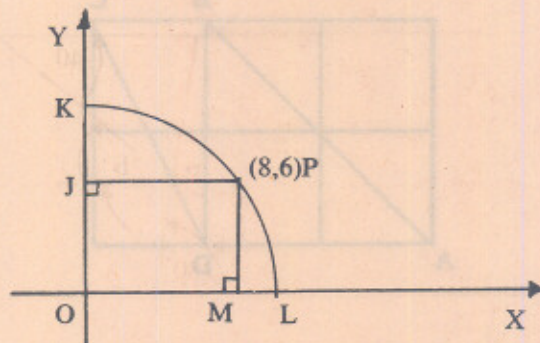
แนวคิด เพราะว่า

$$x + x + y = 90$$

$$2x + y = 90$$

เพราะฉะนั้น $y = 90 - 2x$

ตัวอย่าง 8.4 In the rectangular coordinate system below, if KL is the arc of a circle that center O , what is the length of line segment JK



1. 2. 2. 2.5 3. 3

4. 3.5 5. 4

ตอบ 5.

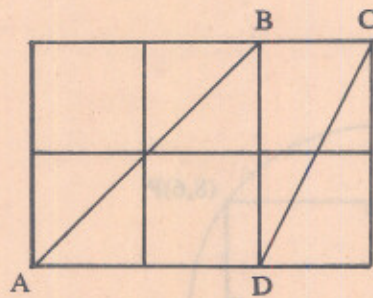
$$\begin{aligned}
 \text{แนวคิด ความยาว } OP &= \sqrt{8^2 + 6^2} \\
 &= \sqrt{64 + 36} \\
 &= \sqrt{100} \\
 &= 10
 \end{aligned}$$

$$OK = \text{รัศมีวงกลม} = OP = 10, OJ = MP = 6$$

$$\text{สรุป } KJ = OK - OJ = 10 - 6 = 4$$

ตัวอย่าง 8.5 If the rectangle below is partitioned into six squares each

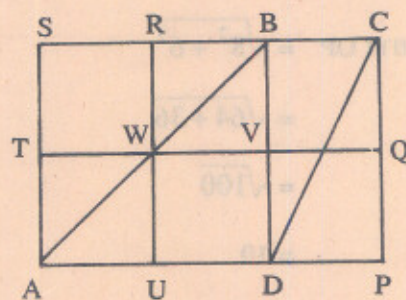
with area 4, then the area of quadrilateral ABCD is



1. 6
2. 8
3. 12
4. 18
5. 24

ตอบ 3.

แนวคิด ใส่ชื่อจุดเพิ่มเติมเพื่อความสะดวกในการเรียกชื่อ



เพราะว่าพื้นที่ $\square APCS = 6$ (พื้นที่ $\square AUWT$) = $6(4) = 24$

เพราะฉะนั้น พื้นที่ $ABCD \neq 24$ แน่แน่นอน ดังนั้นตัดตัวเลือก 5.

เพราะว่า พื้นที่ $\triangle ADB = \frac{1}{2}$ พื้นที่ $\square ADBS$

$$\text{พื้นที่ } \triangle BCD = \frac{1}{2} \text{พื้นที่ } \square BCDP$$

$$\text{เพราะฉะนั้น พื้นที่ } \square ABCD = \text{พื้นที่ } \triangle ADB + \text{พื้นที่ } \triangle BCD$$

$$= \frac{1}{2} \text{พื้นที่ } \square ADBS + \frac{1}{2} \text{พื้นที่ } \square BCDP$$

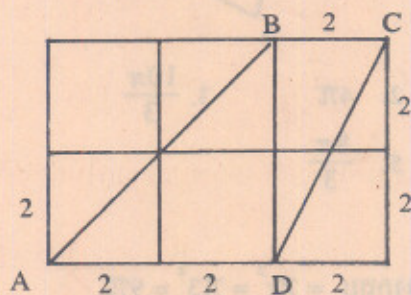
$$= \frac{1}{2} [\text{พื้นที่ } \square ADBS + \text{พื้นที่ } \square BCDP]$$

$$= \frac{1}{2} \text{พื้นที่ } \square APCS$$

$$= \frac{1}{2} (24)$$

$$= 12$$

วิธีลัด



$$AD = 4, BC = 2, BD = 4$$

$$\text{พื้นที่ } \square ADBC = \frac{1}{2} \text{สูง(ผลบวกด้านคู่ขนาน)}$$

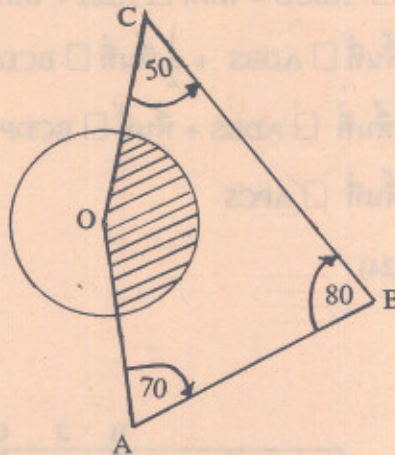
$$= \frac{1}{2} BD \cdot (AD + BC)$$

$$= \frac{1}{2} 4(4 + 2)$$

$$= 12$$

ตัวอย่าง 8.8 In the figure below, the circle with center O has radius 3.

What is the area the shaded



1. 5π 2. 4π 3. $\frac{10\pi}{3}$
 4. 3π 5. $\frac{8\pi}{3}$

ตอบ 2.

แนวคิด พื้นที่วงกลม = $\pi r^2 = \pi 3^2 = 9\pi$

มุม $\widehat{COA} = 360 - \widehat{A} - \widehat{B} - \widehat{C} = 360 - 70 - 80 - 50 = 160$

โดยการเทียบบัญญัติไตรยางค์

มุมรอบจุด 360 รองรับพื้นที่ 9π

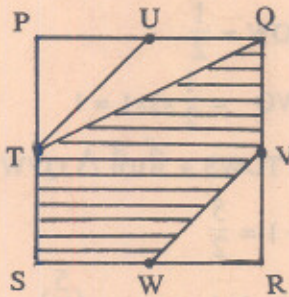
มุมรอบจุด 1 รองรับพื้นที่ $\frac{9\pi}{360}$

มุมรอบจุด 160 รองรับพื้นที่ $\frac{(9\pi)160}{360} = 4\pi$

การตัดตัวเลือก เพราะว่าพื้นที่ครึ่งวงกลม = 4.5π และส่วนแรเงามีพื้นที่

น้อยกว่าครึ่งวงกลม เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้งได้

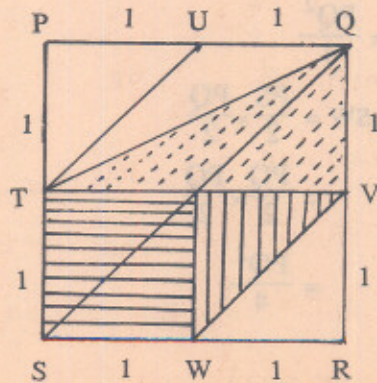
ตัวอย่าง 8.7 In the figure below, PQRS is a square and T, U, V and W are the midpoints of its sides. The ratio of the area of the shaded region to the area of the square is



1. $\frac{3}{8}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{5}{8}$
 4. $\frac{3}{4}$ 5. $\frac{7}{8}$

ตอบ 3.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของพื้นที่สี่เหลี่ยม ดังนั้นสมมติให้แต่ละด้านของสี่เหลี่ยมยาวด้านละ 2 หน่วยก็สามารถหาอัตราส่วนได้



ลากเส้น TV ตัด SQ ที่จุด O

$$\text{พื้นที่ } \square PQRS = PQ \times QR = 2 \times 2 = 4$$

$$\text{พื้นที่ } \square TOWS = 1$$

$$\text{พื้นที่ } \triangle OVW = \frac{1}{2} \times OV \times OW = \frac{1}{2}$$

$$\text{พื้นที่ } \triangle TQV = \frac{1}{2} \times TV \times VQ = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$$

$$\begin{aligned} \text{สรุปพื้นที่แรเงา} &= \text{พื้นที่ } \square TOWS + \text{พื้นที่ } \triangle OVW + \text{พื้นที่ } \triangle TQV \\ &= 1 + \frac{1}{2} + 1 = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\text{เพราะฉะนั้นอัตราส่วน } \frac{\text{shaded_area}}{\text{Area_PQRS}} = \frac{(\frac{5}{2})}{4} = \frac{5}{8}$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 4. และ 5. ทิ้งได้

$$\begin{aligned} \text{วิธีจริง พื้นที่ } \triangle TQV &= \frac{1}{2} \times TV \times VQ \\ &= \frac{1}{2} \times PQ \times \frac{QR}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times PQ \times \frac{PQ}{2} \\ &= \frac{PQ^2}{4} \end{aligned}$$

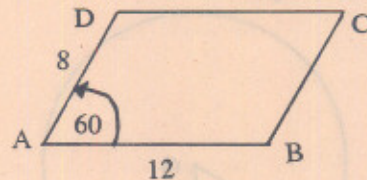
$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ } \square TOWS &= TS \times SW = \frac{PS}{2} \times \frac{PQ}{2} \\ &= \frac{PQ}{2} \times \frac{PQ}{2} \\ &= \frac{PQ^2}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ } \triangle OVW &= \frac{1}{2} \times OV \times OW = \frac{1}{2} \times \frac{PQ}{2} \times \frac{PQ}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{PQ}{2} \times \frac{PQ}{2} \\ &= \frac{PQ^2}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่แรเงา} &= \text{พื้นที่ } \triangle TQV + \text{พื้นที่ } \square TOWS + \text{พื้นที่ } \triangle OVW \\ &= \frac{PQ^2}{4} + \frac{PQ^2}{4} + \frac{PQ^2}{8} \\ &= \frac{5PQ^2}{8} \end{aligned}$$

$$\text{เพราะฉะนั้นอัตราส่วน } \frac{\text{shaded_area}}{\text{Area_PQRS}} = \frac{(\frac{5}{8}PQ^2)}{PQ^2} = \frac{5}{8}$$

ตัวอย่าง 8.8 In the figure below, the area of the parallelogram is

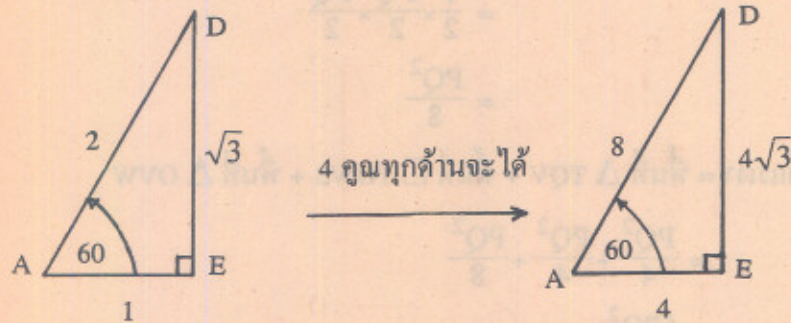


1. 40
2. $24\sqrt{3}$
3. 72
4. $48\sqrt{3}$
5. 96

ตอบ 4.

แนวคิด เพราะว่า $12 \times 8 = 96$ แต่ ABCD ไม่ใช่สี่เหลี่ยมผืนผ้า เพราะฉะนั้น พื้นที่ $\square ABCD < 96$ ดังนั้นตัดตัวเลือก 5.ทิ้งได้

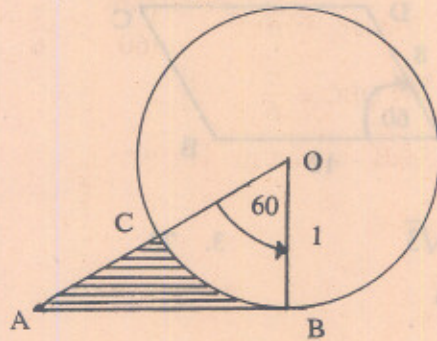
อัตราส่วนสามเหลี่ยมมุมฉากและออกสอปบอยครึ่งก



เพราะฉะนั้นความสูง $DE = 4\sqrt{3}$

สรุป พื้นที่ $\square ABCD = (4\sqrt{3})(12) = 48\sqrt{3}$

ตัวอย่าง 8.9 In the figure below, if the circle with center O has radius 1, then the area of the shaded region is



1. $\frac{\pi - \sqrt{3}}{2}$

2. $\frac{\sqrt{3} - \pi}{6}$

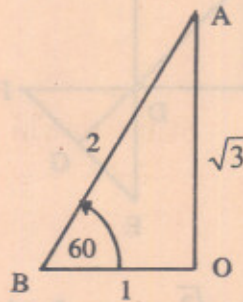
3. $\frac{3\sqrt{2} - \pi}{2}$

4. $\frac{\sqrt{3} - \pi}{2}$

5. $\frac{3\sqrt{3} - \pi}{6}$

ตอบ 5.

แนวคิด อัตราส่วนสามเหลี่ยมมุมฉากที่สำคัญและควรจำได้คือ



เพราะฉะนั้น $OA = \sqrt{3}$

$$\text{พื้นที่ } \triangle OAB = \frac{1}{2} \times OB \times OA = \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

พื้นที่วงกลมรัศมี 1 หน่วยเท่ากับ $\pi r^2 = \pi(1)^2 = \pi$

มุมรอบจุด 360 องศา รับพื้นที่ $= \pi$

มุมรอบจุด 60 องศา รับพื้นที่ $= \frac{\pi(60)}{360} = \frac{\pi}{6}$

เพราะฉะนั้นพื้นที่ส่วนโค้ง OBC $= \frac{\pi}{6}$

พื้นที่แรเงา = พื้นที่ $\triangle OAB$ - พื้นที่ส่วนโค้ง OBC

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{3\sqrt{3} - \pi}{6}$$

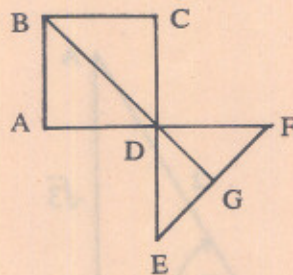
การตัดตัวเลือก เพราะว่า $\sqrt{3} = 1.732$, $\pi = 3.14$ เพราะฉะนั้น $\sqrt{3} - \pi < 0$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2. และ 4.ทิ้งได้

ตัวอย่าง 8.10 In the figure below, ABCD is a square and D is the



midpoint of CE and AF. If BC has length 2, then DG has length



1. 2

2. $\sqrt{2}$

3. 1

4. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

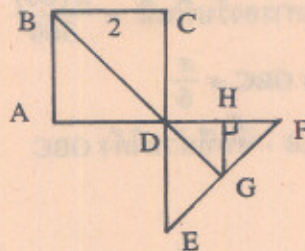
5. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

ตอบ 2.

แนวคิด $DF = AD = BC = 2$ โดยการใช้เหตุผลเปรียบเทียบจะเห็นว่า

DG อยู่ด้านตรงข้ามมุมเล็ก ดังนั้น $DG < DF = 2$

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1.ทิ้ง



ลาก GH ตั้งฉากกับ DF ที่จุด H จะได้ว่า $DH = 1$ และ $DG > DH$

ดังนั้น $DG > 1$ ทำให้ตัดตัวเลือก 3., 4., และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง $DG = \frac{1}{2}BD$ และ $BD^2 = BC^2 + DC^2 = 2^2 + 2^2 = 8$

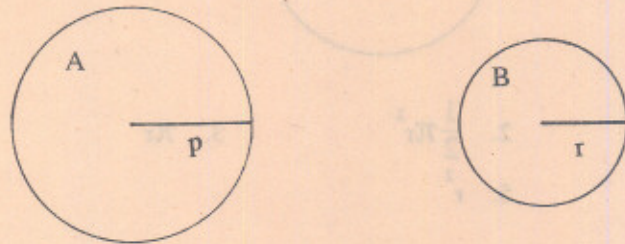
ดังนั้น $BD = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ทำให้ได้ว่า $DG = \sqrt{2}$

ตัวอย่าง 8.11 If the area of a circle of radius p is twice that of a circle of radius r , then $r =$

1. $\frac{p}{2}$
2. $\frac{p\sqrt{2}}{2}$
3. $p\sqrt{2}$
4. $2p\sqrt{2}$
5. $2p$

ตอบ 2.

แนวคิด



วงกลมรัศมี p มีพื้นที่เป็นสองเท่าของวงกลมรัศมี r

เพราะฉะนั้น p ต้องมีค่ามากกว่า r

เพราะว่า $p\sqrt{2} > p$ เพราะฉะนั้น $r \neq p\sqrt{2}$

เพราะว่า $2p\sqrt{2} > p$ เพราะฉะนั้น $r \neq 2p\sqrt{2}$

เพราะว่า $2p > p$ เพราะฉะนั้น $r \neq 2p$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 3., 4., และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง พื้นที่วงกลม $A = \pi p^2$ พื้นที่วงกลม $B = \pi r^2$

เพราะว่า $\pi p^2 = 2\pi r^2$

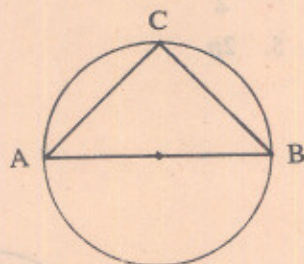
$$p^2 = 2r^2$$

$$p = \sqrt{2}r$$

ดังนั้น $r = \frac{p}{\sqrt{2}} = \frac{p\sqrt{2}}{2}$

ตัวอย่าง 8.12 In the circle below, AB is the diameter of the circle and

$AC = CB$. If the radius of the circle is r , what is the area of $\triangle ABC$ in term of r ?



1. πr^2

2. $\frac{1}{2} \pi r^2$

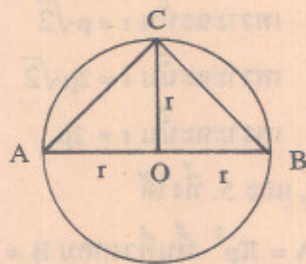
3. πr

4. $2r^2$

5. r^2

ตอบ 5.

แนวคิด AOB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม และ $AC = CB$ จะได้ว่า CO ตั้งฉากกับ AB



OC เป็นความสูงของ $\triangle ABC$ ดังนั้น

$$\text{พื้นที่ } \triangle ACB = \frac{1}{2} \times AB \times OC = \frac{1}{2} \times (2r) \times (r) = r^2$$

หมายเหตุ พื้นที่วงกลม πr^2 ดังนั้น พื้นที่ $\triangle ACB < \frac{1}{2} \pi r^2$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2.ทิ้ง

9

การประมาณค่าตัวเลข

ตัวเลขที่ขอบออกสอบเช่น $\sqrt{2}=1.414, \sqrt{3}=1.732, \sqrt{5}=2.236$ หากจำค่าประมาณได้ก็จะทำให้การหาคำตอบทำได้เร็วขึ้น ตัวอย่างเช่น

ค่าของ $\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ เท่ากับเท่าใด

1. $2(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ 2. $2(\sqrt{2}-\sqrt{3})$ 3. $\sqrt{5}-\sqrt{2}$
 4. $2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ 5. $4(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

ค่าประมาณของโจทย์ $\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{2}{1.7-1.4} = \frac{2}{0.3} = 6.7$

ค่าประมาณของแต่ละตัวเลือกคือ

1. $2(1.7-1.4) = 0.6$ 2. $2(1.4-1.7) = -0.6$ 3. $2.236-1.4 = 0.836$
 4. $2(1.7+1.4) = 6.2$ 5. $4(1.7-1.4) = 1.2$

สรุปเลือกตัวเลือก 4. ดีกว่า

ในข้อสอบบางข้อการดูแค่ค่าเป็น บวก หรือ ลบ ก็ตัดตัวเลือกทิ้งได้เช่น

ค่าของ $\frac{(-1.5)(1.2) - (4.5)(0.4)}{30}$ เท่ากับเท่าใด

1. -1.2 2. -0.12 3. 0 4. 0.12 5. 1.2

เพราะว่า $\frac{(-1.5)(1.2) - (4.5)(0.4)}{30} < 0$

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1., 2. และ 3. ทิ้งได้

ตัวอย่าง 9.1 $\frac{1}{\frac{1}{0.3} + \frac{1}{0.2}} = ?$

1. 0.12 2. 0.25 3. 1.50
4. 2.00 5. 8.33

ตอบ 1.

แนวคิด เหตุผลสำคัญของตัวเลขในที่นี้คือ

ถ้า $0 < x < 1$ แล้ว $\frac{1}{x} > 1$

ถ้า $x > 1$ แล้ว $\frac{1}{x} < 1$

เพราะฉะนั้น $\frac{1}{0.3} > 1$ และ $\frac{1}{0.2} > 1$ ทำให้ได้ว่า $\frac{1}{0.3} + \frac{1}{0.2} > 2$

สรุป $\frac{1}{\frac{1}{0.3} + \frac{1}{0.2}} < \frac{1}{2} < 1$ ดังนั้นตัดตัวเลือก 3., 4. และ 5.ทิ้งได้

วิธีจริง $\frac{1}{\frac{1}{0.3} + \frac{1}{0.2}} = \frac{1}{\frac{0.2+0.3}{(0.2)(0.3)}}$
 $= \frac{(0.2)(0.3)}{0.5}$
 $= \frac{0.06}{0.5}$
 $= 0.12$

ตัวอย่าง 9.2 What is the greatest integer N such that $48N < 769$?

1. 13 2. 14 3. 15
4. 16 5. 17

ตอบ 4.

แนวคิด โจทย์ถามว่าค่ามากที่สุดเท่ากับเท่าใด ดังนั้นเราควรแทนค่าด้วยตัวเลข
ที่มีค่ามากที่สุดก่อนเช่น $N = 17$

$48(17) = 816 < 769$ ดังนั้นตัดตัวเลือก 5. ทิ้งไปก่อน

ต่อไปแทนค่า $N = 16$ จะได้ $48(16) = 768 < 769$

สรุปเราเลือกตัวเลือก 4. $N = 16$ เป็นคำตอบได้เลย

วิธีจริง $48N < 769$

$$N < \frac{769}{48}$$

$$N < 16.02$$

ดังนั้นค่า N ใหญ่ที่สุดเท่ากับ 16

ตัวอย่าง 9.3 $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = ?$

1. -1 2. $2\sqrt{3} - 4$ 3. 0
4. $4 - 2\sqrt{3}$ 5. 1

ตอบ 5.

แนวคิด เพราะว่า $\sqrt{3} = 1.732$ เพราะฉะนั้น $2 + \sqrt{3} > 0$ และ $2 - \sqrt{3} > 0$

ดังนั้น $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) > 0$ ทำให้ตัดตัวเลือก 1. และ 3. ทิ้งได้

เพราะว่า $2\sqrt{3} - 4 = 2(1.732) - 4 < 0$ ดังนั้นตัดตัวเลือก 2. ทิ้งได้

วิธีจริง จากสูตรผลต่างกำลังสอง

$$(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$$

$$\text{จะได้ว่า } (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = (2)^2 - (\sqrt{3})^2$$

$$= 4 - 3$$

$$= 1$$



1. $\frac{55}{13}$

2. $\frac{30}{7}$

3. $\frac{13}{3}$

4. $\frac{260}{59}$

5. $\frac{9}{2}$

ตอบ 2.

แนวคิด โดยการตั้งหารยาวและดูทศนิยมตำแหน่งที่สองจะได้

$$\frac{1560}{364} = 4.28$$

$$\frac{55}{13} = 4.23$$

$$\frac{30}{7} = 4.28$$

$$\frac{13}{3} = 4.33$$

$$\frac{260}{59} = 4.40$$

$$\frac{9}{2} = 4.5$$

สรุปเลือกตัวเลือก 2. เป็นคำตอบดีกว่า

วิธีจริง ทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำด้วยการหารบนและล่างด้วย 2,2,13

$$\frac{1560}{364} = \frac{780}{182}$$

$$= \frac{390}{91}$$

$$= \frac{13(30)}{13(7)}$$

$$= \frac{30}{7}$$

ตัวอย่าง 9.5 Which of the following number is between $\frac{8}{5}$ and $\frac{16}{9}$?

1. $\frac{79}{45}$ 2. $\frac{81}{45}$ 3. $\frac{83}{45}$
 4. $\frac{85}{45}$ 5. $\frac{87}{45}$

ตอบ 2.

แนวคิด คำถามแบบนี้ใช้หลักการทำให้ส่วนเท่ากับ 45 ทุกตัวดีกว่า

$$\frac{8}{5} = \frac{8(9)}{5(9)} = \frac{72}{45}$$

$$\frac{16}{9} = \frac{16(5)}{9(5)} = \frac{80}{45}$$

ดังนั้นตัวเลขที่อยู่ระหว่าง $\frac{72}{45}$ และ $\frac{80}{45}$ คือ $\frac{79}{45}$

สรุปเลือกตัวเลือก 1. เป็นคำตอบได้เลย

หมายเหตุ การตั้งหารยาวอาจจะใช้เวลามากกว่า แต่ถ้านึกวิธีทำไม่ออกก็ใช้ได้เหมือนกัน

$$\frac{8}{5} = 1.4, \quad \frac{16}{9} = 1.78, \quad \frac{79}{45} = 1.75$$

โชคดีเป็นของเราแล้วสำหรับข้อนี้เพราะว่าได้คำตอบที่ตัวเลือก 1. พอดี

ตัวอย่าง 9.6 If $p=0.2$ and $n=100$, then $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ = ?

1. $-\sqrt{0.002}$ 2. $\sqrt{0.02} - 0.02$ 3. 0
 4. -0.04 5. 0.4

ตอบ 5.

แนวคิด เพราะว่า $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \geq 0$ เสมอ เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1., 4.ทิ้งได้

เพราะว่า $n \neq 0$, $p \neq 0$, $1-p = 0.8 \neq 0$ เพราะฉะนั้น $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \neq 0$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 3. ทิ้งได้

$$\begin{aligned} \text{วิธีจริง } \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} &= \sqrt{\frac{0.2(1-0.2)}{100}} \\ &= \sqrt{\frac{0.2(0.8)}{100}} \\ &= \sqrt{\frac{0.16}{100}} \\ &= \sqrt{0.0016} \\ &= 0.04 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 9.7 $q = 3\sqrt{3}$

$$r = 1+2\sqrt{3}$$

$$s = 3+\sqrt{3}$$

If q, r and s are the real numbers show above, which of the following show their order from greatest to least.

1. $q > r > s$

2. $q > s > r$

3. $r > q > s$

4. $s > q > r$

5. $s > r > q$

ตอบ 2.

แนวคิด ข้อสอบชอบออกบ่อยมากเกี่ยวกับค่าของ $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots$

ดังนั้นขอให้ท่องค่าให้ได้จะช่วยให้ในการทำข้อสอบได้เร็วขึ้น

$$\sqrt{2} = 1.414, \quad \sqrt{3} = 1.73, \quad \sqrt{5} = 2.24$$

ค่าประมาณของ q, r, s คือ

$$q = 3\sqrt{3} = 3(1.7) = 5.1$$

$$r = 1 + 2\sqrt{3} = 1 + 2(1.7) = 4.4$$

$$s = 3 + \sqrt{3} = 3 + 1.7 = 4.7$$

เพราะว่า $5.1 > 4.7 > 4.4$

เพราะฉะนั้น $q > s > r$

ตัวอย่าง 9.8 Which of the following indicates the order relationship among $\frac{7}{11}$, $\frac{5}{8}$ and $\frac{6}{7}$

$$1. \frac{5}{8} < \frac{6}{7} < \frac{7}{11}$$

$$2. \frac{6}{7} < \frac{7}{11} < \frac{5}{8}$$

$$3. \frac{5}{8} < \frac{7}{11} < \frac{6}{7}$$

$$4. \frac{6}{7} < \frac{5}{8} < \frac{7}{11}$$

$$5. \frac{7}{11} < \frac{6}{7} < \frac{5}{8}$$

ตอบ 3.

แนวคิด คิดค่าตัวเลขแต่ละสองตัวก่อนก็ตัดตัวเลือกได้แล้ว โดยการหารยาวจะได้

$$\frac{7}{11} = 0.636 \text{ และ } \frac{5}{8} = 0.625 \text{ เพราะฉะนั้น } \frac{5}{8} < \frac{7}{11}$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2, 5.ทิ้งได้ ต่อไปดูค่าของ $\frac{6}{7} = 0.85$

เพราะว่า $0.625 < 0.636 < 0.85$ เพราะฉะนั้น $\frac{5}{8} < \frac{7}{11} < \frac{6}{7}$

วิธีจริง ทำตัวเลขตัวส่วนของทุกตัวให้เท่ากัน $\frac{5}{8} = \frac{(11) \cdot 5 \cdot (7)}{(11) \cdot 8 \cdot (7)} = \frac{385}{7 \cdot 8 \cdot 11}$

$$\frac{7}{11} = \frac{7 \cdot (8) \cdot (7)}{11 \cdot (8) \cdot (7)} = \frac{392}{7 \cdot 8 \cdot 11}$$

$$\frac{6}{7} = \frac{6 \cdot (8) \cdot (11)}{7 \cdot (8) \cdot (11)} = \frac{528}{7 \cdot 8 \cdot 11}$$

เพราะว่า $385 < 392 < 528$

เพราะฉะนั้น $\frac{385}{7 \cdot 8 \cdot 11} < \frac{392}{7 \cdot 8 \cdot 11} < \frac{528}{7 \cdot 8 \cdot 11}$

ดังนั้น $\frac{5}{8} < \frac{7}{11} < \frac{6}{7}$

ตัวอย่าง 9.9 If $xy^2 = 4xy$, $y = 3\sqrt{x}$ and $xy \neq 0$ then $x = ?$

1. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 2. $\frac{16}{9}$ 3. $\frac{4}{3}$
 4. $\frac{2}{3}$ 5. $\frac{4}{9}$

ตอบ 2.

แนวคิด เพราะว่า $xy \neq 0$ เพราะฉะนั้น $x \neq 0$ และ $y \neq 0$

จากโจทย์ $xy^2 = 4xy$

เพราะว่า $x \neq 0$ เพราะฉะนั้น $y^2 = 4y$

เพราะว่า $y \neq 0$ เพราะฉะนั้น $y = 4$

เพราะว่า $y = 3\sqrt{x}$ เพราะฉะนั้น $4 = 3\sqrt{x}$

$$16 = 9x$$

$$x = \frac{16}{9}$$

ตัวอย่าง 9.10 The square root of 139.24 is exactly

1. 1.18 2. 11.8 3. 118
 4. 0.118 5. 1180

ตอบ 2.

แนวคิด เพราะว่า $81 < 139.24 < 100$

เพราะฉะนั้น $\sqrt{81} < \sqrt{139.24} < \sqrt{100}$

$$9 < \sqrt{139.24} < 10$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

ตัวอย่าง 9.11 The difference between $\sqrt{125}$ and $\sqrt{45}$

1. $4\sqrt{5}$ 2. $2\sqrt{5}$ 3. 2

4. $5\sqrt{2}$ 5. 10

ตอบ 2.

แนวคิด $\sqrt{125} = \sqrt{5 \cdot 5 \cdot 5} = 5\sqrt{5} = 5(2.24) = 11.2$

$$\sqrt{45} = \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 5} = 3\sqrt{5} = 3(2.24) = 6.72$$

ค่าประมาณของ $\sqrt{125} - \sqrt{45} = 11.2 - 6.72 = 4.48$

ค่าประมาณของแต่ละตัวเลือกคือ

ตัวเลือก 1. $4\sqrt{5} = 4(2.24) = 8.96 \neq 4.48$

ตัวเลือก 2. $2\sqrt{5} = 2(2.24) = 4.48$

ตัวเลือก 3. $2 \neq 4.48$

ตัวเลือก 4. $5\sqrt{2} = 5(1.414) = 7.07 \neq 4.48$

ตัวเลือก 5. $10 \neq 4.48$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง $\sqrt{125} - \sqrt{45} = \sqrt{5 \cdot 5 \cdot 5} - \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 5} = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$

$$= \sqrt{5}(5-3)$$

$$= 2\sqrt{5}$$

ตัวอย่าง 9.12 Find $\sqrt{\frac{x^2}{36} + \frac{x^2}{25}}$

1. $\frac{11x}{30}$

2. $\frac{9x}{30}$

3. $\frac{x}{11}$

4. $\frac{2x}{11}$

5. $\frac{x\sqrt{61}}{30}$

ตอบ 5.

แนวคิด แทนค่า $x = 1$ และทำการยกกำลังสองทั้งโจทย์และตัวเลือกจะได้

$$\begin{aligned} \text{โจทย์ } \left[\sqrt{\frac{x^2}{36} + \frac{x^2}{25}} \right]^2 &= \frac{x^2}{36} + \frac{x^2}{25} = \frac{1}{36} + \frac{1}{25} \\ &= \frac{25+36}{(36)(25)} \\ &= \frac{61}{900} \end{aligned}$$

$$\text{ตัวเลือก 1. } \left(\frac{11x}{30}\right)^2 = \left(\frac{11}{30}\right)^2 = \frac{121}{900} \neq \frac{61}{900}$$

$$\text{ตัวเลือก 2. } \left(\frac{9x}{30}\right)^2 = \left(\frac{9}{30}\right)^2 = \frac{81}{900} \neq \frac{61}{900}$$

$$\text{ตัวเลือก 3. } \left(\frac{x}{11}\right)^2 = \left(\frac{1}{11}\right)^2 = \frac{1}{121} \neq \frac{61}{900}$$

$$\text{ตัวเลือก 4. } \left(\frac{2x}{11}\right)^2 = \left(\frac{2}{11}\right)^2 = \frac{4}{121} \neq \frac{61}{900}$$

$$\text{ตัวเลือก 5. } \left(\frac{x\sqrt{61}}{30}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{61}}{30}\right)^2 = \frac{61}{900}$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 4. ทิ้งได้

$$\begin{aligned} \text{วิธีจริง } \sqrt{\frac{x^2}{36} + \frac{x^2}{25}} &= \sqrt{x^2 \left(\frac{1}{36} + \frac{1}{25}\right)} \\ &= x\sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{25}} \\ &= x\sqrt{\frac{25+36}{(25)(36)}} \\ &= x\sqrt{\frac{61}{900}} \\ &= \frac{x\sqrt{61}}{30} \end{aligned}$$

ตรงกับตัวเลือก 5.

ข้อสอบ คณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 1

- ถ้า $F(3y+1) = 2y-1$ แล้ว $F(2y-1)$ เท่ากับเท่าใด
 - $\frac{1}{3}(4y-7)$
 - $\frac{2}{3}(3-4y)$
 - $\frac{1}{3}(7-4y)$
 - $\frac{2}{3}(4y-3)$
 - ไม่มีข้อใดถูก
- จงหาตัวเลขถัดไปจาก 7, 17, 37, 77, ...
 - 97
 - 103
 - 137
 - 140
 - 157
- ค่าต่ำสุดของ $y = x^2 + 2x + 2$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
 - 0
 - 1
 - 2
 - 4
 - 5
- ผลสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 3 คน มีค่าเป็น 60, 66 และ 63 จากคะแนนเต็ม 80 คะแนน ค่าความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสามคนเท่ากับเท่าใด
 - $\sqrt{6}$
 - 6
 - $\sqrt{18}$
 - 18
 - หาค่าไม่ได้
- นาย ก. มีเงินมากกว่าเป็น 2 เท่าของนาย ข. นาย ข. มีเงินน้อยกว่านาย ค. อยู่ 10 บาท และนาย ก. มีเงินมากกว่านาย ค. 10 บาท จงหาว่าคนทั้งสามมีเงินเฉลี่ยคนละเท่าไร

1. 50 2. 40 3. 30

4. 20 5. 10

6. ถ้า $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$ แล้ว z เท่ากับเท่าใด

1. $\frac{x+y}{xy}$ 2. $\frac{x-y}{xy}$ 3. $\frac{xy}{x-y}$

4. $\frac{xy}{x+y}$ 5. $2xy$

7. ถ้า x และ y เป็นจำนวนเต็มแล้ว จงหาค่า y เมื่อ $5x+3y = 19$

1. 4 2. 3 3. 2

4. 1 5. หาค่าไม่ได้

8. ถ้า $a+b+c = 15$ และ $ab+bc+ac = 15$

แล้ว $a^2+b^2+c^2$ เท่ากับเท่าใด

1. 95 2. 100 3. 120

4. 180 5. 195

9. บัตรชมละครราคา 300 และ 150 บาท ขายได้ 6400 ใบ ได้เงินรวม

1,470,000 บาท อยากทราบว่า ขายบัตรราคา 150 บาท ได้กี่ใบ

1. 4000 ใบ 2. 3500 ใบ 3. 3000 ใบ

4. 2500 ใบ 5. 2000 ใบ

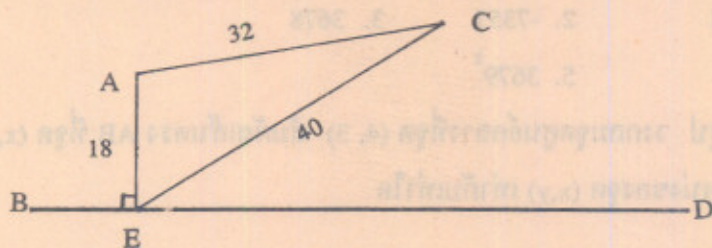
10. กำหนด x, y เป็นจำนวนจริง โดยที่ $0 < x < y$ ตัวเลือกใดถูกบ้าง

1. $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ 2. $x < \frac{x+y}{2} < y$

3. $-y < x < 0$ 4. $x^2 + y^2 < 2xy$

5. $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} < x+y$

11. จากรูป ระยะทางสั้นที่สุดระหว่างจุด C กับแนวเส้นตรง BD เท่ากับเท่าใด



เมื่อ $AC = 32$, $AE = 18$, $CE = 40$

1. 42 2. 40 3. 27
4. 25 5. ไม่มีข้อใดถูกต้อง
12. ถ้า a, b, c เป็นจำนวนจริง $a \geq b > c$ แล้วตัวเลือกใดเป็นไปได้

1. $\frac{a+c}{2} = b$ 2. $b+c = 2a$ 3. $a - 2c = b$
4. $\frac{a}{c} < b$ 5. $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

13. กำหนดให้ $f(x) = 3x+2$ ค่า x ที่ทำให้ $f^{-1}(x) = 1$ มีค่าเท่าใด

1. $\frac{1}{5}$ 2. $\frac{1}{17}$ 3. 5
4. 1 5. ไม่มีข้อใดถูก

14. ต้นทุนรวมในการผลิตสินค้า x หน่วย มีค่าเป็น $\frac{x^3}{2} - 50x^2 + 100x$

ต้องผลิตสินค้าจำนวนเท่าใดจึงจะทำให้ต้นทุนเฉลี่ยต่อหน่วยมีค่าต่ำสุด

1. 0 2. 10 3. 30
4. 50 5. 70

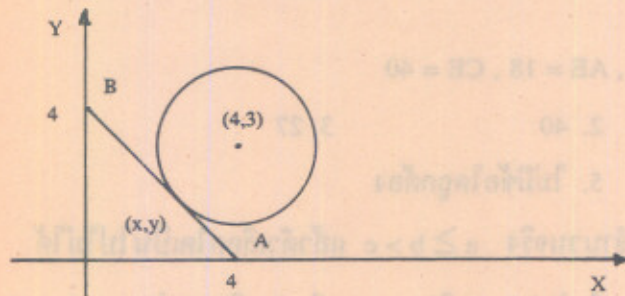
15. ค่าของ x ที่ทำให้สมการ $\frac{5}{5x-1} > \frac{2}{2x+1}$ เป็นจริงคือตัวเลือกใด

1. $-\frac{1}{2}$ 2. -1 3. 0
4. $-\frac{1}{4}$ 5. ไม่มีข้อใดถูก

16. ค่าของ $\frac{3678^2 - 3679^2}{(3680 - 3679)}$ เท่ากับเท่าใด

1. -1 2. -7357 3. 3678
4. 1 5. 3679^2

17. จากรูป วงกลมจุดศูนย์กลางที่จุด $(4, 3)$ สัมผัสเส้นตรง AB ที่จุด (x, y) ตำแหน่งของจุด (x, y) เท่ากับเท่าใด



1. $(2.5, 2.5)$ 2. $(2, 2)$ 3. $(3.25, 3.25)$
4. $(3, 2.5)$ 5. $(2.5, 1.5)$
18. จงหาค่า x จากสมการ $x^2 - \sqrt{2}x - 4 = 0$
1. $\sqrt{2}, 2\sqrt{2}$ 2. $-\sqrt{2}, 2\sqrt{2}$ 3. $\sqrt{2}, -2\sqrt{2}$
4. $-\sqrt{2}, -2\sqrt{2}$ 5. ไม่มีข้อใดถูก
19. ถ้า $F(x+1) = 2x+1$ แล้ว $F(x)$ เท่ากับเท่าใด
1. $2x+1$ 2. $2x-1$ 3. $1-2x$
4. x^2-1 5. ไม่มีข้อใดถูก
20. ถ้า $-3 \leq x \leq 7$ และ $-6 \leq y \leq 2$ ค่าต่ำสุดของ $x-2y$ เท่ากับเท่าใด
1. -15 2. -9 3. -7
4. 0 5. ไม่มีข้อใดถูก

เฉลยข้อสอบ คณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 1

1. ตอบ 1.

แนวคิด $F(3y+1) = 2y-1$

เมื่อแทนค่า $y = 0$ จะได้ $F(1) = F(3(0)+1) = 2(0)-1 = -1$

เราสามารถให้เหตุผลว่า $F(1) = -1$ ช่วยในการตัดตัวเลือกได้ดังนี้

เมื่อ $y = 1$ จะได้ $F(2(1)-1) = F(1) = -1$

แทนค่า $y = 1$ ในทุกตัวเลือกจะได้

ตัวเลือก 1. $\frac{1}{3}(4y-7) = \frac{1}{3}(4-7) = -1$

ตัวเลือก 2. $\frac{2}{3}(3-4y) = \frac{2}{3}(3-4) = -\frac{2}{3} \neq -1$

ตัวเลือก 3. $\frac{1}{3}(7-4y) = \frac{1}{3}(7-4) = 1 \neq -1$

ตัวเลือก 4. $\frac{2}{3}(4y-3) = \frac{2}{3}(4-3) = \frac{2}{3} \neq -1$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2., 3. และ 4. ทิ้งได้

วิธีจริง พยายามเขียน $2y-1$ ในรูปแบบของ $3k+1$

เพราะว่า $3k+1 = 2y-1$

$$3k = 2y-2$$

$$k = \frac{2y-2}{3}$$

เพราะฉะนั้น $2y-1 = 3\left[\frac{2y-2}{3}\right] + 1$

เพราะว่า $F(3y+1) = 2y-1$ เพราะฉะนั้น $F(3k+1) = 2k-1$

ดังนั้น $F(2y-1) = F\left(3\left[\frac{2y-2}{3}\right] + 1\right)$

$$= 2\left[\frac{2y-2}{3}\right] - 1$$

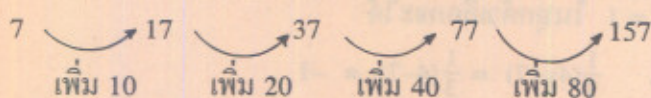
$$= \frac{4y - 4 - 3}{3}$$

$$= \frac{1}{3}(4y - 7)$$

ตรงกับตัวเลือก 1.

2. ตอบ 5.

แนวคิด ลำดับของตัวเลขต้องลงท้ายด้วย 7 ดังนั้นตัดตัวเลือก 2., 4. ทิ้ง
ต่อไปใช้วิธีจริง



สรุปตัวเลขถัดไปคือ 157

3. ตอบ 2.

แนวคิด การตัดตัวเลือกเพียงแต่คำนวณค่า y สำหรับ x บางค่าก็สามารถ
ช่วยในการตัดตัวเลือกได้ เช่น

x	$y = x^2 + 2x + 2$
0	2
1	5
-1	1
2	10

จากค่าของ y บางค่าที่หาได้ จะเห็นได้ว่า 2, 3, 4 ไม่เป็นค่าต่ำสุดของ y
แน่นอน ดังนั้นเราตัดตัวเลือก 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีจริง} \quad y &= x^2 + 2x + 2 \\
 &= x^2 + 2x + 1 + 1 \\
 &= (x+1)^2 + 1
 \end{aligned}$$

เพราะว่า $(x+1)^2 \geq 0$ เพราะฉะนั้นค่าต่ำสุดคือ $y = 1$

4. ตอบ 2.

แนวคิด การตัดตัวเลือกเราใช้เหตุผลว่าตัวเลข 60, 66 และ 63 หาค่าความแปรปรวนได้แน่นอน ดังนั้นตัดตัวเลือก 5.ทิ้งได้

วิธีจริง เพราะว่าคะแนน 60, 66 63 และ 0, 6, 3 ต่างกันแค่ค่าคงตัว 60 เพราะฉะนั้นค่าความแปรปรวนของ 60, 66, 63 เท่ากับค่าความแปรปรวนของ 0, 6, 3

$$\begin{aligned}
 \text{ค่าความแปรปรวนของ } 0, 6, 3 &= \frac{\sum x^2}{3} - (\bar{x})^2 \\
 &= \frac{0^2 + 6^2 + 3^2}{3} - \left(\frac{0+6+3}{3}\right)^2 \\
 &= \frac{45}{3} - 9 \\
 &= 15 - 9 \\
 &= 6
 \end{aligned}$$

สรุปค่าความแปรปรวนของ 60, 66 และ 63 คือ 6

5. ตอบ 3.

แนวคิด ให้ นาย ข. มีเงิน = x ดังนั้น นาย ก. มีเงิน = $2x$

เพราะว่า นาย ข. มีเงินน้อยกว่านาย ค. อยู่ 10 บาท

เพราะฉะนั้น นาย ค. มีเงิน = $x+10$

เพราะว่า นาย ก. มีเงินมากกว่านาย ค. อยู่ 10 บาท

เพราะฉะนั้น นาย ก. มีเงิน = $2x-10$ บาท

สรุป $x+10 =$ เงินของ นาย ก. = $2x-10$

$$x+10 = 2x-10$$

$$x = 20$$

ดังนั้น นาย ก., ข., ค. มีเงิน = 40, 20, 30

เพราะฉะนั้น ค่าเฉลี่ย = $\frac{40+20+30}{3} = 30$

6. ตอบ 4.

แนวคิด $\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{y+x}{xy}$

$$z = \frac{xy}{x+y}$$

ตรงกับตัวเลือก 4.

การตัดตัวเลือก แทนค่า $x = 1, y = 1$ จะได้

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 2$$

เพราะฉะนั้น $z = \frac{1}{2}$ แทนค่า $x = 1, y = 1$ ในทุกตัวเลือก

ตัวเลือก 1. $\frac{x+y}{xy} = \frac{1+1}{(1)(1)} = 2 \neq \frac{1}{2}$

ตัวเลือก 2. $\frac{x-y}{xy} = \frac{1-1}{(1)(1)} = 0 \neq \frac{1}{2}$

ตัวเลือก 3. $\frac{xy}{x-y} = \frac{(1)(1)}{1-1} = \frac{1}{0}$ หาค่าไม่ได้

ตัวเลือก 4. $\frac{xy}{x+y} = \frac{(1)(1)}{1+1} = \frac{1}{2}$

ตัวเลือก 5. $2xy = 2(1)(1) = 2 \neq \frac{1}{2}$

สรุปตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 5. ทิ้งได้

7. ตอบ 2.

แนวคิด ข้อสอบแบบนี้ลองนำค่าในตัวเลือกมาแทนค่าในโจทย์ดีกว่า

$$\text{จาก } 5x+3y = 19$$

$$5x = 19-3y$$

$$x = \frac{19-3y}{5}$$

ค่า y ที่ใช้ได้คือค่า y ที่ทำให้ $\frac{19-3y}{5}$ เป็นจำนวนเต็ม

$$\text{ตัวเลือก 1. } y = 4; \quad \frac{19-3y}{5} = \frac{19-3(4)}{5} = 1.4$$

$$\text{ตัวเลือก 2. } y = 3; \quad \frac{19-3y}{5} = \frac{19-3(3)}{5} = 2$$

สรุปเลือกตัวเลือก 2. $y = 3$ เป็นคำตอบได้เลย

8. ตอบ 5.

$$\text{แนวคิด } a + b + c = 15$$

$$(a + b + c)^2 = (15)^2 = 225$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = 225$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc) = 225$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2(15) = 225$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 225 - 30 = 195$$

9. ตอบ 3.

แนวคิด ให้ $x =$ จำนวนบัตรราคา 150 บาท

$$\text{เพราะฉะนั้น } 150x + 300(6400 - x) = 1470000$$

$$x + 2(6400 - x) = 9800$$

$$12800 - x = 9800$$

$$x = 3000$$

การตัดตัวเลือก

ตัวเลือก 1. ถ้าขายบัตร 150 บาท ได้ 4000 ใบ แล้วรายได้รวมเท่ากับ

$$\begin{aligned} 150(4000) + 300(6400 - 4000) &= 600000 + 300(2400) \\ &= 600000 + 720000 \\ &= 1320000 \\ &\neq 1470000 \end{aligned}$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้งได้

ในทำนองเดียวกัน ตัวเลือก 2. ก็ตัดทิ้งได้ เมื่อมาถึงตัวเลือก 3.

ขายบัตร 150 บาท ได้ 3000 ใบ แล้วรายได้รวมเท่ากับ

$$\begin{aligned} 150(3000) + 300(640 - 3000) &= 450000 + 300(3400) \\ &= 450000 + 1020000 \\ &= 1470000 \end{aligned}$$

ดังนั้นเลือกตัวเลือก 3. เป็นคำตอบได้เลย

10. ตอบ 2.

แนวคิด ใช้การแทนค่า $x = 1, y = 2$ ช่วยในการตัดตัวเลือกได้ดังนี้

ตัวเลือก 1. $\frac{1}{1} < \frac{1}{2}$ ไม่จริง

ตัวเลือก 2. $1 < \frac{1+2}{2} < 2$ จริง

ตัวเลือก 3. $-2 < 1 < 0$ ไม่จริง

ตัวเลือก 4. $1^2 + 2^2 = 5 < 2(1)(2) = 2xy$ ไม่จริง

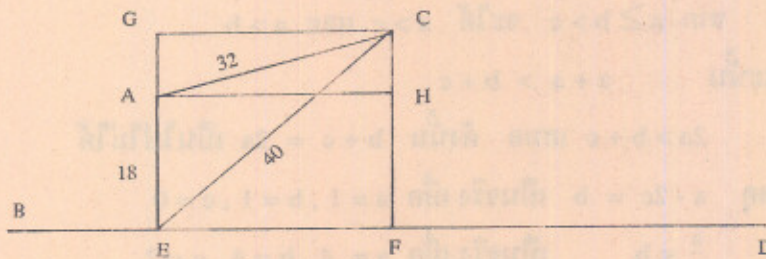
ตัวเลือก 5. $\frac{1^2}{2} + \frac{2^2}{1} = 0.5 + 4 = 4.5 < 1+2$ ไม่จริง

สรุปตัดตัวเลือก 1., 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง ตัวเลขใด ๆ ก็ตาม ถ้า $a < b$ แล้ว $a < \frac{a+b}{2} < b$ เสมอ
 เพราะฉะนั้นตัวเลือก 2. $x < \frac{x+y}{2} < y$ ถูกต้อง
 หมายเหตุ ตัวเลือก 3. สามารถตัดทิ้งได้เร็วที่สุด ด้วยเหตุผลว่า
 โจทย์กำหนดให้ $0 < x$ เพราะฉะนั้น $-y < x < 0$ ผิดแน่นอน

11. ตอบ 4.

แนวคิด ระยะจากจุด C มาถึงแนวเส้นตรง BD ต้องสั้นกว่า CE
 เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1. และ 2. ทิ้งได้



ต่อเติมรูปในข้อสอบตามภาพข้างต้น $\triangle ACG$, $\triangle ECG$ เป็นสามเหลี่ยม
 มุมฉาก

$$AG^2 + CG^2 = (32)^2 \quad \text{-----(1)}$$

$$(AG+18)^2 + CG^2 = (40)^2 \quad \text{-----(2)}$$

$$(2) - (1); (AG+18)^2 - AG^2 = (40)^2 - (32)^2$$

$$[(AG+18) - AG][(AG+18)+AG] = (40-32)(40+32)$$

$$18(2AG + 18) = (8)(72)$$

$$2AG + 18 = 32$$

$$AG = 7$$

เพราะฉะนั้นระยะทางสั้นที่สุดจากจุด C มายังแนวเส้นตรง BD

$$= CF = GE = GA + AE = 7 + 18 = 25$$

12. ตอบ 2.

แนวคิด ใช้เหตุผลในการเลือก a, b, c ที่สอดคล้องกับโจทย์คือ

$a \geq b > c$ ที่ทำให้ตัวเลือกนั้นเป็นไปได้ เพื่อจะได้ตัดตัวเลือกนั้นทิ้ง

ตัวเลือก 1. $a = 3, b = 2, c = 1$ จะได้ $a \geq b > c$ และ

$$\frac{a+c}{2} = \frac{3+1}{2} = 2 = b \quad \text{เป็นไปได้}$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้ง

วิธีจริง จาก $a \geq b > c$ จะได้ $a > c$ และ $a > b$

เพราะฉะนั้น $a + a > b + c$

สรุป $2a > b + c$ เสมอ ดังนั้น $b + c = 2a$ เป็นไปไม่ได้

หมายเหตุ $a - 2c = b$ เป็นจริง เมื่อ $a = 1, b = 1, c = 0$

$$\frac{a}{c} < b \quad \text{เป็นจริง เมื่อ } a = 4, b = 4, c = 2$$

$$\frac{a}{c} < \frac{b}{c} \quad \text{เป็นจริง เมื่อ } a = -1, b = -2, c = -3$$

13. ตอบ 3.

แนวคิด วิธีที่ 1 $f^{-1}(x) = 1$

$$f(f^{-1}(x)) = f(1)$$

$$x = 3(1) + 2$$

$$x = 5$$

วิธีที่ 2

$$f(x) = 3x + 2$$

$$y = 3x + 2$$

$$x = \frac{y-2}{3}$$

เพราะฉะนั้น $f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}$

เพราะว่า $f^{-1}(x) = 1$ ก็ต่อเมื่อ $\frac{x-2}{3} = 1$ นั่นคือ $x = 5$

การตัดตัวเลือก เพราะว่าโจทย์ถามค่าเป็นตัวเลขว่า $f^{-1}(x) = 1$

แล้ว x เท่ากับเท่าใด ดังนั้นเราหาค่า $f(1)$ ก็พอ ซึ่งได้ว่า $f(1) = 5$

สรุป $f^{-1}(5) = 1$

14. ตอบ 4.

แนวคิด ผลผลิต x หน่วย ต้นทุนรวม = $\frac{x^3}{2} - 50x^2 + 100x$

เพราะฉะนั้นต้นทุนเฉลี่ยต่อหน่วย = $\frac{\frac{x^3}{2} - 50x^2 + 100x}{x}$

$$= \frac{x^2}{2} - 50x + 100$$

ต่อไปใช้การแทนค่าแล้วตัดตัวเลือกค่า x ที่ $\frac{x^2}{2} - 50x + 100$ มีค่ามากที่สุด

ตัวเลือก	$\frac{x^2}{2} - 50x + 100$
1. $x = 0$	100
2. $x = 10$	-350
3. $x = 30$	-950
4. $x = 50$	-1150
5. $x = 70$	-950

สรุป $\frac{x^2}{2} - 50x + 100$ มีค่าต่ำสุด เมื่อ $x = 50$

วิธีจริง การหาค่าต่ำสุดของ $y = \frac{x^2}{2} - 50x + 100$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}(x^2 - 100x) + 100 \\ &= \frac{1}{2}(x^2 - 100x + 2500) + 100 - \frac{2500}{2} \\ &= \frac{1}{2}(x - 50)^2 - 1150 \\ &> -1150 \end{aligned}$$

สรุป y มีค่าต่ำสุดเท่ากับ -1150 เมื่อ $x = 50$

15. ตอบ 2.

แนวคิด ถ้าถามและตัวเลือกแบบนี้ใช้การนำค่า x ในตัวเลือกมาแทนค่า
อสมการของโจทย์ดีที่สุด

ตัวเลือก 1. $x = -\frac{1}{2}$ ทำให้ $\frac{2}{2x+1} = \frac{2}{0}$ หาค่าไม่ได้

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้ง

ตัวเลือก 2. $x = -1$; $\frac{5}{5x-1} = \frac{5}{5(-1)-1} = -\frac{5}{6}$

และ $\frac{2}{2x+1} = \frac{2}{2(-1)+1} = -2$

เพราะว่า $-\frac{5}{6} > -2$ เพราะฉะนั้น $x = -1$ ใช้ได้

สรุปเลือก $x = -1$ เป็นคำตอบได้เลย

วิธีจริง $\frac{5}{5x-1} > \frac{2}{2x+1}$

$$\frac{5}{5x-1} - \frac{2}{2x+1} > 0$$

$$\frac{5(2x+1) - 2(5x-1)}{(5x-1)(2x+1)} > 0$$

$$\frac{7}{(5x-1)(2x+1)} > 0$$

$$\frac{7}{(x-\frac{1}{5})(x+\frac{1}{2})} > 0$$

ค่า x ที่ใช้ได้คือ $-\infty < x < -\frac{1}{2}$ หรือ $\frac{1}{5} < x < \infty$

สรุป $x = -1$ ใช้ได้

16. ตอบ 2.

แนวคิด ใช้เหตุผลว่า ผลลัพธ์เป็น บวก หรือ ลบ ช่วยในการตัดตัวเลือก

เพราะ $3678 < 3679$ เพราะฉะนั้น $3678^2 - 3679^2 < 0$

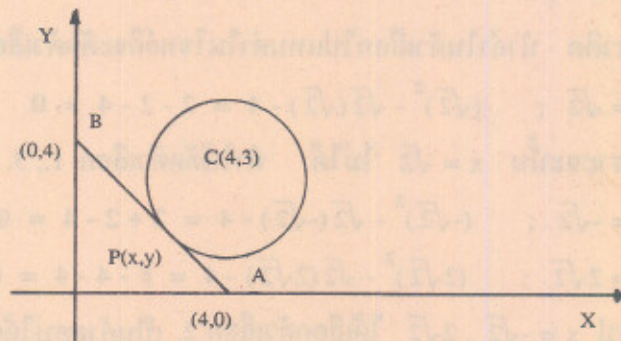
เพราะว่า $(3680 - 3679)^2 = 1$ เพราะฉะนั้น $\frac{3678^2 - 3679^2}{(3680 - 3679)^2}$ เป็นลบ

ดังนั้นตัดตัวเลือก 3., 4. และ 5 ได้

$$\begin{aligned} \text{วิธีจริง } \frac{3678^2 - 3679^2}{(3680 - 3679)^2} &= \frac{(3678 - 3679)(3678 + 3679)}{1} \\ &= (-1)(7357) \\ &= -7357 \end{aligned}$$

17. ตอบ 2.

แนวคิด



จากรูปจะได้ว่า $0 < x < 4$ และ $0 < y < 3$

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 3. ทิ้งได้

สมการเส้นตรง AB คือ $\frac{y-0}{x-4} = \frac{4-0}{0-4} = -1$



$$y = -x + 4$$

$$x + y = 4$$

ตัวเลือก 1. $2.5 + 2.5 \neq 4$ ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้งได้

ตัวเลือก 4. $3 + 2.5 \neq 4$ ดังนั้นตัดตัวเลือก 2. ทิ้งได้

เพราะว่า ความชัน AB = -1 และ PC ตั้งฉากกับ AB

เพราะฉะนั้น ความชัน PC ต้องเท่ากับ 1

ตัวเลือก 2. ถ้า $P(x,y) = (2,2)$ แล้วความชัน PC = $\frac{3-2}{4-2} \neq 1$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2. ทิ้งได้

วิธีจริง เส้นตรง AB มีสมการเป็น $x + y = 4$

เส้นตรงที่ผ่านจุด C(4,3) และมีความชันเท่ากับ 1 คือ $y - 3 = (1)(x - 4)$

หรือ $x - y = 1$ พิกัดของจุดตัดของเส้นตรง $x + y = 4$ และ $x - y = 1$

คือจุด $(x,y) = (2.5, 1.5)$

18. ตอบ 2.

แนวคิด นำค่าในตัวเลือกไปแทนค่าในโจทย์ก็จะตัดตัวเลือกได้

$$x = \sqrt{2} ; (\sqrt{2})^2 - \sqrt{2}(\sqrt{2}) - 4 = 2 - 2 - 4 \neq 0$$

เพราะฉะนั้น $x = \sqrt{2}$ ไม่ได้ ทำให้ตัดตัวเลือก 1., 3. ทิ้ง

$$x = -\sqrt{2} ; (-\sqrt{2})^2 - \sqrt{2}(-\sqrt{2}) - 4 = 2 + 2 - 4 = 0$$

$$x = 2\sqrt{2} ; (2\sqrt{2})^2 - \sqrt{2}(2\sqrt{2}) - 4 = 8 - 4 - 4 = 0$$

สรุป $x = -\sqrt{2}, 2\sqrt{2}$ ได้เลือกตัวเลือก 2. เป็นคำตอบได้เลย

วิธีจริง $ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x^2 - \sqrt{2}x - 4 = 0$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{\sqrt{2} \pm \sqrt{2 - 4(1)(-4)}}{2(1)} \\ &= \frac{\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}}{2} \\ &= -\sqrt{2}, 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

วิธีตัด $x^2 + Ax + B = 0$ มีผลคูณของรากเท่ากับ B และผลบวกของรากเท่ากับ -A

เพราะฉะนั้น $x^2 - \sqrt{2}x - 4 = 0$ มีผลคูณของราก = -4 และผลบวกของราก = $\sqrt{2}$ ตรงกับตัวเลือก 2.

19. ตอบ 2.

แนวคิด $F(x+1) = 2x+1$ ดังนั้น $F(1) = F(0+1) = 2(0)+1 = 1$
เราจะใช้เหตุผลว่า $F(1) = 1$ ช่วยในการตัดตัวเลือกโดยการแทนค่า $x = 1$ ในตัวเลือกทุกตัว

ตัวเลือก 1. $2x+1 = 2(1)+1 = 3 \neq 1$

ตัวเลือก 2. $2x-1 = 2(1)-1 = 1$

ตัวเลือก 3. $1-2x = 1-2(1) = -1 \neq 1$

ตัวเลือก 4. $x^2-1 = 1-1 = 0 \neq 1$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 3. และ 4. ทิ้ง

วิธีจริง

$$\begin{aligned} F(x) &= F((x-1)+1) \\ &= 2(x-1)+1 \\ &= 2x-1 \end{aligned}$$



แนวคิด การแทนค่า x, y บางค่าที่สอดคล้องเงื่อนไขของโจทย์ก็ตัดตัว
เลือกได้ การเลือกค่าพยายามทำให้ $x-2y$ มีค่าน้อย เช่น $x = -3, y = 2$
จะได้ว่า $x-2y = -3-2(2) = -7$ ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2. และ 4.ทิ้ง

วิธีจริง $-6 \leq y \leq 2$

$$-12 \leq 2y \leq 4$$

$$-4 \leq -2y \leq 12$$

$$-3 \leq x \leq 7$$

$$-7 \leq x-2y \leq 19$$

สรุป $x-2y$ มีค่าต่ำสุดเท่ากับ -7

TRIANGLE MATHEMATICS @ ENGLISH

รูปสามเหลี่ยมคล้าย

รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน

รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม

รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

similar triangle

equilateral triangle

right triangle

obtuse triangle

acute triangle

isosceles triangle

ข้อสอบ คณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 2

- จุดตัดของเส้นตรง $x+2y = 5$ และ $3x-y = 1$ คือจุดใด
 - (2, 1)
 - (1, 2)
 - (-2, 1)
 - (-1, 2)
 - ไม่มีข้อใดถูก
- ค่ามากที่สุดของ $y = 40x - x^2$ มีค่าเท่าใด
 - 20
 - 40
 - 200
 - 400
 - ไม่มีข้อใดถูก
- จงหาค่าของ $(-3)^{-2x}$ เมื่อ $\frac{1}{(-2)^{-2x}} = -\frac{1}{2}$
 - 3
 - $-\frac{1}{3}$
 - $\frac{1}{3}$
 - 3
 - ไม่มีข้อใดถูก
- เมื่อ n เป็นจำนวนคู่ จำนวนในตัวเลือกใดเป็นจำนวนคี่
 - n^2
 - $2n$
 - $3n+5$
 - n^3
 - ไม่มีข้อใดถูก
- ข้อใดมีค่าไม่เท่ากับ $w(x+y+z)$
 - $wx + w(y+z)$
 - $w(x+y) + wz$
 - $w(xy) + w(yz)$
 - $wy + w(x+z)$
 - ไม่มีข้อใดถูก
- ก. และ ข. อยู่ห่างกัน 600 ไมล์ วิ่งเข้าหากันโดย ก. ใช้ความเร็ว 70 ไมล์ต่อชั่วโมง ส่วน ข. ใช้ความเร็ว 80 ไมล์ต่อชั่วโมง นานเท่าไรที่ ก. และ ข. จะพบกัน

1. 2.5 ชั่วโมง 2. 3 ชั่วโมง 3. 3.5 ชั่วโมง
4. 4 ชั่วโมง 5. ไม่มีข้อใดถูก
7. ก. ขับรถด้วยความเร็ว 110 กม./ชม. ออกเดินทางเวลา 9.00 น. จากกรุงเทพฯ ไปเชียงใหม่ ข. ขับรถด้วยความเร็ว 80 กม./ชม. ออกเดินทางจากที่เดียวกันกับ ก. เวลา 7.00 น. จากกรุงเทพฯ ไปเชียงใหม่เหมือนกัน เวลาเท่าใด ก. จึงจะตาม ข. ได้ทันพอดี
1. 14.20 น. 2. 14.30 น. 3. 15.20 น.
4. 15.30 น. 5. 16.00 น.
8. ผลิตสินค้าวันละ x หน่วย ต้องผลิตวันละเท่าใดจึงจะได้กำไร x หน่วย ต่อวันในหนึ่งเดือน เมื่อกำหนดให้ 1 เดือนมี 22 วัน และใน 22 วันนั้นมีวันหยุด y วัน
1. $\frac{22x}{22x-y}$ 2. $\frac{22x}{22xy-y}$ 3. $\frac{22x}{22-y}$
4. $\frac{22x}{y}$ 5. $\frac{22x}{22x-xy}$
9. $XYZ \neq 0$ ถ้า $X\%$ ของ $Y\%$ ของ Z คือ T จงหาค่า Z
1. $\frac{10000T}{XZ}$ 2. $\frac{10000T}{XYZ}$ 3. $\frac{10000T}{XY}$
4. $\frac{1000T}{XYZ}$ 5. $\frac{1000T}{XY}$
10. ถ้า $1 + x + x^2 + x^3 + \dots = 3$ แล้ว x เท่ากับเท่าใด
1. $\frac{1}{3}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{3}{4}$
4. $\frac{2}{3}$ 5. $\frac{3}{5}$

15. ตัวเลขตัวต่อไปของลำดับ 1, 2, 6, 15, 31, ... มีค่าเท่าใด

1. 51 2. 52 3. 53
4. 55 5. 56

16. $x + 2 \geq 0$, $x - 3 \geq 0$, $x - 4 \geq 0$, $x - 5 \leq 0$

x มีค่าอยู่ในช่วงใด

1. $2 \leq x \leq 5$ 2. $-2 \leq x \leq 5$ 3. $2 \leq x \leq 4$
4. $2 \leq x \leq 3$ 5. $4 \leq x \leq 5$

17. ถ้า $3x = 2d$ และ $5y = 8d$ แล้วอัตราส่วน $x : y$ เท่ากับเท่าใด

1. 3 : 4 2. 1 : 4 3. 2 : 3
4. 5 : 12 5. 5 : 3

18. ค่าของ $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$ เท่ากับเท่าใด

1. $(a + b)^4$ 2. $(a^2 - b^2)^2$ 3. $(a - b)^4$
4. $(a^2 + b^2)^2$ 5. $(a^2 + ab + b^2)^2$

19. ถ้าอัตราส่วนพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส 2 รูป เป็น 4 : 1

แล้วอัตราส่วนเส้นรอบรูปเท่ากับเท่าใด

1. 1 : 4 2. 4 : 1 3. 8 : 1
4. 2 : 1 5. 8 : 2

20. ถ้า $ab : bc : ca = 3 : 2 : 1$ แล้ว $\frac{ab}{c} : \frac{bc}{a}$ เท่ากับเท่าใด

1. 4 : 9 2. 9 : 4 3. 3 : 2
4. 2 : 3 5. 4 : 19

เฉลยข้อสอบ คณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 2

1. ตอบ 2.

แนวคิด คำถามและตัวเลือกแบบนี้เรานำค่า x, y ในตัวเลือกไปแทนค่าในโจทย์ก็จะตัดตัวเลือกได้ หรืออาจจะได้คำตอบเลยก็ได้

ตัวเลือก 1. เพราะว่า $2+2(1) = 4 \neq 5$ เพราะฉะนั้น $(2, 1)$ ไม่ใช่จุดตัด

ตัวเลือก 2. เพราะว่า $x + 2y = 1 + 2(2) = 5$

$$\text{และ } 3x - y = 3(1) - 2 = 1$$

สรุป $(1, 2)$ เป็นจุดตัดของ $x + 2y = 5$ และ $3x - y = 1$

วิธีจริง $x + 2y = 5$ (1)

$$3x - y = 1$$
(2)

$$2(2); \quad 6x - 2y = 2$$
(3)

$$(1)+(3); \quad 7x = 7$$

$$x = 1$$

$$\text{และ } y = 2$$

2. ตอบ 4.

แนวคิด การตัดตัวเลือกให้พยายามแทนค่า x บางค่าที่จะทำให้ $40x - x^2$ มีค่ามาก ๆ

x	$40x - x^2 = x(40 - x)$
10	300
20	400
30	300
40	0

จากตาราง ค่า x บางค่าทำให้เห็นว่า 400 เป็นค่ามากที่สุด ดังนั้นเรา

สามารถตัดตัวเลือก 1., 2. และ 3. ทิ้งได้

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีจริง} \quad y &= 40x - x^2 \\
 &= -(x^2 - 40x) \\
 &= -(x^2 - 40x + 400) + 400 \\
 &= -(x - 20)^2 + 400 \\
 &\leq 400
 \end{aligned}$$

สรุป y มีค่ามากที่สุดเท่ากับ 400 เมื่อ $x = 20$

3. ตอบ 1.

$$\begin{aligned}
 \text{แนวคิด} \quad \frac{1}{(-2)^{-2x}} &= -\frac{1}{2} \\
 \frac{1}{(-2)^{-2x}} &= \frac{1}{(-2)} \\
 (-2x)^{2x} &= (-2)^{-1} \\
 2x &= -1 \\
 -2x &= 1 \\
 (-3)^{-2x} &= (-3)^1 = -3
 \end{aligned}$$

4. ตอบ 3.

แนวคิด แทนค่า $n = 2$ ก็สามารถตัดตัวเลือกได้

ตัวเลือก 1. $n^2 = 4$ ไม่เป็นจำนวนคี่

ตัวเลือก 2. $2n = 4$ ไม่เป็นจำนวนคี่

ตัวเลือก 3. $3n+5 = 11$ เป็นจำนวนคี่

สรุปเลือกตัวเลือก 3. เป็นคำตอบได้เลย

5. ตอบ 3.

แนวคิด ถ้าตามแบบนี้ใช้การแทนค่าตัดตัวเลือกดีกว่า

$$\text{ให้ } x = 1, y = 2, z = 3, w = 4$$

$$\text{โจทย์ } w(x+y+z) = 4(1+2+3) = 24$$

$$\text{ตัวเลือก 1. } wx + w(y+z) = (4)(1) + (4)(2+3) = 24$$

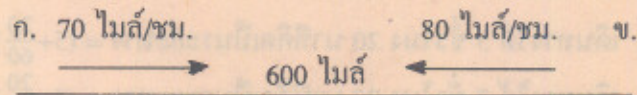
$$\text{ตัวเลือก 2. } w(x+y) + wz = 4(1+2) + (4)(3) = 24$$

$$\text{ตัวเลือก 3. } w(xy) + w(yz) = 4(1 \cdot 2) + 4(2 \cdot 3) = 32 \neq 24$$

$$\text{สรุป } w(x+y+z) \neq w(xy) + w(yz)$$

6. ตอบ 4.

แนวคิด นำค่าในตัวเลือกช่วยในการตัดตัวเลือกดังนี้



ตัวเลือก 1. 2.5 ชั่วโมง

$$\text{ก. วิ่งได้ } (2.5)(70) = 175 \text{ และ ข. วิ่งได้ } (2.5)(80) = 200$$

เพราะว่า $175+200 = 375 \neq 600$ เพราะฉะนั้น ก., ข. ไม่พบกัน

ตัวเลือก 2. 3 ชั่วโมง

$$\text{ก. วิ่งได้ } (3)(70) = 210 \text{ และ ข. วิ่งได้ } (3)(80) = 240$$

แต่ $210+240 = 450 \neq 600$ ดังนั้น ก. และ ข. ไม่พบกัน

ตัวเลือก 3. 3.5 ชั่วโมง

$$\text{ก. วิ่งได้ } (3.5)(70) = 245 \text{ และ ข. วิ่งได้ } (3.5)(80) = 280$$

แต่ $245+280 = 525 \neq 600$ ดังนั้น ก. และ ข. ไม่พบกัน

สรุปตัดตัวเลือก 1., 2. และ 3. ทั้งได้

ตัวเลือก 4. 4 ชั่วโมง

ก. วิ่งได้ $(4)(70) = 280$ และ ข. วิ่งได้ $(4)(80) = 320$

เพราะว่า $280+320 = 600$ เพราะฉะนั้น ก. และ ข. จะพบกันพอดี

วิธีจริง เพราะว่า ก. และ ข. วิ่งเข้าหากัน เพราะฉะนั้นความเร็วรวม

ต้องเท่ากับความเร็วทั้ง 2 คนรวมกัน $= 70+80 = 150$ ไมล์ต่อชั่วโมง

เพราะฉะนั้นต้องใช้เวลา $= \frac{600}{150} = 4$ ชั่วโมงจึงจะพบกัน

7. ตอบ 1.

แนวคิด การตัดตัวเลือกให้นำเวลาของแต่ละตัวเลือกมาคูณว่า ณ. เวลา

ในตัวเลือกนั้น ก. และ ข. เดินทางได้ระยะทางเท่ากันหรือยัง ถ้าได้

ระยะทางเท่ากันก็แสดงว่า ก. เดินทางทัน ข. พอดี

ตัวเลือก 1. เมื่อเวลา 14.20 น.

ก. เดินทางได้ 5 ชั่วโมง 20 นาทีคิดเป็นระยะทาง $= (5 + \frac{20}{60})110 = \frac{1760}{3}$

ข. เดินทางได้ 7 ชั่วโมง 20 นาทีคิดเป็นระยะทาง $= (7 + \frac{20}{60})80 = \frac{1760}{3}$

เป็นความโชคดีที่คำตอบอยู่ที่ตัวเลือก 1.

วิธีจริง คิดที่เวลา 9.00 น. และจุดเริ่มต้นคือ กรุงเทพฯ

ให้ t เป็นเวลาที่คิดจากการเริ่มต้นเมื่อเวลา 9.00 น.

ระยะทางที่ ก. เดินทางได้ $= 110t$

ระยะทางที่ ข. เดินทางได้ $= (2)(80) + (t)(80) = (2+t)(80)$

หาค่า t จากสมการ $110t = (2+t)80$

$$30t = 160$$

$$t = \frac{160}{30} = \frac{16}{3} = 5 + \frac{1}{3} = 5 + \frac{20}{60}$$

จากเวลา 9.00 น. เพิ่มอีก 5 ชั่วโมง 20 นาที คือ 14.20 น.

สรุป ก. ทัน ข. เมื่อเวลา 14.20 น.

8. ตอบ 3.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตร ดังนั้นการแทนค่าบางค่าก็ตัดตัวเลือกได้แล้ว

ให้ $y = 0$ หมายความว่า ไม่มีวันหยุด จะได้ว่า ตัวเลือก 2. และ 4. มีการหารด้วยเลขศูนย์ซึ่งหาค่าไม่ได้ ดังนั้นตัดตัวเลือก 2. และ 4. ทิ้งได้ ลองแทนค่า $y = 11$ แสดงว่าทำงานเพียงครึ่งเดือน ดังนั้นในแต่ละวันจึงต้องผลิตเป็น 2 เท่าของค่าเฉลี่ย นั่นคือวันละ $2x$ หน่วย

$$\text{ตัวเลือก 1. } \frac{22x}{22x-y} = \frac{22x}{22x-11} \neq 2x$$

$$\text{ตัวเลือก 3. } \frac{22x}{22-y} = \frac{22x}{22-11} = 2x$$

$$\text{ตัวเลือก 5. } \frac{22x}{22x-xy} = \frac{22x}{22x-11x} = 2 \neq 2x$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. และ 5. ทิ้ง

วิธีจริง x เป็นจำนวนหน่วยเฉลี่ยต่อหนึ่งวันที่ทำงานจริง

$$\text{จำนวนรวม} = x \times (\text{จำนวนวันทำงานจริง}) = x(22 - y)$$

$$\text{จำนวนรวม} = (\text{ค่าเฉลี่ยต่อ 22 วัน}) \times (22 \text{ วัน}) = (x) \times (22) = 22x$$

$$\text{เพราะฉะนั้น} \quad x(22 - y) = 22x$$

$$x = \frac{22x}{22-y}$$

9. ตอบ 3.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตร ดังนั้น แทนค่า X, Y, Z, T บางค่าก็ตัดตัวเลือกได้แล้ว เช่น แทนค่า $Z = 1000$, $Y = 20$, $X = 30$ จะได้

$$Y \% = 20 \% ; 20 \% \text{ ของ } Z \text{ คือ } (0.2)(1000) = 200$$

$$X \% = 30 \% ; 30 \% \text{ ของ } 20 \% \text{ ของ } Z \text{ คือ } (0.3)(200) = 60$$

เพราะฉะนั้น $T = 60$ แทนค่า X, Y, Z, T ในแต่ละตัวเลือกด้วย

$$X = 30, Y = 20, Z = 1000, T = 60$$

ตัวเลือก 1. $\frac{10000T}{XZ} = \frac{(10000)(60)}{(30)(1000)} = 20 \neq Z$

ตัวเลือก 2. $\frac{10000T}{XYZ} = \frac{(10000)(60)}{(30)(20)(1000)} = 1 \neq Z$

ตัวเลือก 3. $\frac{10000T}{XY} = \frac{(10000)(60)}{(30)(20)} = 1000 = Z$

ตัวเลือก 4. $\frac{1000T}{XYZ} = \frac{(1000)(60)}{(30)(20)(1000)} = \frac{1}{10} \neq Z$

ตัวเลือก 5. $\frac{1000T}{XY} = \frac{(1000)(60)}{(30)(20)} = 100 \neq Z$

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง $Y\%$ ของ Z เท่ากับ $(\frac{Y}{100})Z$

$X\%$ ของ $Y\%$ ของ Z เท่ากับ $(\frac{X}{100})(\frac{Y}{100})Z$

เพราะฉะนั้น $T = \frac{XYZ}{10000}$

สรุป $Z = \frac{10000T}{XY}$

หมายเหตุ ขอให้สังเกตว่า Z ต้องมีสูตรในพจน์ของตัวแปร X, Y และ

T เท่านั้น ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2. และ 4. ทิ้งได้ก่อน

10. ตอบ 4.

แนวคิด ถ้าถามแบบนี้วิธีจริงดีที่สุดในที่นี้ แต่ต้องจำสูตรได้ว่า

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{1}{1-x}$$

เพราะฉะนั้น $\frac{1}{3} = \frac{1}{1-x}$

$$3 - 3x = 1$$

$$-3x = -2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

11. ตอบ 5.

แนวคิด การตัดตัวเลือกก็เพียงแต่ลองแยกค่าในตัวเลือกว่าเป็น m , n ได้หรือไม่

ตัวเลือก	m	n
1. 4	3	1
2. 28	3	$25 = 6(4)+1$
3. 34	3	$31 = 6(5)+1$
4. 40	3	$37 = 6(6)+1$

เพราะฉะนั้น $m+n = 4, 28, 34, 40$ ได้

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 4. ทิ้งได้

การตัดตัวเลือก วิธีที่ 2 6 หาร m เหลือเศษ 3 และ 6 หาร n เหลือเศษ 1 เพราะฉะนั้น 6 หาร $m+n$ ต้องเหลือเศษ 4

เพราะว่า 6 หาร 4, 28, 34, 40 เหลือเศษ 4

เพราะฉะนั้น $m+n = 4, 28, 34, 40$ ได้

สรุปตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 4. ได้เหมือนกัน

12. ตอบ 3.

แนวคิด จากโจทย์ $x^2+2x-3 \leq 0$ แทนค่า $x = -3$ จะได้

$$(-3)^2 + 2(-3) - 3 = 9 - 6 - 3 = 0 \leq 0$$

แสดงว่า $x = -3$ ได้

ตัวเลือก 1. $|2x-3| = |2(-3) - 3| = 9 \geq 1$

ตัวเลือก 2. $|x-5| = |-3 - 5| = 8 \neq 5$

ตัวเลือก 3. $\frac{x-1}{x+3} = \frac{-3-1}{-3+3}$ หาค่าไม่ได้

ตัวเลือก 4. $(-3)^2 = 9$

สรุปตัดตัวเลือก 2., 3. และ 4.ทิ้งไปก่อน

วิธีจริง $x^2 + 2x - 3 \leq 0$

$(x+3)(x-1) \leq 0$
$-3 \leq x \leq 1$

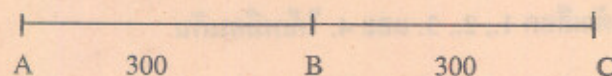
ตัวเลือก 1. $|2x - 3| \geq 1$

$2x - 3 \leq -1$ หรือ $2x - 3 \geq 1$
$2x \leq 2$ หรือ $2x \geq 4$
$x \leq 1$ หรือ $x \geq 2$

สรุปคำตอบ $x^2 + 2x - 3 \leq 0$ เป็นสับเซตของ $|2x - 3| \geq 1$

13. ตอบ 2.

แนวคิด โจทย์ข้อนี้คำถามและตัวเลือกเป็นสูตรที่ขึ้นอยู่กับระยะทาง AB, BC ดังนั้นแทนค่า AB, BC ที่คิดเลขได้ง่ายก็สามารถตัดตัวเลือกได้ สมมติ $AB = BC = 300$ (เลือกเลขที่หารด้วย 50, 60 ลงตัว)



เวลาจาก A ไป B = $\frac{300}{50} = 6$ ชม.

เวลาจาก B ไป C = $\frac{300}{60} = 5$ ชม.

เวลาจาก C ไป A = $\frac{600}{150} = 4$ ชม.

$$\begin{aligned}
 \text{ความเร็วเฉลี่ย} &= \frac{\text{distance}}{\text{time}} \\
 &= \frac{300+300+600}{6+5+4} \\
 &= \frac{1200}{15} \\
 &= 80 \text{ กม./ชม.}
 \end{aligned}$$

จากการที่เราเลือก $AB = BC = 300$ ทำให้สามารถตัดตัวเลือก 1., 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง สมมติระยะทาง $AB = BC = x$

$$\text{เวลาจาก A ไป B} = \frac{x}{50}$$

$$\text{เวลาจาก B ไป C} = \frac{x}{60}$$

$$\text{เวลาจาก C ไป A} = \frac{2x}{150}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ความเร็วเฉลี่ย} &= \frac{\text{distance}}{\text{time}} = \frac{x+x+2x}{\left(\frac{x}{50} + \frac{x}{60} + \frac{2x}{150}\right)} \\
 &= \frac{x+x+2x}{\left(\frac{6x+5x+4x}{300}\right)} \\
 &= \frac{1200x}{15x} \\
 &= 80 \text{ กม./ชม.}
 \end{aligned}$$

14. ตอบ 3.

แนวคิด ตัวเลือก 5. 4 ชม. ตัดทิ้งได้เลย เพราะว่าขนาดท่อ x . เพียงท่อเดียวยังเต็มถึงใน 4 ชม. ดังนั้นถ้าใช้ท่อ g . และ x . ต้องใช้เวลาไม่ถึง 4 ชม. แน่แน่นอน

วิธีจริง ท่อ ก. ปล่อยน้ำเข้าได้ $\frac{1000}{2} = 500 \text{ m}^3/\text{ชม.}$

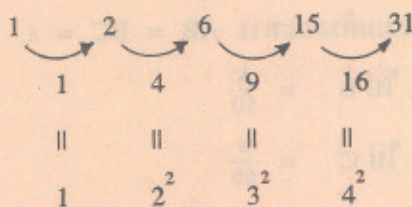
ท่อ ข. ปล่อยน้ำเข้าได้ $\frac{1000}{4} = 250 \text{ m}^3/\text{ชม.}$

เมื่อปล่อยให้น้ำเข้าด้วยท่อ ก. 1 ชั่วโมง จะมีน้ำเข้าถึง 500 ลูกบาศก์เมตร
ดังนั้นเหลือความจุของถังเท่ากับ 500 ลูกบาศก์เมตร

เวลาที่น้ำจะเต็มถังหลังจากเปิดท่อ ข. = $\frac{500}{250} = 2 \text{ ชม.}$

15. ตอบ 5.

แนวคิด



สรุปตัวถัดไปคือ $31 + 5^2 = 31 + 25 = 56$

16. ตอบ 2. และ 5.

แนวคิด จากโจทย์

$5 + 2 \geq 0$, $5 - 3 \geq 0$, $5 - 4 \geq 0$, $5 - 5 \leq 0$ ดังนั้น $x = 5$ ได้

แต่ตัวเลือก 3. , 4. $x = 5$ ไม่ได้ ดังนั้นตัดตัวเลือก 3. และ 4. ทิ้ง

จากโจทย์

$4 + 2 \geq 0$, $4 - 3 \geq 0$, $4 - 4 \geq 0$, $4 - 5 \leq 0$ ดังนั้น $x = 4$ ได้

แต่ตัวเลือก 1. $x = 4$ ไม่ได้ ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้งไปได้อีก

หมายเหตุ ถ้า $4 \leq x \leq 5$ แล้ว $-2 \leq x \leq 5$ ถูกต้อง

แต่ถ้า $-2 \leq x \leq 5$ แล้ว $4 \leq x \leq 5$ ไม่จริง

ดังนั้นหากจะเดา เลือก 5. ดีกว่า

วิธีจริง

$$x + 2 \geq 0 \rightarrow x \geq -2$$

$$x - 3 \geq 0 \rightarrow x \geq 3$$

$$x - 4 \geq 0 \rightarrow x \geq 4$$

$$x - 5 \leq 0 \rightarrow x \leq 5$$

สรุป ตัวเลือก 5. $4 \leq x \leq 5$ ถูกต้อง

หมายเหตุ ตัวเลือก 2. $-2 \leq x \leq 5$ ต้องถือว่าถูกต้องด้วย

17. ตอบ 4.

แนวคิด การหาคำตอบใช้การแทนค่า $d=1$ จะทำให้ง่ายขึ้น

$$3x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$5y = 8 \rightarrow y = \frac{8}{5}$$

เพราะฉะนั้น

$$x : y = \frac{2}{3} : \frac{8}{5}$$

$$= \frac{2}{3}(15) : \frac{8}{5}(15)$$

$$= 10 : 24$$

$$= 5 : 12$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง

$$x = \frac{2}{3}d, \quad y = \frac{8}{5}d$$

$$\frac{x}{y} = \frac{\left(\frac{2}{3}d\right)}{\left(\frac{8}{5}d\right)} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

สรุป $x : y = 5 : 12$



แนวคิด จำสูตรได้ดีที่สุดคือ $(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
 แต่ถ้าจำสูตรไม่ได้ การแทนค่า $a = 1, b = 1$ จะช่วยในการตัดตัวเลือกได้
 โจทย์ $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 = 1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$

ตัวเลือก 1. $(a + b)^4 = (1 + 1)^4 = 16$

ตัวเลือก 2. $(a^2 - b^2)^4 = (1 - 1)^4 = 0 \neq 16$

ตัวเลือก 3. $(a - b)^4 = (1 - 1)^4 = 0 \neq 16$

ตัวเลือก 4. $(a^2 + b^2)^2 = (1 + 1)^2 = 4 \neq 16$

ตัวเลือก 5. $(a^2 + ab + b^2)^2 = (1 + 1 + 1)^2 = 9 \neq 16$

สรุปตัดตัวเลือก 2., 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

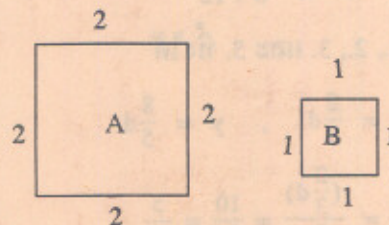
19. ตอบ 4.

แนวคิด เพราะว่า 4 : 1 เท่ากับ 8 : 2 เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 2.

และตัวเลือก 5. ทิ้งได้เลยมีฉะนั้นโจทย์คิดแน่นอน

ต่อไปให้เหตุผลของสี่เหลี่ยมบางรูปที่สอดคล้องเงื่อนไขของโจทย์ช่วย

ในการตัดตัวเลือก เช่น



พื้นที่ A : พื้นที่ B = 4 : 1

เส้นรอบรูป A : เส้นรอบรูป B = 8 : 4 = 2 : 1

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 5. ทิ้งได้แน่นอน

วิธีจริง ให้ สี่เหลี่ยม B มีด้านยาวด้านละ $= x$ ดังนั้นพื้นที่ $B = x^2$

พื้นที่ A เป็น 4 เท่าของพื้นที่ B ดังนั้นสี่เหลี่ยม A มีพื้นที่ $= 4x^2$

เพราะฉะนั้นความยาวด้านของสี่เหลี่ยม A $= 2x$

ความยาวเส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยม A $= 2x + 2x + 2x + 2x = 8x$

ความยาวเส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยม B $= x + x + x + x = 4x$

อัตราส่วน ความยาวเส้นรอบรูป A : ความยาวเส้นรอบรูป B $= 8x : 4x$
 $= 2 : 1$

20. ตอบ 2.

แนวคิด การตัดตัวเลือกทำได้โดยเลือกค่า a, b, c ที่ทำให้

$$ab : bc : ca = 3 : 2 : 1$$

$$a : c : \frac{ca}{b} = 3 : 2 : 1$$

โดยการเลือก $a = 3$, $c = 2$ และ $b = 6$ จะได้

$$(3)(6) : (6)(2) : (3)(2) = 18 : 12 : 6 = 3 : 2 : 1$$

ซึ่งสอดคล้องเงื่อนไขของโจทย์และ $\frac{ab}{c} : \frac{bc}{a} = \frac{(3)(6)}{2} : \frac{(6)(2)}{3} = 9 : 4$

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1., 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง เพราะว่า $ab:bc:ca = 3:2:1$ เพราะฉะนั้น $\frac{ab}{bc} = \frac{3}{2}$

$$\frac{a}{c} = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{a}{c}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\frac{\left(\frac{ab}{c}\right)}{\left(\frac{bc}{a}\right)} = \frac{ab}{c} \cdot \frac{a}{bc} = \frac{a}{c} \cdot \frac{a}{c} = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

สรุป $\frac{ab}{c} : \frac{bc}{a} = 9 : 4$

ข้อสอบ คณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 3

ข้อสอบ คณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 3

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องมากที่สุดเพียง 1 คำตอบ

1. ค่าของ $\sum_{x=1}^n 3x^2$ เท่ากับเท่าใด

1. $(\frac{n}{2}+1)(2n+1)$

2. $n(\frac{n}{2}+1)(2n+1)$

3. $\frac{n}{2}(\frac{n}{2}+1)(2n+1)$

4. $\frac{n}{2}(n+1)(2n+1)$

5. ไม่มีคำตอบถูก

2. $(\sqrt{x})^{x-1} = x$ ค่าของ x เท่ากับเท่าใด

1. ค่า 1 กับ 2

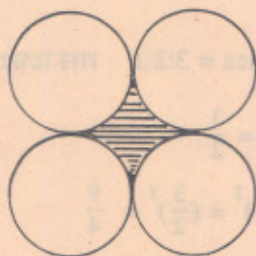
2. ค่า 1 กับ 4

3. ค่า 2 กับ 4

3. ค่า 1 กับ 3

5. ค่า 2 กับ 3

3.



วงกลมทั้งสี่มีรัศมีเท่ากันคือ 1 นิ้ว พื้นที่ส่วนแรเงาเท่ากับเท่าใด

1. $\frac{(4-\pi)}{4}$

2. $4-\pi$

3. $\frac{(2-\pi)}{4}$

4. $4-2\pi$

5. $\frac{(4-2\pi)}{4}$

4. ให้ $(1, -3)$ เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่สัมผัสกับเส้นตรง $x - y - 6 = 0$

ที่จุด $(2, -4)$ สมการวงกลมคือข้อใด

1. $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 8 = 0$

2. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 8 = 0$

3. $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 8 = 0$

4. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0$

5. $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$

5. ค่าของ $\frac{\sqrt{54y^3}}{\sqrt{6y}} + y\sqrt{49}$ เท่ากับเท่าใด

1. $10y$

2. $10\sqrt{y}$

3. $y\sqrt{10y}$

4. $3\sqrt{y} + 7y$

5. $y\sqrt{3y} + 7y$

6. จำนวนเต็ม 2 ค่า มีค่ามัธยิมเลขคณิตเท่ากับ 5 และมีมัธยิมเรขาคณิตเท่ากับ 4 หนึ่งในสองค่านี้จะต้องเป็นเลขใด

1. 1

2. 2

3. 3

4. 4

5. 5

7. ถ้า $i^2 = -1$ แล้ว i^{-127} เท่ากับเท่าใด

1. -1

2. 1

3. i

4. $-i$

5. i^{-1}

8. ถ้าผลรวมของเลขสี่จำนวนที่เรียงกันมีค่าเท่ากับ 46 แล้วค่ามากที่สุดของตัวเลขในสี่ตัวนั้นเท่ากับเท่าใด

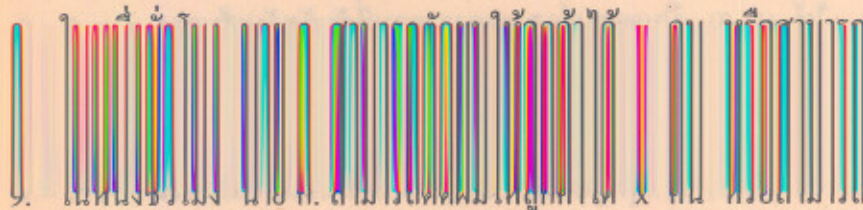
1. 7

2. 8

3. 10

4. 12

5. 13



โกนหนวดให้ลูกค้าได้ y คน ถ้าลูกค้าที่เข้ามาต้องการให้ตัดผมและโกนหนวด นาย ก. จะบริการลูกค้าได้กี่คนในเวลาหนึ่งชั่วโมง

1. $\frac{2}{x+y}$
2. $\frac{x+y}{2}$
3. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$
4. $\frac{xy}{x+y}$
5. $\frac{1}{x+y}$

10. ถ้า A คือค่าเฉลี่ยของ X, Y, Z และ $Z = A + 7$

แล้วตัวเลือกใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง

1. $A > X$ และ $A > Y$
2. $Z > X$ และ $Z > Y$
3. $2Z > X + Y$
4. $X + Y + 2Z < 4A$
5. $\frac{X+Y}{2} > A$

11. ขายสินค้าอย่างหนึ่งโดยลดราคาลง 10 % แล้วลดลงจากที่ลดแล้วอีก 10 % จะมีค่าเท่ากับการลดในตัวเลือกใด

1. ลดทีเดียว 19 %
2. ลดทีเดียว 20 %
3. ลดทีเดียว 21 %
4. ลด 15 % แล้วลดอีก 5 %
5. ลด 5 % แล้วลดอีก 15 %

12. ถ้า $b = a^2 - 2a + 2$

แล้วค่าของ b ที่ต่ำที่สุดที่เป็นไปได้เท่ากับเท่าใด

1. 3
2. 0
3. 1
4. 4
5. ไม่มีคำตอบถูกต้อง

13. ถ้า $a : b : c = -5 : 4 : 2$ และ $2a + b + 7c = 28$
แล้ว $a + b + 2c$ เท่ากับเท่าใด
1. 10.5 2. 11 3. 11.5
4. 12 5. 12.5
14. ผลบวกของเลขสองจำนวนรวมกันได้ 12 ถ้าจะให้ผลคูณของเลขสอง
จำนวนนั้นมีค่ามากที่สุด แล้วเลขสองจำนวนนั้นเท่ากับเท่าใด
1. 7 กับ 5 2. 8 กับ 4 3. 9 กับ 3
4. 10 กับ 2 5. ไม่มีข้อใดถูก
15. ถ้า $3 \leq x \leq 8$ และ $-2 \leq y \leq 16$ แล้วค่าต่ำสุดของ $\frac{x}{y}$ เท่ากับเท่าใด
1. 2 2. $\frac{16}{3}$ 3. -0.25
4. -0.67 5. -4
16. จำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 7 เหลือเศษ 5 และ หารด้วย 8 เหลือเศษ 6
มีค่าน้อยที่สุดเท่ากับเท่าใด
1. 40 2. 42 3. 54
4. 89 5. 110
17. ถ้า $a > 0$ แล้วตัวเลือกใดถูกต้อง
1. $a^2 > a$ 2. $a + \frac{1}{a} < 2$ 3. $a^2 + a > 2$
4. $a + \frac{1}{a} > 2$ 5. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง
18. ถ้า x, y เป็นจำนวนเต็ม และ $xy+1$ เป็นเลขคู่ แล้วข้อใดต่อไปนี้ เป็นเลขคี่
1. $x^2 y^2$ 2. $y(x+1)$ 3. $x(x+y)$
4. $(x+y)^2$ 5. $(x+1)(y+1)$

19. ถ้า $i = \sqrt{-1}$ แล้ว $4a^2 + b^2$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. $(2a + bi)(2a + bi)$
2. $(2a - bi)(2a - bi)$
3. $(2a + bi)(2a - bi)$
4. $(2a + b)(2ai - bi)$
5. ไม่มีข้อใดถูกต้อง

20. ถ้า $x > 1$ แล้วค่าต่อไปนี้ข้อใดมีค่ามากที่สุด

1. $\frac{x}{x+1}$
2. $\frac{x+1}{x+2}$
3. $\frac{x-1}{x}$
4. $\frac{x-2}{x-1}$
5. $\frac{x+2}{x+3}$

เฉลยข้อสอบ คณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 3

1. ตอบ 4.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ n แทนค่า n ก็คิด
ตัวเลือกได้แล้ว เช่น แทนค่า $n = 1$

$$\text{โจทย์ } \sum_{x=1}^1 3x^2 = 3$$

$$\text{ตัวเลือก 1. } \left(\frac{n}{2} + 1\right)(2n+1) = \left(\frac{1}{2} + 1\right)(2+1) = \frac{9}{2} \neq 3$$

$$\text{ตัวเลือก 2. } \left(\frac{n}{2} + 1\right)(2n+1) = (1)\left(\frac{1}{2} + 1\right)(2+1) = \frac{9}{2} \neq 3$$

$$\text{ตัวเลือก 3. } \frac{n}{2}\left(\frac{n}{2} + 1\right)(2n+1) = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2} + 1\right)(2+1) = \frac{9}{4} \neq 3$$

$$\text{ตัวเลือก 4. } \frac{n}{2}(n+1)(2n+1) = \left(\frac{1}{2}\right)(2)(3) = 3$$

สรุปตัดตัวเลือก 1., 2. และ 3. ทิ้งได้

วิธีจริง

$$\begin{aligned}\sum_{x=1}^n 3x^2 &= 3 \sum_{x=1}^n x^2 \\ &= 3\left(\frac{n}{6}(n+1)(2n+1)\right) \\ &= \frac{n}{2}(n+1)(2n+1)\end{aligned}$$

2. ตอบ 4.

แนวคิด การตัดตัวเลือก ลองแทนค่า $x = 1$

$$(\sqrt{1})^{1-1} = 1^0 = 1$$

เพราะฉะนั้น $x = 1$ ใช้ได้ ดังนั้นตัดตัวเลือก 3., 5. ทิ้ง

$$\text{แทนค่า } x = 2 ; (\sqrt{2})^{2-1} = \sqrt{2} \neq 2$$

ตัดตัวเลือก 1. ทิ้งได้

$$\text{แทนค่า } x = 3 ; (\sqrt{3})^{3-1} = (\sqrt{3})^2 = 3$$

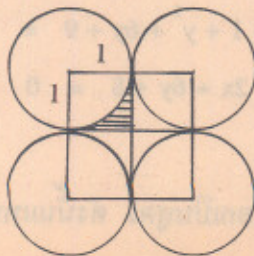
ดังนั้นเลือก 4. เป็นคำตอบได้เลย

3. ตอบ 2.

แนวคิด ถ้าจำได้ว่า $\pi = \frac{22}{7}$ หรือ $\pi = 3.14$ ก็สามารถตัดตัวเลือกได้แล้วเพราะว่า $2-\pi < 0$ และ $4-2\pi < 0$ เพราะฉะนั้น ตัวเลือก 3., 4. และ 5.

มีค่าเป็นลบ ดังนั้นตัดตัวเลือก 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง



$$\text{พื้นที่แรเงา} = 1 - \frac{1}{4}(\pi) = 1 - \frac{\pi}{4}$$

$$\text{พื้นที่แรเงาทั้งหมดตามที่โจทย์ต้องการ} = 4\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = 4 - \pi$$

4. ตอบ 2.

แนวคิด สูตรที่ควรจำได้เกี่ยวกับวงกลม $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

คือ มีจุดศูนย์กลางที่ $\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$ และรัศมีเท่ากับ $\sqrt{\frac{A^2}{4} + \frac{B^2}{4} - C}$

เพราะฉะนั้น จุดศูนย์กลางของแต่ละตัวเลือกคือ

1. $(-1, 3)$ 2. $(1, -3)$ 3. $(1, 3)$

4. $(1, -3)$ 5. $(1, 3)$

สรุปตัดตัวเลือก 1., 3. และ 5. ทิ้งได้

เพราะว่าจุด $(2, -4)$ อยู่บนวงกลม เพราะฉะนั้นเราแทนค่า $x = 2$ และ $y = -4$ เพื่อดูว่าตัวเลือก 2. หรือ 4. จะใช้ได้หรือไม่

2. $2^2 + (-4)^2 - 2(2) + 6(-4) + 8 = 4 + 16 - 4 - 24 + 8 = 0$

4. $2^2 + (-4)^2 - 2(2) + 6(-4) + 6 = 4 + 16 - 4 - 24 + 6 = -2 \neq 0$

สรุปตัดตัวเลือก 4. ทิ้งได้

วิธีจริง รัศมีวงกลมเท่ากับระยะทางจากจุด $(1, -3)$ ไปยัง $(2, -4)$

$$\text{เท่ากับ } \sqrt{(1-2)^2 + (-3+4)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$\text{สมการวงกลมคือ } (x-1)^2 + (y+3)^2 = (\sqrt{2})^2$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 6y + 9 = 2$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y + 8 = 0$$

5. ตอบ 1.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตร ดังนั้นแทนค่า $y = 1$ ดูกว่า

โจทย์ $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}} + \sqrt{49} = \frac{\sqrt{6}\sqrt{9}}{\sqrt{6}} + 7 = 10$

ตัวเลือก 1. $10y = 10$

ตัวเลือก 2. $10\sqrt{y} = 10$

ตัวเลือก 3. $y\sqrt{10y} = \sqrt{10}$

ตัวเลือก 4. $3\sqrt{y} + 7y = 3 + 7 = 10$

ตัวเลือก 5. $y\sqrt{3y} + 7y = \sqrt{3} + 7$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 3. และ 5. ได้

แทนค่า $y = 4$ ก็จะตัดตัวเลือก 2. และ 4. ได้

วิธีจริง
$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{54y^3}}{\sqrt{6y}} + y\sqrt{49} &= \frac{\sqrt{6}\sqrt{9} y\sqrt{y}}{\sqrt{6}\sqrt{y}} + y(7) \\ &= 3y + 7y \\ &= 10y \end{aligned}$$

6. ตอบ 2.

แนวคิด ให้ x, y เป็นจำนวนเต็ม 2 ค่านี้

$$\frac{x+y}{2} = 5 \text{ และ } \sqrt{xy} = 4$$

$$x+y = 10 \text{ และ } xy = 4^2 = 16$$

ลองดูค่าจากตัวเลือกจะเห็นว่า $x = 2, y = 8$ ได้

สรุปเลือกตัวเลือก 2. เป็นคำตอบ

วิธีจริง $x+y = 10$ แทนค่า $y = \frac{16}{x}$

$$x + \frac{16}{x} = 10$$

$$x^2 + 16 = 10x$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$(x-2)(x-8) = 0$$

$$x = 2, 8$$

$$y = 8, 2$$

7. ตอบ 3.

แนวคิด เพราะว่า $1^{-i} = 1$ เสมอ เพราะฉะนั้นตัวเลือก 2. และ 5. เหมือนกัน เราจึงตัดตัวเลือก 2. และ 5. ทิ้งก่อน

วิธีจริง $i^{-127} = \frac{1}{i^{127}}$ และ $i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$

$$\begin{aligned} i^{127} &= i^{4(31)+3} \\ &= (i^4)^{31} i^3 \\ &= (1)^{31} i^2 i \\ &= -i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i^{-127} &= \frac{1}{-i} = \frac{1}{-i} \cdot \frac{i}{i} \\ &= \frac{i}{-(i)^2} = \frac{i}{-(-1)} \\ &= i \end{aligned}$$

8. ตอบ 5.

แนวคิด ใช้การแทนค่าจากตัวเลือกดีกว่า

ตัวเลือก 1. $4 + 5 + 6 + 7 = 22$

ตัวเลือก 2. $5 + 6 + 7 + 8 = 26$

ตัวเลือก 3. $7 + 8 + 9 + 10 = 34$

ตัวเลือก 4. $9 + 10 + 11 + 12 = 42$

ตัวเลือก 5. $10 + 11 + 12 + 13 = 46$

สรุปตัวเลือก 5. ถูกต้อง

วิธีจริง $n, n+1, n+2, n+3$ เป็นเลขสี่ตัวที่เรียงกัน

$$n + n + 1 + n + 2 + n + 3 = 46$$

$$4n + 6 = 46$$

$$n = 10$$

สรุปค่ามากที่สุดคือ $n + 3 = 13$

9. ตอบ 5.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรใช้การแทนค่าตัดตัวเลือกดีกว่า

ใช้การแทนค่าจากตัวเลือกดีกว่า

สมมติว่า $x = 2, y = 2$ หมายความว่า นาย ก. ตัดผมหนึ่งคนใช้เวลา

$\frac{1}{2}$ ชม. และโกนหนวดใช้เวลา $\frac{1}{2}$ ชม.

เพราะฉะนั้นหากลูกค้าต้องการตัดผมและโกนหนวด นาย ก. จะบริการได้

1 คนในหนึ่งชั่วโมง ต่อไปแทนค่า $x = 2, y = 2$ ในตัวเลือก

ตัวเลือก 1. $\frac{2}{x+y} = \frac{2}{2+2} = \frac{1}{2} \neq 1$

ตัวเลือก 2. $\frac{x+y}{2} = \frac{2+2}{2} = 2 \neq 1$

ตัวเลือก 3. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

ตัวเลือก 4. $\frac{xy}{x+y} = \frac{4}{2+2} = 1$

ตัวเลือก 5. $\frac{1}{x+y} = \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4} \neq 1$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2. และ 5. ทิ้งได้

สมมติ $x = 4, y = 4$ ดังนั้น นาย ก. ตัดผมหนึ่งคนใช้เวลา 15 นาที
และโกนหนวดใช้เวลา 15 นาทีต่อคน เพราะฉะนั้นหากลูกค้าต้องการ
ทั้งตัดผมและโกนหนวดต้องใช้เวลา 30 นาที

สรุป ใน 1 ชั่วโมง นาย ก. จะบริการลูกค้าได้ 2 คนเท่านั้น

ต่อไปแทนค่า $x = 4, y = 4$ ในตัวเลือกที่เหลือ

ตัวเลือก 3. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \neq 2$

ตัวเลือก 4. $\frac{xy}{x+y} = \frac{(4)(4)}{4+4} = 2$

สรุปตัดตัวเลือก 3. ทิ้งได้อีก

วิธีจริง คน x คน ใช้เวลาตัดผม = 1 ชม.

คน 1 คน ใช้เวลาตัดผม = $\frac{1}{x}$ ชม.

คน y คน ใช้เวลาโกนหนวด = 1 ชม.

คน 1 คน ใช้เวลาโกนหนวด = $\frac{1}{y}$ ชม.

สรุป คน 1 คน ใช้เวลาตัดผมและโกนหนวด = $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ ชม.

เวลา $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ ชม. บริการคนได้ = 1 คน

$$\begin{aligned} \text{เวลา 1 ชม. บริการคนได้} &= \frac{1}{\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)} \text{ คน} \\ &= \frac{xy}{x+y} \text{ คน} \end{aligned}$$

10. ตอบ 3.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของตัวแปร A, X, Y และ Z
ดังนั้นแทนค่า A, X, Y, Z ที่สอดคล้องเงื่อนไขของโจทย์ก็จะช่วยในการ
ตัดตัวเลือกได้ เช่นเลือก A = 0 , Z = 7 , X = 1 , Y = -8

ดังนั้น $A = \frac{X+Y+Z}{3}$ และ $Z = A + 7$ สอดคล้องเงื่อนไขของโจทย์

ตัวเลือก 1. ผิด เพราะว่า $A \neq X$

ตัวเลือก 4. ผิด เพราะว่า $X+Y+2Z = 7 \neq 0$

ตัวเลือก 5. ผิด เพราะว่า $\frac{X+Y}{2} = -3.5 \neq 0$

เลือก A = -7 , Z = 0 , X = -22 , Y = 1

จะได้ $A = \frac{X+Y+Z}{3}$ และ $Z = A + 7$ สอดคล้องเงื่อนไขของโจทย์

ตัวเลือก 2. ผิด เพราะว่า Z = 0 , Y = 1 ดังนั้น $Z \neq Y$

สรุปเลือก 3. เป็นคำตอบได้เลย

$$\text{วิธีจริง} \quad A = \frac{X+Y+Z}{3} \quad \text{-----(1)}$$

$$Z = A + 7 \quad \text{-----(2)}$$

$$A = Z - 7$$

$$(1): \quad Z - 7 = \frac{X+Y+Z}{3}$$

$$3Z - 21 = X + Y + Z$$

$$2Z - 21 = X + Y$$

$$\text{เพราะฉะนั้น} \quad 2Z > 2Z - 21 = X + Y$$

$$\text{สรุป} \quad 2Z > X + Y$$

11. ตอบ 1.

แนวคิด ใช้แทนค่าตัดตัวเลือกดีกว่า สมมติสินค้าราคา 100 บาท
ลด 10 % เหลือ 90 บาท ลดอีก 10 % จะเหลือราคา 81 บาท
ราคาสินค้าของการลดราคาแต่ละตัวเลือก

ตัวเลือก 1. ลดทีเดียว 19 % ราคาขาย = 81 บาท

ตัวเลือก 2. ลดทีเดียว 20 % ราคาขาย = 80 บาท

ตัวเลือก 3. ลดทีเดียว 21 % ราคาขาย = 79 บาท

ตัวเลือก 4. ลด 15 % แล้วลดอีก 5 % ราคาขาย = 80.75 บาท

ตัวเลือก 5. ลด 5 % แล้วลดอีก 15 % ราคาขาย = 80.75 บาท

สรุปตัดตัวเลือก 2., 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง ต้นทุน x ลดราคา 10 % ราคาขาย = $(0.9)x$

ลดราคาอีก 10 % ราคาขาย = $(0.9)(0.9)x = 0.81x$

เพราะฉะนั้นเปอร์เซ็นต์ที่ลด = $\left(\frac{x - 0.81x}{x}\right)100$

$$= \frac{(0.19x)(100)}{x}$$

$$= 19\%$$

12. ตอบ 1.

แนวคิด แทนค่า a บางค่าก็ตัดตัวเลือกได้แล้ว

a	$b = a^2 - 2a + 2$
0	2
1	1

จากการแทนค่า a บางค่าทำให้ตัดตัวเลือก 1. และ 4. ทิ้งได้

วิธีจริง

$$\begin{aligned}
 b &= a^2 - 2a + 2 \\
 &= a^2 - 2a + 1 + 1 \\
 &= (a - 1)^2 + 1 \\
 &\geq 1
 \end{aligned}$$

สรุปค่าต่ำที่สุดของ b เท่ากับ 1 เมื่อ $a = 1$

13. ตอบ 1.

แนวคิด เพราะว่า $a : b : c = -5 : 4 : 2$

เพราะฉะนั้น ให้ $a = -5x$, $b = 4x$, $c = 2x$ แทนค่าในสมการ

$$2a + b + 7c = 28$$

จะได้ $2(-5x) + 4x + 7(2x) = 28$

$$-10x + 4x + 14x = 28$$

$$8x = 28$$

$$x = \frac{28}{8} = \frac{7}{2}$$

เพราะฉะนั้น $a + b + 2c = -5x + 4x + 2(2x)$

$$= 3x$$

$$= 3\left(\frac{7}{2}\right)$$

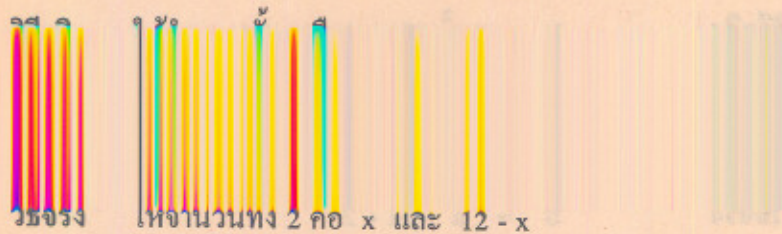
$$= 10.5$$

14. ตอบ 5.

แนวคิด ตัวเลือก 1. - 4. ค่าตัวเลขบวกกันได้ 12 แต่ถ้าต้องการให้

ผลคูณมีค่ามากที่สุดต้องเลือก $(7)(5) = 35$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2., 3. และ 4. ทิ้งได้



$$\begin{aligned}
 y &= x(12 - x) \\
 &= -x^2 + 12x \\
 &= -(x^2 - 12x + 36) + 36 \\
 &= -(x - 6)^2 + 36 \\
 &\leq 36
 \end{aligned}$$

สรุปค่ามากที่สุดของ $y = 36$ เมื่อ $x = 6$

15. ตอบ 4.

แนวคิด เพราะว่า y มีค่าเป็นลบได้

เพราะฉะนั้นค่าต่ำสุดของ $\frac{x}{y}$ ต้องเป็นลบ

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. และ 2. ทิ้งไปก่อน

วิธีจริง ค่าต่ำสุดของ $\frac{x}{y}$ ต้องมีค่าลบมาก เมื่อ y มีค่าลบมากที่สุด

และ x มีค่าเป็นบวกน้อยที่สุด

$$\text{สรุป } \frac{x}{y} = \frac{-2}{3} = -0.67 \text{ เป็นค่าต่ำสุด}$$

16. ตอบ 5.

แนวคิด เพราะว่า 7 หาร 42, 54 ลงตัว เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 2.,3.

เพราะว่า 8 หาร 40 ลงตัว เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้ง

ต่อไปดูว่า 89 ใช้ได้หรือไม่

เพราะว่า 8 หาร 89 เหลือเศษ 1 ดังนั้นตัดตัวเลือก 4. ทิ้ง

วิธีจริง ให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่ต้องการ

เพราะว่า 7 หาร x เหลือเศษ 5 เพราะฉะนั้น $x = 7n + 5$

$$x = 5, 12, 19, \dots, 75, 82, 89, 96, 103, 110, \dots$$

เพราะว่า 8 หาร x เหลือเศษ 6 เพราะฉะนั้น $x = 8m + 6$

$$x = 6, 14, 22, \dots, 86, 94, 102, 110, \dots$$

สรุปค่าต่ำที่สุด $x = 110$

17. ตอบ 5.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตร ดังนั้นแทนค่า $a = 1 > 0$ ก็ตัดตัวเลือกได้แล้ว

ตัวเลือก 1. ผิด เพราะ $1^2 \neq 1$

ตัวเลือก 2. ผิด เพราะ $1 + \frac{1}{1} = 2 \neq 2$

ตัวเลือก 3. ผิด เพราะ $1^2 + 1 = 2 \neq 2$

ตัวเลือก 4. ผิด เพราะ $1 + \frac{1}{1} = 2 \neq 2$

สรุปตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 4. ทิ้งได้

18. ตอบ 5.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ x, y ดังนั้นแทนค่า x, y บางค่าที่สอดคล้องเงื่อนไขของโจทย์ก็สามารถตัดตัวเลือกได้

เลือก $x = 1, y = 1$ จะได้ $xy + 1 = (1)(1) + 1 = 2$ เป็นเลขคู่

แทนค่า $x = 1, y = 1$ ในแต่ละตัวเลือก

ตัวเลือก 1. $x^2 y^2 = 1^2 1^2 = 1$

ตัวเลือก 2. $y(x+1) = 1(1+1) = 2$

ตัวเลือก 3. $x(x+y) = 1(1+1) = 2$

ตัวเลือก 4. $(x+y)^2 = (1+1)^2 = 4$

ตัวเลือก 5. $(x+1)(y+1) = (1+1)(1+1) = 4$

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 2., 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง $xy + 1$ เป็นเลขคู่ $\rightarrow xy$ เป็นเลขคี่

$\rightarrow x$ เป็นเลขคี่ และ y เป็นเลขคี่

$\rightarrow x^2$ เป็นเลขคี่ และ y^2 เป็นเลขคี่

$\rightarrow x^2 y^2$ เป็นเลขคี่

19. ตอบ 3.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตร ดังนั้นแทนค่า a, b บางค่าก็สามารถตัดตัวเลือกได้ เช่น $a = 1, b = 0$

โจทย์ $4a^2 + b^2 = 4$

ตัวเลือก 1. $(2a + bi)(2a + bi) = (2 + 0)(2 + 0) = 4$

ตัวเลือก 2. $(2a - bi)(2a - bi) = (2 - 0)(2 - 0) = 4$

ตัวเลือก 3. $(2a + bi)(2a - bi) = (2 + 0)(2 - 0) = 4$

ตัวเลือก 4. $(2a + bi)(2ai - bi) = (2 + 0)(2i - 0) = 4i \neq 4$

สรุปตัดตัวเลือก 4. ทิ้งได้

แทนค่า $a = 0, b = 1$

โจทย์ $4a^2 + b^2 = 1$

ตัวเลือก 1. $(2a + bi)(2a + bi) = (0 + i)(0 + i) = i^2 = -1$

ตัวเลือก 2. $(2a - bi)(2a - bi) = (0 - i)(0 - i) = i^2 = -1$

ตัวเลือก 3. $(2a + bi)(2a - bi) = (0 + i)(0 - i) = -i^2 = 1$

สรุปตัดตัวเลือก 1. และ 2. ทิ้งได้

วิธีจริง $(2a + bi)(2a - bi) = (2a)^2 - (bi)^2$
 $= 4a^2 - (b^2 i^2)$
 $= 4a^2 + b^2$

20. ตอบ 5.

แนวคิด คำถามแบบนี้แทนค่า x บางค่าแล้วตัดตัวเลือกดีกว่า เช่น

แทนค่า $x = 1$

ตัวเลือก 1. $\frac{x}{x+1} = \frac{1}{2} = 0.5$

ตัวเลือก 2. $\frac{x+1}{x+2} = \frac{2}{3} = 0.67$

ตัวเลือก 3. $\frac{x-1}{x} = 0$

ตัวเลือก 4. $\frac{x-2}{x-1} = \frac{-2}{0}$ หาค่าไม่ได้

ตัวเลือก 5. $\frac{x+2}{x+3} = \frac{3}{4} = 0.75$

สรุป $\frac{x+2}{x+3}$ มีค่ามากที่สุด

หมายเหตุ คำถามข้อนี้หากใช้วิธีจริงจะยากเพราะว่าต้องแสดงว่า $\frac{x+2}{x+3}$

มีค่ามากกว่าข้ออื่นทุกข้อและทุกค่า x เช่นการแสดงว่า $\frac{x+2}{x+3} > \frac{x+1}{x+2}$

เพราะว่า $\frac{x+2}{x+3} - \frac{x+1}{x+2} = \frac{(x+2)^2 - (x+1)(x+3)}{(x+3)(x+2)}$

$$= \frac{x^2 + 4x + 4 - x^2 - 4x - 3}{(x+3)(x+2)}$$

$$= \frac{1}{(x+3)(x+2)} > 0$$

เพราะฉะนั้น $\frac{x+2}{x+3} > \frac{x+1}{x+2}$ ทุกค่า $x > 1$

หรือการแสดงว่า $\frac{x+2}{x+3} > \frac{x-2}{x-1}$

เพราะว่า $\frac{x+2}{x+3} - \frac{x-2}{x-1} = \frac{(x+2)(x-1) - (x-2)(x+3)}{(x+3)(x-1)}$

$$= \frac{x^2 + x - 2 - x^2 - x + 6}{(x+3)(x-1)}$$

$$= \frac{4}{(x+3)(x-1)} > 0 \text{ เมื่อ } x > 1$$

เพราะฉะนั้น $\frac{x+2}{x+3} > \frac{x-2}{x-1}$ เมื่อ $x > 1$

ถ้า $0 < a < b$ แล้ว $a^2 < b^2$

ถ้า $0 < a < b$ แล้ว $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

ถ้า $0 < a < b$ แล้ว $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

ถ้า $1 < a < b$ แล้ว $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

$\frac{1+x}{1+x} < \frac{1+x}{1+x}$

ข้อสอบ คณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 4

1. ค่าของ $\frac{2}{2-\sqrt{2}}$ มีค่าใกล้เคียงค่าใดมากที่สุด

1. 3.2

2. 3.3

3. 3.4

4. 3.5

5. 3.6

2. ถ้า $-2 \leq x \leq 10$, $-5 \leq y \leq 8$ และ $-1 \leq z \leq 4$

แล้วค่าน้อยที่สุดของ $xy + yz$ เท่ากับเท่าใด

1. -15

2. -58

3. -60

4. -70

5. -80

3. ถ้า a เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $\frac{a^2 + 2a + 3}{2a - 2 + a^2}$ มีค่าอย่างไร

1. เป็นบวกเสมอ

2. เป็นลบเสมอ

3. เป็นบวกเมื่อ $a > 0$

4. เป็นลบเมื่อ $a < 0$

5. ไม่มีข้อใดถูก

4. ค่าใดมีค่ามากที่สุด

1. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

2. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}$

3. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$

4. $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$

5. $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}}$



7. ค่าใดมีค่ามากที่สุด
- $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}$
 - $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}$
 - $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}}$
 - $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$
 - $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$
6. ถ้า $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ แล้ว $\frac{x+y}{x}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
- $\frac{3}{2}$
 - $\frac{2}{3}$
 - $\frac{5}{2}$
 - $\frac{2}{5}$
 - ไม่มีคำตอบใดถูกต้อง
7. ถ้า $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ แล้ว $x^2 + y^2$ เท่ากับเท่าใด
- 5
 - 9
 - 13
 - 15
 - สรุปไม่ได้
8. ถ้า $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ แล้ว $\frac{x^2 + 4xy + y^2}{2xy}$ เท่ากับเท่าใด
- 2
 - $\frac{2}{3}$
 - $\frac{12}{37}$
 - $\frac{37}{12}$
 - มีค่าไม่แน่นอน
9. ค่าในข้อใดต่อไปนี้มีค่าน้อยที่สุด
- 0.999
 - $(0.999)^2$
 - $(0.999)^3$
 - $\sqrt{0.999}$
 - $\frac{1}{0.999}$

10. ค่าในข้อใดต่อไปนี้เป็นค่ามากที่สุด

1. 1.001 2. $(1.001)^2$ 3. $(1.001)^3$
 4. $\sqrt{1.001}$ 5. $\frac{1}{1.001}$

11. ถ้า x เป็นจำนวนเต็ม และ $3 < x < 9$, $4 < x < 14$, $5 < x < 12$ และ $7 < x < 16$ แล้ว x เท่ากับเท่าใด

1. 7 2. 8 3. 9
 4. 10 5. 11

12. จำนวนในข้อใดต่อไปนี้เขียนเป็นรูปเศษส่วนไม่ได้

1. 0 2. 1.3333... 3. $\sqrt{4} + \sqrt{9}$
 4. 1.7070070007 5. $\sqrt{(-6)^2}$

13. ถ้า a, b, c เป็นจำนวนจริง และ $a < b$ แล้ว ข้อใดไม่เป็นความจริง

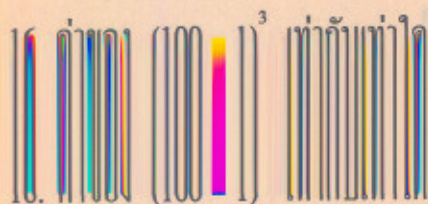
1. $a + c < b + c$ 2. $a - c < b - c$ 3. $a - b < 0$
 4. $ac < bc$ 5. $2a < a + b$

14. ถ้า $Ax^2 + Bx + C = (2x - 1)(x + 2)$ แล้ว $A + B + C$ เท่ากับเท่าใด

1. 1 2. 2 3. 3
 4. 4 5. 7

15. ถ้า $\frac{4}{(x+1)(x+2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2}$ แล้ว $A + B$ เท่ากับเท่าใด

1. -4 2. 4 3. 0
 4. 2 5. -2



1. 10,300,310 2. 1,030,301 3. 970,299
4. 979,791 5. 1,079,999
17. ถ้า $a^2 + \frac{1}{a^2} = 1$ แล้ว $(a + \frac{1}{a})^2$ เท่ากับเท่าใด
1. 2 2. 3 3. 4
4. 5 5. 0
18. เศษที่ได้จากการหารพหุนาม $x^4 + 2x^2 + 3x - 6$ ด้วย $x - 2$ เท่ากับเท่าใด
1. 18 2. 20 3. 22
4. 24 5. 26
19. ค่า k ที่ทำให้ $x + 3$ เป็นตัวประกอบตัวหนึ่งของ $4x^3 + 3x^2 - kx + 6k$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
1. 8 2. 9 3. 10
4. 11 5. 12
20. ถ้า $\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}} = \sqrt{4+\sqrt{12}}$ แล้ว a, b เท่ากับเท่าใด
1. 3, 1 2. 2, 2 3. 4, 0
4. 5, -1 5. 4, 3

เฉลยข้อสอบ คณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 4

1. ตอบ 3.

$$\begin{aligned}
 \text{แนวคิด} \quad \frac{2}{2-\sqrt{2}} &= \frac{2}{2-\sqrt{2}} \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} \\
 &= \frac{2(2+\sqrt{2})}{4-2} \\
 &= 2 + \sqrt{2} \\
 &= 2 + 1.414 \\
 &= 3.414 \quad \text{ใกล้ค่า 3.4 มากที่สุด}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{การประมาณค่า} \quad \frac{2}{2-\sqrt{2}} &= \frac{2}{2-1.414} \\
 &= \frac{2}{0.586} \\
 &= \frac{2000}{586} \\
 &= \frac{1000}{293} \\
 &= 3.413 \quad \text{ใกล้ค่า 3.4 มากที่สุด}
 \end{aligned}$$

2. ตอบ 4.

$$\text{แนวคิด} \quad xy + yz = y(x + z)$$

พิจารณาค่า x, y, z บางค่าก็สามารถตัดตัวเลือกได้

y	x	z	$y(x + z)$
7	-1	0	$7(-1 + 0) = -7$
-4	9	3	$(-4)(9 + 3) = -48 \rightarrow$ ตัดข้อ 1.
-5	10	4	$(-5)(10 + 4) = -70 \rightarrow$ ตัดข้อ 2., 3.

วิธีจริง

$$-2 \leq x \leq 10$$

$$-1 \leq z \leq 4$$

$$-3 \leq x+z \leq 14$$

$$-5 \leq y \leq 8$$

ค่าน้อยสุดเกิดเมื่อ $x+z = 14$, $y = -5$, $y(x+z) = -70$

3. ตอบ 5.

แนวคิด แทนค่า a บางค่าก็ตัดตัวเลือกได้แล้ว

a	a^2+2a+3	$2a-2+a^2$	$\frac{a^2+2a+3}{2a-2+a^2}$
1	6	1	6 → ตัดข้อ 1.
-1	2	-3	$-\frac{2}{3}$ → ตัดข้อ 1. และ 4.
0	3	-2	$-\frac{3}{2}$
2	11	6	$\frac{11}{6}$
-2	3	-2	$-\frac{3}{2}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{17}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{17}{3}$ → ตัดข้อ 3.

วิธีจริง

$$\frac{a^2+2a+3}{2a-2+a^2} = \frac{a^2+2a+1+2}{a^2+2a-2}$$

$$= \frac{(a+1)^2+2}{a^2+2a+1-3}$$

$$= \frac{(a+1)^2+2}{(a+1)^2-3}$$

$$\begin{aligned} \text{เพราะว่า } (a+1)^2 - 3 > 0 &\leftrightarrow (a+1)^2 > 3 \\ &\leftrightarrow a+1 < -\sqrt{3} \text{ หรือ } a+1 > \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{และ } (a+1)^2 - 3 > 0 \leftrightarrow -\sqrt{3} < a+1 < \sqrt{3}$$

$$\text{สรุป } \frac{(a+1)^2 + 2}{(a+1)^2 - 3} < 0 \text{ ถ้า } -1 - \sqrt{3} < a < -1 + \sqrt{3}$$

$$\frac{(a+1)^2 + 2}{(a+1)^2 - 3} > 0 \text{ ถ้า } a < -1 - \sqrt{3} \text{ หรือ } a > -1 + \sqrt{3}$$

$$\text{ตัวอย่างเช่น } a = 1 \text{ จะได้ } \frac{a^2 + 2a + 3}{2a - 2 + a^2} = 6 > 0$$

$$\text{หรือ } a = -1 \text{ จะได้ } \frac{a^2 + 2a + 3}{2a - 2 + a^2} = -\frac{2}{3} < 0$$

4. ตอบ 5.

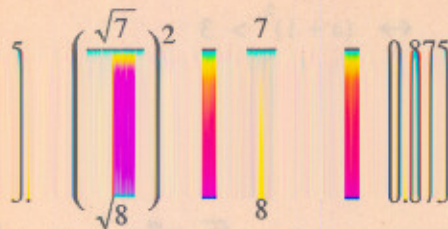
แนวคิด คำถามและตัวเลือกแบบนี้ใช้การยกกำลังสองของทุกตัวเลือก แล้วดูว่าค่าในตัวเลือกใดมีค่ามากที่สุดจะง่ายกว่า

$$1. \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{2}{3} = 0.67$$

$$2. \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}\right)^2 = \frac{3}{4} = 0.75$$

$$3. \left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{5}{6} = 0.83$$

$$4. \left(\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}\right)^2 = \frac{6}{7} = 0.85$$



สรุป $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}}$ เป็นค่ามากที่สุด

5. ตอบ 4.

แนวคิด $\frac{1}{\sqrt{5}} < \frac{1}{\sqrt{3}} < \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$1 + \frac{1}{\sqrt{5}} < 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}} < \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}} < \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}$$

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1. และ 2. ทิ้งได้

เพราะว่า $\sqrt{2} + \sqrt{3} = 1.414 + 1.732 = 3.146$

$$< 3.24$$

$$= 2.24 + 1 = \sqrt{5} + 1$$

เพราะฉะนั้น $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}} < \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}}$ ดังนั้นตัดตัวเลือก 3. ได้

การเปรียบเทียบค่าของ $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ กับ $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}} + \sqrt{\frac{3}{5}} = \sqrt{0.4} + \sqrt{0.6}$$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{5}{3}} = \sqrt{0.667} + \sqrt{1.67}$$

เพราะว่า $\sqrt{0.4} < \sqrt{0.667}$ และ $\sqrt{0.6} < \sqrt{1.67}$

$$\sqrt{0.4} + \sqrt{0.6} < \sqrt{0.667} + \sqrt{1.67}$$

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{5}} < \frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$

เพราะฉะนั้นค่าต่ำสุดคือ ตัวเลือก 4. $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

หมายเหตุ ค่ามากที่สุดของข้อนี้คือ $\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}}$

การตัดตัวเลือก โดยวิธีประมาณค่า

$$1. \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{1.4 + 1}{1.4} = \frac{2.4}{1.4} = 1.7$$

$$2. \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}} = \frac{1.7 + 1}{1.7} = \frac{2.7}{1.7} = 1.6$$

$$3. \frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{5}} = \frac{2.2 + 1}{2.2} = \frac{3.2}{2.2} = 1.5$$

$$4. \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{1.4 + 1.7}{2.2} = \frac{3.1}{2.2} = 1.4$$

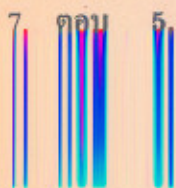
$$5. \frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{1.4 + 2.2}{1.7} = \frac{3.6}{1.7} = 2.1$$

ได้คำตอบเป็นตัวเลือก 4. เหมือนกัน

6. ตอบ 3.

แนวคิด เพราะว่า $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ เพราะฉะนั้น $\frac{y}{x} = \frac{3}{2}$

$$\begin{aligned} \frac{x+y}{x} &= 1 + \frac{y}{x} = 1 + \frac{3}{2} \\ &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$



แนวคิด เพราะว่า $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ ค่าของ x, y อาจมีได้หลายแบบ เช่น

x	y	$x^2 + y^2$
2	3	$4 + 9 = 13$
4	6	$16 + 36 = 52$
6	9	$36 + 81 = 117$

เพราะฉะนั้นค่าของ $x^2 + y^2$ จึงไม่แน่นอน

8. ตอบ 4.

แนวคิด $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ จะได้ $\frac{y}{x} = \frac{3}{2}$

$$\begin{aligned} \frac{x^2 + 4xy + y^2}{2xy} &= \frac{x^2}{2xy} + \frac{4xy}{2xy} + \frac{y^2}{2xy} = \left(\frac{1}{2}\right)\frac{x}{y} + 2 + \left(\frac{1}{2}\right)\frac{y}{x} \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)\frac{2}{3} + 2 + \left(\frac{1}{2}\right)\frac{3}{2} = \frac{1}{3} + 2 + \frac{3}{4} \\ &= \frac{4 + 24 + 9}{12} \\ &= \frac{37}{12} \end{aligned}$$

การตัดตัวเลือก แทนค่า $x = 2$ และ $y = 3$ จะได้ $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ และ

$$\frac{x^2 + 4xy + y^2}{2xy} = \frac{2^2 + 4(2)(3) + 3^2}{2(2)(3)} = \frac{4 + 24 + 9}{12} = \frac{37}{12}$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2. และ 3. ทิ้งได้

9. ตอบ 3.

แนวคิด สูตรที่ควรจำได้คือ $0 < a < 1$ ถ้า $x < y$ แล้ว $a^x > a^y$

เพราะว่า $0 < 0.999 < 1$ และ $-1 < \frac{1}{2} < 1 < 2 < 3$

เพราะฉะนั้น $(0.999)^{-1} > (0.999)^{1/2} > (0.999)^1 > (0.999)^2 > (0.999)^3$

สรุป $(0.999)^3$ เป็นค่าน้อยสุด

10. ตอบ 3.

แนวคิด จากสูตร $a > 1$; ถ้า $x < y$ แล้ว $a^x < a^y$

เพราะว่า $-1 < \frac{1}{2} < 1 < 2 < 3$

เพราะฉะนั้น $(1.001)^{-1} < (1.001)^{1/2} < (1.001)^1 < (1.001)^2 < (1.001)^3$

สรุป $(1.001)^3$ เป็นค่ามากที่สุด

11. ตอบ 2.

แนวคิด เพราะว่า $7 < x < 16$ เพราะฉะนั้น $x \neq 7$ ตัดตัวเลือก 1.

เพราะว่า $3 < x < 9$ เพราะฉะนั้น $x \neq 9, x \neq 10, x \neq 11$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 3., 4. และ 5.

วิธีจริง $3 < x < 9$

$$4 < x < 14$$

$$5 < x < 12$$

$$7 < x < 16$$

สรุป $7 < x < 9$

เพราะฉะนั้น $x = 8$ เท่านั้น

12. ตอบ 4.

$$\begin{aligned} \text{แนวคิด} \quad 0 &= \frac{0}{2} \\ 1.3333... &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5 = \frac{5}{1}$$

$$\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36} = 6 = \frac{6}{1}$$

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1., 2. 3. และ 5. ทิ้งได้

13. ตอบ 4.

แนวคิด ถ้าจำคุณสมบัติของระบบจำนวนไม่ได้ให้ใช้การแทนค่าตัด
ตัวเลือก โดยการเลือก $a = 1$, $b = 2$ และ $c = 0$

จะได้ว่า $1 < 2$ แต่ $1(0) = 0 < 0 = 2(0)$

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 4. จึงเป็นคำตอบที่ต้องการ

หมายเหตุ คุณสมบัติของจำนวนจริงที่สำคัญและชอบออกสอบคือ

1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$
2. ถ้า $a < b$ แล้ว $a - c < b - c$
3. ถ้า $a < b$ แล้ว $a - b < 0$
4. ถ้า $a < b$ แล้ว $c > 0$ แล้ว $ac < bc$
5. ถ้า $a < b$ แล้ว $c < 0$ แล้ว $ac > bc$

14. ตอบ 3.

$$\begin{aligned} \text{แนวคิด} \quad Ax^2 + Bx + C &= (2x - 1)(x + 2) \\ &= 2x^2 + 3x - 2 \end{aligned}$$

โดยการเทียบสัมประสิทธิ์จะได้ $A = 2$, $B = 3$, $C = -2$

$$\text{สรุป} \quad A + B + C = 2 + 3 + (-2) = 3$$

วิธีที่ได้คำตอบเร็วที่สุด ถ้าเจอคำตอบแบบนี้ก็ให้แทนค่า $x = 1$ ดีกว่า

$$Ax^2 + Bx + C = (2x - 1)(x + 2)$$

$$A + B + C = (2 - 1)(1 + 2) = 3$$

15. ตอบ 3.

แนวคิด

$$\begin{aligned} \frac{4}{(x+1)(x+2)} &= \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2} \\ &= \frac{(x+2)A + (x+1)B}{(x+1)(x+2)} \\ 4 &= (x+2)A + (x+1)B \\ &= (A+B)x + (2A+B) \end{aligned}$$

โดยการเทียบสัมประสิทธิ์ $A + B = 0$

หมายเหตุ แทนค่า $x = 0$ จะได้

$$\begin{aligned} \frac{4}{2} &= \frac{A}{1} + \frac{B}{2} \\ 4 &= 2A + B \quad \text{-----(1)} \end{aligned}$$

แทนค่า $x = 1$ จะได้

$$\begin{aligned} \frac{4}{6} &= \frac{A}{2} + \frac{B}{3} \\ 4 &= 3A + 2B \quad \text{-----(2)} \end{aligned}$$

$$(2) - (1) ; \quad A + B = 0$$

16. ตอบ 3.

แนวคิด $(100 - 1)^3 = 99^3 = 970299$

ลองใช้เหตุผลตัดตัวเลือก $(99)(99)(99)$ ต้องมีหลักหน่วยเป็น 9

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 4. ทิ้งได้

เพราะว่า $(100 - 1) < 100$

$$(100 - 1)^3 < 100^3 = 1,000,000$$

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 5. ทิ้งได้

17. ตอบ 3.

แนวคิด

$$\begin{aligned} \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 &= a^2 + 2(a)\left(\frac{1}{a}\right) + \left(\frac{1}{a}\right)^2 \\ &= a^2 + 2 + \frac{1}{a^2} \\ &= a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 \\ &= 1 + 2 \\ &= 3 \end{aligned}$$

18. ตอบ 4.

แนวคิด สูตร $x - a$ หาร $p(x)$ เหลือเศษ $p(a)$

จากโจทย์ $p(x) = x^4 + 2x^2 + 3x - 6$

เพราะฉะนั้น $x - 2$ หาร $p(x)$ เหลือเศษ $p(2)$

$$p(2) = 2^4 + 2(2)^2 + 3(2) - 6$$

$$= 16 + 8 + 6 - 6$$

$$= 24$$

19. ตอบ 2.

แนวคิด สูตร $x - a$ หาร $p(x)$ ลงตัว ก็ต่อเมื่อ $p(a) = 0$

การหาค่า k พิจารณาดังนี้ ให้ $p(x) = 4x^3 + 3x^2 - kx + 6k$

$x + 3$ เป็นตัวประกอบของ $p(x) \leftrightarrow x + 3$ หาร $p(x)$ ลงตัว

$$\leftrightarrow p(-3) = 0$$

$$4(-3)^3 + 3(-3)^2 - k(-3) + 6k = 0$$

$$-108 + 27 + 9k = 0$$

$$9k = 81$$

$$k = 9$$

20. ตอบ 1.

แนวคิด ใช้วิธีนำค่าในตัวเลือกไปแทนค่าในโจทย์แล้วตัดตัวเลือกได้เลย

$$\begin{aligned} a = 3, b = 1; \quad \sqrt{3+1+2\sqrt{(3)(1)}} &= \sqrt{4+2\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{4+\sqrt{12}} \end{aligned}$$

สรุปเลือก 1. เป็นคำตอบได้เลย

$$\begin{aligned} \text{หมายเหตุ} \quad \sqrt{a+b+2\sqrt{ab}} &= \sqrt{4+\sqrt{12}} \\ a+b+2\sqrt{ab} &= 4+\sqrt{12} \\ a+b+2\sqrt{ab} &= 4+2\sqrt{3} \end{aligned}$$

ดังนั้น $a+b = 4$ และ $ab = 3$

ตัวเลือก 2. ผิด เพราะว่า $(2)(2) = 4 \neq 3$

ตัวเลือก 3. ผิด เพราะว่า $(4)(0) = 0 \neq 3$

ตัวเลือก 4. ผิด เพราะว่า $(5)(-1) = -5 \neq 3$

ตัวเลือก 5. ผิด เพราะว่า $(4)(3) = 12 \neq 3$

ข้อสอบ ดนิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 5

1. ถ้า $2a + 3b = 3$ และ $a + 4b = 1$ แล้ว $a^2 - 2ab + b^2$ เท่ากับเท่าใด

1. 1 2. 4 3. 9
4. 16 5. 25

2. ค่าของ $(a-3b)^3 + 3(a-3b)^2(a+2b) + 3(a-3b)(a+2b)^2 + (a+2b)^3$

มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. a^3 2. $(a+b)^3$ 3. $(2a-b)^3$
4. $(2a+b)^3$ 5. $(a-2b)^3$

3. รากที่สองของผลคูณของโพลิโนเมียล $(x^2-1)(2x^2+x-3)(2x^2-5x+3)$

เท่ากับเท่าใด

1. x^2-1 2. $(x-1)(x+1)(2x-3)$
3. $(x^2-1)(2x+3)$ 4. $(x^2-1)(2x-3)(2x+3)$
5. $(x^2-1)(2x^2-3)$

4. ถ้า $x + \frac{1}{x} = 3$ แล้ว $x^3 + \frac{1}{x^3}$ เท่ากับเท่าใด

1. 3 2. 9 3. 12
4. 15 5. 18

5. ค่า x ที่สอดคล้องสมการ $\sqrt{2x+1} = x-1$ คือข้อใด

1. 0, 3 2. 0, 4 3. -4, 0
4. 4 5. 5

6. ผลบวกของรากของสมการ $2x^2 - 2x + 1 = 0$ คือข้อใด

1. 1 2. 2 3. i
4. $1+i$ 5. $-i$

7. จำนวน $3+\sqrt{7}$, $3-\sqrt{7}$ เป็นคำตอบของสมการในตัวเลือกใด

1. $x^2 - 4x - 3 = 0$ 2. $x^2 + 6x - 2 = 0$ 3. $x^2 - 6x + 2 = 0$
4. $x^2 + 3x - 7 = 0$ 5. $x^2 - 7x + 3 = 0$

8. ถ้า $(x+5)(x+3)(x-2) > 0$ แล้วค่า x อยู่ในข้อใดที่ทำให้สมการเป็นจริง

1. $x < 0$ หรือ $x > 2$ 2. $-5 < x < -3$ หรือ $x > 2$
3. $x < -5$ หรือ $-5 < x < 3$ 4. $-5 < x < 3$
5. $x < -5$ หรือ $x > 2$

9. ค่า x ที่ทำให้ $3x^2 > 3x$ คือข้อใด

1. $x < 0$ 2. $x = 0$ 3. $0 < x < 1$
4. $x = 1$ 5. $x < 0$ หรือ $x > 1$

10. ค่า x ที่ทำให้ $|2x-1| > 5$ คือข้อใด

1. $x > 3$ 2. $x < -2$ 3. $-2 < x < 3$
4. $x < -2$ หรือ $x > 3$ 5. $x < 3$

11. กำหนดให้ $f(x) = 4^x$ แล้ว $f(x+1) - f(x)$ เท่ากับเท่าใด

1. $f(x)$ 2. $2f(x)$ 3. $3f(x)$
4. $4f(x)$ 5. $f(x)-1$

12. กำหนดให้ $f(x) = \frac{2-x}{2}$ และ $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ ค่าของ $g(f(x))$ เท่ากับเท่าใด

1. $\frac{2+x}{2}$ 2. $\frac{2}{2+x}$ 3. $\frac{2-x}{2}$
4. $\frac{2}{2-x}$ 5. $\frac{4}{2+x}$

13. ถ้า $f(x) = x^2 - 4x + 3$ แล้ว $f(x+1)$ เท่ากับเท่าใด

1. $x^2 - 2x + 6$

2. $x^2 - 2x - 6$

3. $x^2 - 2x - 1$

4. $x^2 + 2x$

5. $x^2 - 2x$

14. ค่าของ $\frac{2 \cdot 2^{2n+3} - 24 \cdot 2^{2(n-1)}}{5 \cdot (2^n)^2}$ เท่ากับเท่าใด

1. 0

2. 1

3. 2

4. 4

5. 10

15. ค่าของ $\frac{9^{n+2} - 36 \cdot 9^{n-1}}{9^n \cdot 11}$ เท่ากับเท่าใด

1. $\frac{243}{11}$

2. $\frac{234}{11}$

3. 7

4. -7

5. 0

16. ค่าของ x ที่สอดคล้องสมการ $3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = \frac{13}{9}$ เท่ากับเท่าใด

1. -2

2. -3

3. -4

4. $-\frac{1}{2}$

5. $\frac{1}{3}$

17. จำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 4 ลงตัว และมีค่าน้อยกว่า 2500 มีกี่ตัว

1. 621

2. 622

3. 623

4. 624

5. 625

18. จำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 5 ถึง 1002 ที่หารด้วย 7 เหลือเศษ 3 มีทั้งหมดกี่ตัว

1. 141

2. 142

3. 143

4. 144

5. 145

19. ถ้า $a : b = 5 : 4$ และผลต่าง a และ b เท่ากับ 20

แล้วค่ามากที่สุดระหว่างสองจำนวนนี้เท่ากับเท่าใด

1. 80 2. 90 3. 100
4. 120 5. 150

20. กาแฟสามชนิด ราคาภิโลกรัมละ 41, 39, 30 บาทตามลำดับ ต้องผสม
ในอัตราส่วนเท่าใดจึงจะได้ราคาเฉลี่ยเท่ากับภิโลกรัมละ 35 บาท

1. 1:3:2 2. 1:2:2 3. 1:1:2
4. 2:2:3 5. 1:2:3

เฉลยข้อสอบ คณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 5

1. ตอบ 2.

แนวคิด $2a + 3b = 3$ (1)

$a + 4b = 1$ (2)

$2(2)$; $2a + 8b = 2$ (3)

$(3)-(1)$ $5b = -1$

$$b = -\frac{1}{5}$$

$$a = 1 - 4b = 1 + \frac{4}{5} = \frac{9}{5}$$

สรุป $a^2 - 2ab + b^2 = \left(\frac{9}{5}\right)^2 - 2\left(\frac{9}{5}\right)\left(-\frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right)^2$

$$= \frac{81}{25} + \frac{18}{25} + \frac{1}{25}$$

$$= 4$$

วิธีลัด ข้อสอบแบบนี้ต้องทำงานแข่งกับเวลา ดังนั้นหากคิดแบบนี้จะได้

คำตอบเร็วกว่า $2a + 3b = 3$ (1)

$$a + 4b = 1 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$(1)-(2); \quad a - b = 2$$

$$(a-b)^2 = 4$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 4$$

2. ตอบ 3.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็น สูตร ไนพจน์ของ a, b ดังนั้นแทนค่า

$a = 1, b = 1$ ช่วยในการตัดตัวเลือกได้ดังนี้

$$\text{โจทย์} \quad (a-3b)^3 + 3(a-3b)^2(a+2b) + 3(a-3b)(a+2b)^2 + (a+2b)^3$$

$$= (1-3)^3 + 3(1-3)^2(1+2) + 3(1-3)(1+2)^2 + (1+2)^3$$

$$= -8+36-54+27$$

$$= 1$$

$$\text{ตัวเลือก 1. } a^3 = 1$$

$$\text{ตัวเลือก 2. } (a+b)^3 = (1+1)^3 = 8 \neq 1$$

$$\text{ตัวเลือก 3. } (2a-b)^3 = (2-1)^3 = 1$$

$$\text{ตัวเลือก 4. } (2a+b)^3 = (2+1)^3 = 27 \neq 1$$

$$\text{ตัวเลือก 5. } (a-2b)^3 = (1-2)^3 = -1 \neq 1$$

สรุปตัดตัวเลือก 2., 4. และ 5. ทิ้งได้

ในการทำงานเดียวกันแทนค่า $a = 0, b = 1$ ก็จะตัดตัวเลือก 1. ได้

วิธีจริง จากสูตร $A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 = (A+B)^3$ ดังนั้น

$$(a-3b)^3 + 3(a-3b)^2(a+2b) + 3(a-3b)(a+2b)^2 + (a+2b)^3$$

$$= [(a-3b) + (a+2b)]^3$$

$$= (2a-b)^3$$

3. ตอบ 3.

แนวคิด คำถามและตัวเลือกแบบนี้ใช้การแทนค่า x บางค่าช่วยในการตัดตัวเลือกดีกว่า เช่น แทนค่า $x = 2$ ในโจทย์และตัวเลือก

$$\begin{aligned}\text{โจทย์ } (x^2-1)(2x^2+x-3)(2x^2+5x+3) &= (4-1)(8+2-3)(8+10+3) \\ &= (3)(7)(21) \\ &= (21)^2\end{aligned}$$

$$\text{ตัวเลือก 1. } x^2-1 = 4-1 = 3 \neq 21$$

$$\text{ตัวเลือก 2. } (x-1)(x+1)(2x-3) = (2-1)(2+1)(2-3) = -3 \neq 21$$

$$\text{ตัวเลือก 3. } (x^2-1)(2x+3) = (4-1)(4+3) = 21$$

$$\text{ตัวเลือก 4. } (x^2-1)(2x-3)(2x+3) = (4-1)(4-3)(4+3) = 21$$

$$\text{ตัวเลือก 5. } (x^2-1)(2x^2-3) = (4-1)(8-3) = 15 \neq 21$$

จากกรณีที่สุดของตัวเลือก 1., 2. และ 5. ไม่เป็นรากที่ 2 ของโจทย์ เมื่อ $x=2$ ทำให้เราสามารถตัดตัวเลือก 1., 2. และ 5. ทิ้งได้

แทนค่า $x=3$ ในโจทย์และตัวเลือกที่เหลือ

$$\text{โจทย์ } (x^2-1)(2x^2-3+x-3)(2x^2+5x+3) = (8)(18)(36) = (72)^2$$

$$\text{ตัวเลือก 3. } (x^2-1)(2x+3) = (8)(9) = 72$$

$$\text{ตัวเลือก 4. } (x^2-1)(2x-3)(2x+3) = (8)(3)(9) \neq 72$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 4. ทิ้งได้

$$\begin{aligned}\text{วิธีจริง } (x^2-1)(2x^2+x-3)(2x^2+5x+3) \\ &= (x+1)(x-1)(2x+3)(x-1)(2x+3)(x+1) \\ &= (x+1)^2(x-1)^2(2x+3)^2 \\ &= ((x+1)(x-1)(2x+3))^2 = ((x^2-1)(2x+3))^2\end{aligned}$$

สรุปรากที่สองของ $(x-1)(2x+x-3)(2x+5x+3)$ คือ $(x-1)(2x+3)$

หมายเหตุ เพราะว่า $(x^2-1)(2x^2+x-3)(2x^2+5x+3)$ มีดีกรีสูงสุดคือ x^6

เพราะฉะนั้นดีกรีของรากที่สองของ $(x^2-1)(2x^2+x-3)(2x^2+5x+3)$

ต้องมีค่าเท่ากับ 3 ต่อไปดูดีกรีของแต่ละตัวเลือก

ตัวเลือก	ดีกรี
1.	2
2.	3
3.	3
4.	4
5.	4

โดยใช้เหตุผลของดีกรีให้ตัดตัวเลือก 1., 4. และ 5. ทิ้งได้

4. ตอบ 5.

แนวคิด

$$x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + 3(x)\left(\frac{1}{x}\right) + 3x\left(\frac{1}{x}\right)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^3$$

$$= x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 3^3 - 3(3)$$

$$= 27 - 9$$

$$= 18$$

5. ตอบ 4.

แนวคิด การตัดตัวเลือกใช้เหตุผลดังนี้

เพราะว่า $\sqrt{2x+1} > 0$ เพราะฉะนั้น $x-1 > 0$

ดังนั้น $x = 0$, $x = -4$ ไม่ได้ทำให้ตัดตัวเลือก 1., 2. และ 3. ทิ้งได้
ต่อไปใช้การแทนค่าแทน $x = 4$

$$\sqrt{2(4)+1} = \sqrt{9} = 3 = 4-1$$

ดังนั้นตัวเลือก 4. เป็นคำตอบได้เลย

วิธีจริง

$$\sqrt{2x+1} = x-1$$

$$2x+1 = (x-1)^2$$

$$= x^2 - 2x + 1$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0$$

$$x = 0, 4$$

แต่ $x = 0$ ไม่ได้ ดังนั้น $x = 4$ เท่านั้น

6. ตอบ 1.

แนวคิด ถ้า p, q เป็นรากของสมการ $x^2 + Ax + B = 0$

แล้ว $pq = B$ และ $p+q = -A$

เพราะฉะนั้นถ้า p, q เป็นรากของสมการ $2x^2 - 2x + 1 = 0$

$$x^2 - 1x + \frac{1}{2} = 0$$

จะได้ว่า $p+q = -(-1) = 1$

วิธีจริง

$$2x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4(2)(1)}}{2(2)}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{4-8}}{4}$$



$$= \frac{2 \pm 2i}{4}$$

$$= \frac{2+2i}{4}, \frac{2-2i}{4}$$

$$\text{สรุปผลบวกของราก} = \frac{2+2i}{4} + \frac{2-2i}{4} = 1$$

7. ตอบ 3.

แนวคิด เหตุผลแบบนี้ทดสอบหลายครั้งแล้ว

p, q เป็นรากของสมการ $x^2 + Ax + B = 0$ ก็ต่อเมื่อ $pq = B$ และ $p+q = -A$

เพราะว่า $(3+\sqrt{7}) + (3-\sqrt{7}) = 6$

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 4. และ 5. ทิ้งได้

หรือใช้เหตุผลว่า $(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7}) = 9-7 = 2$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง ต้องอาศัยความโชคดีและคิดเลขเร็วจึงจะมาถึงตัวเลือก 3.

$$x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4(1)(2)}}{2(1)}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{28}}{2}$$

$$= \frac{6 \pm 2\sqrt{7}}{2}$$

$$= 3 \pm \sqrt{7}$$

$$= 3 + \sqrt{7}, 3 - \sqrt{7}$$

8. ตอบ 2.

แนวคิด แทนค่า x บางค่าก็ตัดตัวเลือกได้แล้ว

$$x = 3 ; (3+5)(3+3)(3-2) = 48 > 0$$

แสดงว่า $x = 3$ ได้ ดังนั้นตัดตัวเลือก 3. และ 4. ทิ้งก่อน

ต่อไปลองแทนค่า x ที่จำแนกตัวเลือกได้เร็ว: $x = -4$

$$(-4+5)(-4+3)(-4-2) = (1)(-1)(-6) = 6 > 0$$

แสดงว่า $x = -4$ ได้ ดังนั้นตัดตัวเลือก 5. ทิ้ง

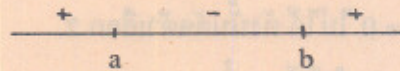
ต่อไปดูว่า $x = -1$ ได้หรือไม่

$$\text{เพราะว่า } (-1+5)(-1+3)(-1-2) = (4)(2)(-3) = -24 > 0$$

แสดงว่า $x = -1$ ไม่ได้ ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้ง

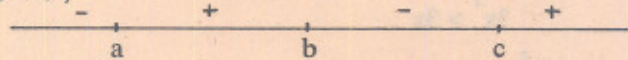
ข้อแนะนำ กรณีทั่วไปในการหาช่วงของ x

$$a < b ;$$



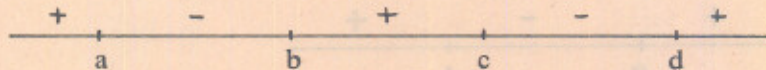
$$(x-a)(x-b) > 0 \text{ เมื่อ } x < a \text{ หรือ } x > b$$

$$a < b < c ;$$



$$(x-a)(x-b)(x-c) > 0 \text{ เมื่อ } a < x < b \text{ หรือ } x > c$$

$$a < b < c < d ;$$



$$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d) > 0$$

$$\text{เมื่อ } x < a \text{ หรือ } b < x < c \text{ หรือ } x > d$$

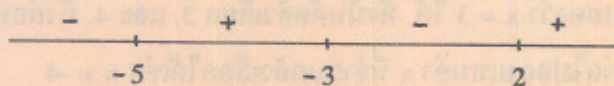


จริง

 $-5 < -3 < 2$ 

$$(x+5)(x+3)(x-2) > 0$$

$$(x-(-5))(x-(-3))(x-2) > 0$$



สรุป $(x+5)(x+3)(x-2) > 0$ เมื่อ $-5 < x < -3$ หรือ $x > 2$

9. ตอบ 5.

แนวคิด แทนค่า x บางค่าแล้วตัดตัวเลือกดีกว่า

แทนค่า $x = 1$ ทำให้ $3(1)^2 = 3 \nabla 3 = 3(1)$

แสดงว่า $x = 1$ ไม่ได้ ดังนั้นตัดตัวเลือก 4.

แทนค่า $x = 0$ ทำให้ $3(0)^2 = 0 \nabla 0 = 3(0)$

แสดงว่า $x = 0$ ไม่ได้ ดังนั้นตัดตัวเลือก 2.

แทนค่า $x = 4$ ทำให้ $3(4)^2 = 48 > 12 = 3(4)$

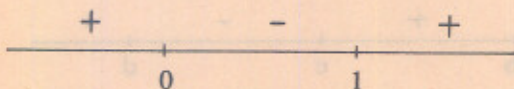
แสดงว่า $x = 4$ ได้ ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. และ 3. ได้

วิธีจริง $3x^2 > 3x$

$$3x^2 - 3x > 0$$

$$x^2 - x > 0$$

$$x(x-1) > 0$$



ดังนั้น $x(x-1) > 0$ เมื่อ $x < 0$ หรือ $x > 1$

สรุป $3x^2 > 3x$ เมื่อ $x < 0$ หรือ $x > 1$

10. ตอบ 4.

แนวคิด แทนค่า x บางค่าก็ตัดตัวเลือกได้แล้วเช่น

$$\text{แทนค่า } x = 0 ; |2(0) - 1| = 19 > 5$$

แสดงว่า $x = 10$ ได้ ดังนั้นตัดตัวเลือก 2. , 3. และ 5. ทิ้งได้

$$\text{แทนค่า } x = -10 ; |2(-10) - 1| = 21 > 5$$

แสดงว่า $x = -10$ ได้ ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้งได้

วิธีจริง $|2x-1| > 5$

$$2x-1 < -5 \quad \text{หรือ} \quad 2x-1 > 5$$

$$2x < -4 \quad \text{หรือ} \quad 2x > 6$$

$$x < -2 \quad \text{หรือ} \quad x > 3$$

11. ตอบ 3.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ x ดังนั้นแทนค่า x

บางค่าช่วยในการตัดตัวเลือกดีกว่า แทนค่า $x = 1$ ในโจทย์และตัวเลือก

$$\text{โจทย์ } f(x+1)-f(x) = f(1+1)-f(1)$$

$$= f(2)-f(1)$$

$$= 4^2 - 4^1 = 16 - 4 = 12$$

$$\text{ตัวเลือก 1. } f(1) = 4 \neq 12$$

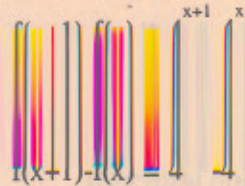
$$\text{ตัวเลือก 2. } 2f(1) = 8 \neq 12$$

$$\text{ตัวเลือก 3. } 3f(1) = 12$$

$$\text{ตัวเลือก 4. } 4f(x) = 16 \neq 12$$

$$\text{ตัวเลือก 5. } f(1)-1 = 4-1 = 3 \neq 12$$

สรุปตัดตัวเลือก 1. , 2. , 4. และ 5. ทิ้งได้



$$= 4^x (4) - 4^x$$

$$= 4^x (4-1)$$

$$= 3f(x)$$

12. ตอบ 5.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ x ดังนั้นแทนค่า x บางค่า
ก็สามารถตัดตัวเลือกได้ เช่น แทนค่า $x = 4$ ในโจทย์และตัวเลือก

โจทย์ $g(f(4)) = g\left(\frac{2-4}{2}\right) = g(-1) = \frac{1}{f(-1)}$

เพราะว่า $f(-1) = \frac{2-(-1)}{2} = \frac{3}{2}$

เพราะฉะนั้น $g(f(4)) = \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)} = \frac{2}{3}$

ตัวเลือก 1. $\frac{2+x}{2} = \frac{2+4}{2} = 3 \neq \frac{2}{3}$

ตัวเลือก 2. $\frac{2}{2+x} = \frac{2}{2+4} = \frac{1}{3} \neq \frac{2}{3}$

ตัวเลือก 3. $\frac{2-x}{2} = \frac{2-4}{2} = -1 \neq \frac{2}{3}$

ตัวเลือก 4. $\frac{2}{2-x} = \frac{2}{2-4} = -1 \neq \frac{2}{3}$

ตัวเลือก 5. $\frac{4}{2+x} = \frac{4}{2+4} = \frac{2}{3}$

สรุปตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 4. ทิ้งได้

วิธีจริง $g(f(x)) = g\left(\frac{2-x}{2}\right)$

$$= \frac{1}{f\left(\frac{2-x}{2}\right)}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เพราะว่า } f\left(\frac{2-x}{2}\right) &= \frac{2 - \left(\frac{2-x}{2}\right)}{2} \\
 &= 1 - \left(\frac{2-x}{4}\right) \\
 &= \frac{4-2+x}{4} \\
 &= \frac{2+x}{4}
 \end{aligned}$$

$$\text{เพราะฉะนั้น } g(f(x)) = \frac{1}{\left(\frac{2+x}{4}\right)} = \frac{4}{2+x}$$

13. ตอบ 5.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ x ดังนั้นแทนค่า x บางค่าก็สามารถตัดตัวเลือกได้ เช่นแทนค่า $x = 1$

$$\text{โจทย์ } f(x+1) = f(1+1) = f(2) = 4-8+3 = -1$$

$$\text{ตัวเลือก 1. } x^2 - 2x + 6 = 1 - 2 + 6 = 5 \neq -1$$

$$\text{ตัวเลือก 2. } x^2 - 2x - 6 = 1 - 2 - 6 = -7 \neq -1$$

$$\text{ตัวเลือก 3. } x^2 - 2x - 1 = 1 - 2 - 1 = -2 \neq -1$$

$$\text{ตัวเลือก 4. } x^2 + 2x = 1 + 2 = 3 \neq -1$$

$$\text{ตัวเลือก 5. } x^2 - 2x = 1 - 2 = -1$$

สรุปตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 4. ทิ้งได้

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีจริง } f(x+1) &= (x+1)^2 - 4(x+1) + 3 \\
 &= x^2 + 2x + 1 - 4x - 4 + 3 \\
 &= x^2 - 2x
 \end{aligned}$$

14. ตอบ 3.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ n ดังนั้นแทนค่า n

บางค่าก็จะได้คำตอบอย่างรวดเร็วที่สุด เช่น แทนค่า $n = 1$

$$\begin{aligned} \frac{2 \cdot 2^{2n+3} - 24 \cdot 2^{2(n-1)}}{5 \cdot (2^n)^2} &= \frac{2 \cdot 2^5 - 24 \cdot 2^0}{5 \cdot (2^1)^2} \\ &= \frac{64 - 24}{20} \\ &= \frac{40}{20} \\ &= 2 \end{aligned}$$

เลือกข้อ 3. เป็นคำตอบได้เลย

วิธีจริง

$$\begin{aligned} \frac{2 \cdot 2^{2n+3} - 24 \cdot 2^{2(n-1)}}{5 \cdot (2^n)^2} &= \frac{2 \cdot 2^3 \cdot 2^{2n} - 24 \cdot 2^{2n} \cdot 2^{-2}}{5 \cdot 2^{2n}} \\ &= \frac{2^{2n} (2 \cdot 2^3 - 24 \cdot 2^{-2})}{5 \cdot 2^{2n}} \\ &= \frac{2 \cdot 2^3 - 24 \cdot 2^{-2}}{5} \\ &= \frac{16 - 6}{5} \\ &= 2 \end{aligned}$$

15. ตอบ 3.

แนวคิด โจทย์เป็นสูตรในพจน์ของ n ดังนั้นแทนค่า n บางค่าก็ได้

คำตอบแล้วเช่น แทนค่า $n = 1$ จะได้กิดเลขง่าย

$$\begin{aligned} \frac{9^{n+2} - 36 \cdot 9^{n-1}}{9^n \cdot 11} &= \frac{9^{1+2} - 36 \cdot 9^0}{9^1 \cdot 11} \\ &= \frac{9^3 - 36}{99} \end{aligned}$$

$$= \frac{729-36}{99}$$

$$= \frac{693}{99}$$

$$= \frac{77}{11}$$

$$= 7$$

สรุปเลือกข้อ 3. เป็นคำตอบได้

$$\text{วิธีจริง} \quad \frac{9^{n+2} - 36 \cdot 9^{n-1}}{9^n \cdot 11} = \frac{9^n \cdot 9^2 - 36 \cdot 9^n \cdot 9^{-1}}{9^n \cdot 11}$$

$$= \frac{9^n \cdot (9^2 - 36 \cdot 9^{-1})}{9^n \cdot 11}$$

$$= \frac{9^2 - 36 \cdot 9^{-1}}{11}$$

$$= \frac{81-4}{11}$$

$$= 7$$

16. ตอบ 2.

แนวคิด นำค่าในตัวเลือกขึ้นมาแทนค่าในโจทย์

ตัวเลือก 1. $x = -2$

$$3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = 3^{-1} + 3^0 + 3^1$$

$$= \frac{1}{3} + 1 + 3$$

$$= \frac{1}{3} + 4$$

$$\frac{13}{3}$$

$$\neq \frac{13}{9}$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1.

ตัวเลือก 2. $x = -3$

$$\begin{aligned} 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} &= 3^{-2} + 3^{-1} + 1^0 \\ &= \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 \\ &= \frac{1+3+9}{9} \\ &= \frac{13}{9} \end{aligned}$$

สรุปเลือกข้อ 2. เป็นคำตอบได้เลย

วิธีจริง $3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = \frac{13}{9}$

$$3^x \cdot 3 + 3^x \cdot 3^2 + 3^x \cdot 3^3 = \frac{13}{9}$$

$$3^x(3+9+27) = \frac{13}{9}$$

$$3^x(39) = \frac{13}{9}$$

$$3^x = \frac{13}{9(39)}$$

$$3^x = \frac{1}{27}$$

$$3^x = \frac{1}{3^3}$$

$$3^x = 3^{-3}$$

สรุป $x = -3$

17. ตอบ 4.

แนวคิด การเลขข้อนี้ไม่มีการตัดตัวเลือก แต่จะขอแนะนำเทคนิคการนับจำนวนตัวเลข เช่น

1, 2, 3, 4, ..., 100 มี 100 ตัว

2, 4, 6, 8, 10, ..., 200

หารด้วย 2 ตลอดจะได้ 1, 2, 3, 4, 5, ..., 100

ดังนั้น 2, 4, 6, 8, ..., 200 มี 100 ตัว

จำนวนบวกที่หารด้วย 4 ลงตัวและมีค่าน้อยกว่า 2500 คือ

4, 8, 12, ..., 2496

หารด้วย 4 ตลอดจะได้ 1, 2, 3, ..., 624

สรุปจำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 4 ลงตัว และมีค่าน้อยกว่า 2500 มี 624 ตัว

18. ตอบ 2.

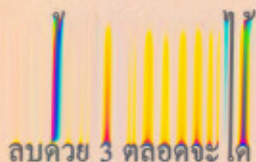
แนวคิด 5, 6, 7, 8, ..., 996, 997, 998, 999, 1000, 1001, 1002

ตัวเลขตัวแรกที่หารด้วย 7 เหลือเศษ 3 คือ 10

ตัวเลขตัวสุดท้ายที่หารด้วย 7 เหลือเศษ 3 คือ 997

(เพราะว่า $997 = 142(7) + 3$)

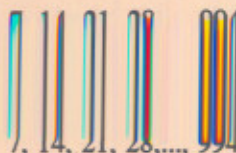
ดังนั้นตัวเลขที่หารด้วย 7 เหลือเศษ 3 คือ 10, 17, 24, 31, ..., 997



ลบด้วย 3 ตลอดจะได้

หารด้วย 7 ตลอดจะได้

สรุป 10, 17, 24, 31, ..., 997 มี 142 ตัว



1, 14, 21, 28, ..., 994

1, 2, 3, 4, ..., 142

วิธีจริง ตัวเลขที่หารด้วย 7 เหลือเศษ 3 เป็นลำดับเลขคณิตที่มี $a = 10$

และ $d = 7$ ดังนั้นพจน์ที่ n มีสูตรเป็น $a_n = a + (n-1)d$

ดังนั้น $a_n = 10 + (n-1)7$

การหาค่า n ที่มากที่สุดที่ทำให้ $a_n < 1002$

$$10 + (n-1)7 < 992$$

$$n-1 < \frac{992}{7} = 141.7$$

$$n < 142.7$$

เลือก $n = 142$

สรุปตัวเลขตั้งแต่ 5 ถึง 1002 ที่หารด้วย 7 เหลือเศษ 3 มี 142 ตัว

19. ตอบ 3.

แนวคิด นำค่าในตัวเลือกมาใช้ในการตัดตัวเลือกได้ ดังนี้

เพราะว่า $a : b = 5 : 4$ เพราะฉะนั้น a เป็นค่ามาก

$$5 : 4 = 16(5) : 16(4) = 80 : 64 \text{ แต่ } 80 - 64 \neq 20$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1.

$$5 : 4 = (18)5 : (18)4 = 90 : 72 \text{ แต่ } 90 - 72 \neq 20$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2.

$$5 : 4 = (20)5 : (20)4 = 100 : 80 \text{ และ } 100 - 80 = 20$$

สรุปเลือกข้อ 3. เป็นคำตอบได้เลย

วิธีจริง $a : b = 5 : 4$ ดังนั้น $a > b$

เพราะว่า $\frac{a}{b} = \frac{5}{4}$ เพราะฉะนั้น $b = \frac{4a}{5}$

จากโจทย์ $a - b = 20$

$$a - \frac{4a}{5} = 20$$

$$\frac{a}{5} = 20$$

$$a = 100$$

20. ตอบ 3.

แนวคิด นำคำตอบในตัวเลือกมาแทนค่าแล้วดูว่าได้ราคาเฉลี่ยเท่ากับ 35 บาท/กิโลกรัมหรือไม่ เป็นวิธีที่ใช้ในการตัดตัวเลือกได้หรืออาจจะได้คำตอบเลย

ตัวเลือก 1. 1:3:2

$$\begin{aligned} \text{ราคาเฉลี่ย} &= \frac{41(1) + 39(3) + 30(2)}{1 + 3 + 2} \\ &= \frac{41 + 117 + 60}{6} \\ &= \frac{218}{6} \\ &= 36.3 \neq 35 \end{aligned}$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้ง

ตัวเลือก 2. 1:2:2

$$\begin{aligned} \text{ราคาเฉลี่ย} &= \frac{41(1) + 39(2) + 30(2)}{1 + 2 + 2} \\ &= \frac{41 + 78 + 60}{5} \\ &= \frac{179}{5} \end{aligned}$$

$$= 35.8 \neq 35$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2. ทิ้งได้

ตัวเลือก 3. 1:1:2

$$\begin{aligned} \text{ราคาเฉลี่ย} &= \frac{41(1) + 39(1) + 30(2)}{1+1+2} \\ &= \frac{41+39+60}{1+1+2} \\ &= \frac{140}{4} \\ &= 35 \end{aligned}$$

สรุปเลือกตัวเลือก 3. เป็นคำตอบเลย

วิธีจริง สมมติอัตราส่วนกาเฟชนิดที่ 1,2,3 เป็น $x:y:z$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น ราคาเฉลี่ย} &= \frac{41(x) + 39(y) + 30(z)}{x+y+z} \\ 35 &= \frac{41(x) + 39(y) + 30(z)}{x+y+z} \end{aligned}$$

$$35x + 35y + 35z = 41x + 39y + 30z$$

$$6x + 4y = 5z$$

เลือก $x = 1, y = 1, z = 2$

สรุปอัตราส่วนที่ต้องการคือ 1:1:2

ข้อสอบ คณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 6

1. If $\frac{x^2 - y^2}{(x - y)^2} = 16$, then $\frac{x - y}{x + y} = ?$

1. $\frac{1}{16}$

2. $\frac{1}{8}$

3. 1

4. 8

5. 16

2. In a certain school, the ratio of teachers to clerical workers is 20 to 3 and the ratio of custodians to clerical workers is 1 to 2.

The ratio of teachers to clerical workers to custodians is.

1. 20:1:2

2. 20:1:3

3. 20:3:1

4. 40:3:6

5. 40:6:3

3. ค่าของ $\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{15} + \sqrt{16}}$

เท่ากับเท่าใด

1. 16

2. 15

3. 4

4. 3

5. 1

4. If $x + y = 12$, which of the following must be true?

1. If x is positive, then y is negative

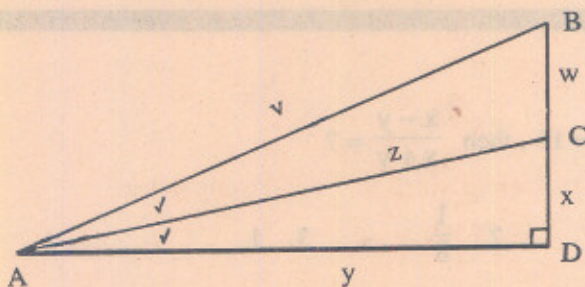
2. If x is negative, then y is positive

3. If x is positive, then y is positive

4. If x increases, then y increase

5. None of the above

In the figure below, AC bisects $\hat{B}AD$ of right triangle ABD



Which of the following is equal to $\frac{\text{area of } \triangle ABC}{\text{area of } \triangle ACD}$

1. $\frac{w+x}{x}$ 2. 1 3. $\frac{z}{v}$
 4. $\frac{z}{y}$ 5. $\frac{w}{x}$

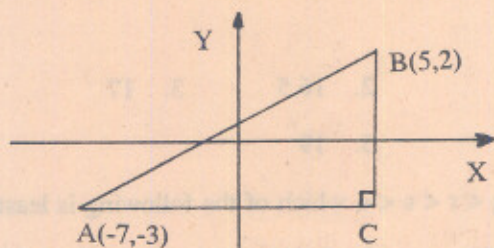
6. In the same amount of time, a new machine produces 7 times as many screws as does an old machine. If the new machine can produce n screws per minute, how many screws can both machines working together produce in 3 hours?

1. $\frac{n+1}{7}$ 2. $\frac{8n}{7}$ 3. $\frac{24n}{7}$
 4. $480n$ 5. $\frac{1440n}{7}$

7. $x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2 = ?$

1. $x^2 - x$ 2. $\frac{x^2}{4}$ 3. $\frac{x^2}{2}$
 4. $\frac{3x^2}{4}$ 5. $\frac{3x^2}{2}$

13. What is the length of AB in the figure below?



1. 9 2. 10 3. 12
4. 12.5 5. 13

14. If x and y are integers and $xy = 25$, then $(x+y)^2$ is

1. 13 2. 16 3. 25
4. 26 5. 36

15. The average (arithmetic mean) of 3 different positive integers is 100 and the largest of these 3 integers is 120. What is the least possible value of the smallest of these 3 integers?

1. 1 2. 10 3. 61
4. 71 5. 80

16. A plane traveled k miles in the first 96 minutes of flight time. If it completed the remaining 300 miles of the trip in t minutes, what was its average speed, in miles per hour, for the entire trip?

1. $\frac{60(k+300)}{96+t}$ 2. $\frac{kt+96(300)}{96t}$ 3. $\frac{k+300}{60(96+t)}$
4. $\frac{5k}{8} + \frac{60(300)}{t}$ 5. $\frac{5k}{8} + 5t$

17. If $x \neq 3$ and $\frac{x^2-9}{2y} = \frac{x-3}{4}$ then in term of y , $x = ?$

1. $\frac{y-6}{2}$

2. $\frac{y-3}{2}$

3. $y-3$

4. $y-6$

5. $\frac{y+6}{2}$

18. Three automobiles travel distances that are in the ratios of 1:2:3. If the ratios of the traveling time over these distances for these automobiles are 3:2:1 in the same respective order, what are the ratios of their respective average speeds?

1. 1 : 1 : 1

2. 1 : 2 : 3

3. 1 : 3 : 9

4. 3 : 2 : 1

5. 3 : 4 : 3

19. If $x \geq 5$ and $y < -3$, which of the following must be true?

1. $x^2 > y^2$

2. $x + y < 0$

3. $x^2 > 25$

4. $y - x > 0$

5. $y^2 > 9$

20. What is the average (arithmetic mean) of $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{8}$ and $\frac{3}{4}$?

1. $-\frac{1}{8}$

2. 0

3. $\frac{17}{24}$

4. $\frac{3}{16}$

5. $\frac{3}{8}$

ถ้า $0 < a < b$ และ $c > 0$ แล้ว $0 < ac < bc$

ถ้า $0 < a < b$ และ $c < 0$ แล้ว $ac > bc > 0$



1. ตอบ 1.

$$\begin{aligned}
 \text{แนวคิด} \quad 16 &= \frac{x^2 - y^2}{(x - y)^2} \\
 &= \frac{(x - y)(x + y)}{(x - y)(x - y)} \\
 &= \frac{(x + y)}{(x - y)} \\
 \frac{(x - y)}{(x + y)} &= \frac{1}{16}
 \end{aligned}$$

2. ตอบ 5.

แนวคิด อัตราส่วน ครู : ภารโรง = 20 : 3(1)

อัตราส่วน ผู้ปกครอง : ภารโรง = 1 : 2

ดังนั้น ภารโรง : ผู้ปกครอง = 2 : 1 (2)

โจทย์ถามว่าอัตราส่วน ครู : ภารโรง : ผู้ปกครอง = ?

การแก้ปัญหาให้ทำให้จำนวนภารโรงในอัตราส่วน (1) และ (2)

เท่ากันคือ 6 คน

ครู : ภารโรง = 20 : 3 = 40 : 6

ภารโรง : ผู้ปกครอง = 2 : 1 = 6 : 3

สรุป ครู : ภารโรง : ผู้ปกครอง = 40 : 6 : 3

(teacher = ครู, clerical worker = ภารโรง, custodian = ผู้ปกครอง)

การตัดตัวเล็อก คูณเฉพาะอัตราส่วน ภารโรง : ผู้ปกครอง

จากโจทย์ ผู้ปกครอง : ภารโรง = 1 : 2

ดังนั้น ภารโรง : ผู้ปกครอง = 2 : 1

ต่อไปดูตัวเลือกเฉพาะอัตราส่วนของ (ภารโรง : ผู้ปกครอง)

ตัวเลือก 1. $1 : 2 \neq 2 : 1$

ตัวเลือก 2. $1 : 3 \neq 2 : 1$

ตัวเลือก 3. $3 : 1 \neq 2 : 1$

ตัวเลือก 4. $3 : 6 \neq 2 : 1$

ตัวเลือก 5. $6 : 3 = 2 : 1$

สรุปตัวเลือก 1., 2., 3. และ 4. ทิ้งได้

3. ตอบ 4.

แนวคิด $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{15}+\sqrt{16}}$

มีจำนวนพจน์ 15 พจน์ และแต่ละพจน์มีค่าน้อยกว่า 1 เพราะฉะนั้น

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{15}+\sqrt{16}} < 15$$

แน่นอน

สรุปตัดตัวเลือก 1. และ 2. ทิ้งได้

$$\text{วิธีจริง } \frac{1}{1+\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}+1} \cdot \frac{(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}-1)} = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} = \sqrt{2}-1$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \cdot \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

⋮

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{15}+\sqrt{16}} &= \frac{1}{\sqrt{16}+\sqrt{15}} \cdot \frac{(\sqrt{16}-\sqrt{15})}{(\sqrt{16}-\sqrt{15})} = \frac{\sqrt{16}-\sqrt{15}}{16-15} \\ &= \sqrt{16}-\sqrt{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{สรุป } & \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{15}+\sqrt{16}} \\
 & = (\sqrt{2}-1) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) + \dots + (\sqrt{16}-\sqrt{15}) \\
 & = -1 + \sqrt{16} \\
 & = -1 + 4 \\
 & = 3
 \end{aligned}$$

4. ตอบ 2.

แนวคิด $x = 6, y = 6$ ทำให้ $x + y = 6 + 6 = 12$

เพราะฉะนั้น ตัดตัวเลือก 1. ทิ้งได้

$x = 13, y = -1$ ทำให้ $x + y = 13 + (-1) = 12$

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 3. ทิ้งได้

วิธีจริง เพราะว่า $x + y = 12$

$$y = 12 - x$$

เพราะฉะนั้น $x < 0$ จะได้ว่า $-x > 0$

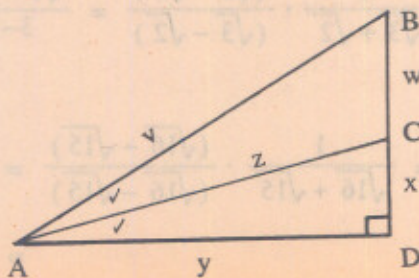
$$12 - x > 12$$

$$y > 12$$

ดังนั้นถ้า $x < 0$ แล้ว $y > 12$ ตัดตัวเลือก 2. ถูกต้อง

5. ตอบ 5.

แนวคิด



พิจารณาพื้นที่สามเหลี่ยม ABC และ ACD จะได้ว่ามีฐานอยู่บนแนว BD เหมือนกันดังนั้นความสูงของสามเหลี่ยมทั้งสองรูปเท่ากับ AD

$$\begin{aligned}\frac{\text{area_of_}\Delta ABC}{\text{area_of_}\Delta ACD} &= \frac{\frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD}{\frac{1}{2} \cdot CD \cdot AD} \\ &= \frac{AB}{CD} \\ &= \frac{w}{x}\end{aligned}$$

6. ตอบ 5.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ n

สมมติ $n = 7$

เครื่องจักรใหม่ผลิตสกรูได้ 7 ตัว/นาที

ดังนั้นเครื่องจักรเก่าผลิตสกรูได้ 1 ตัว/นาที

เครื่องจักรสองเครื่องผลิตสกรูได้ 8 ตัว/นาที

หรือ $8 \times 60 = 480$ ตัว/ชั่วโมง

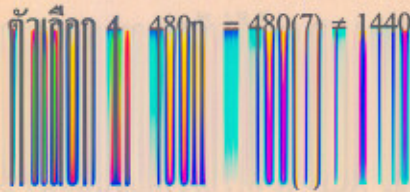
สรุปในเวลา 3 ชั่วโมงจะผลิตสกรูได้ $3(480) = 1440$ ตัว

แทนค่า $n = 7$ ในทุกตัวเลือกจะได้

ตัวเลือก 1. $\frac{n+1}{7} = \frac{7+1}{7} = \frac{8}{7} \neq 1440$

ตัวเลือก 2. $\frac{8n}{7} = \frac{8(7)}{7} = 8 \neq 1440$

ตัวเลือก 3. $\frac{24n}{7} = \frac{24(7)}{7} = 24 \neq 1440$



ตัวเลือก 5. $\frac{1440n}{7} = \frac{1440(7)}{7} = 1440$

สรุปตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 4. ทิ้งได้

วิธีจริง เครื่องจักรใหม่ผลิตสกรูได้ n ตัว/นาที หรือ $60n$ ตัว/ชั่วโมง

เพราะว่าเครื่องจักรใหม่มีความสามารถเป็น 7 เท่าของเครื่องเก่า

เพราะฉะนั้นมาผลิตของพร้อมกันจะผลิตได้ $\frac{60n}{7}$ ตัว/ชั่วโมง

เมื่อเครื่องจักร 2 เครื่องผลิตพร้อมกันจะผลิตได้ $60n + \frac{60n}{7} =$

$$\frac{420n + 60n}{7} = \frac{480n}{7} \text{ ตัว/ชั่วโมง}$$

สรุปในเวลา 3 ชั่วโมงจะผลิตสกรูได้ $3\left(\frac{480n}{7}\right) = \frac{1440n}{7}$ ตัว

7. ตอบ 4.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ x ดังนั้นแทนค่า $x = 2$

ในโจทย์และตัวเลือกก็ตัดตัวเลือกได้

โจทย์ $x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 2^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2 = 4 - 1 = 3$

ตัวเลือก 1. $x^2 - x = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2 \neq 3$

ตัวเลือก 2. $\frac{x^2}{4} = \frac{2^2}{4} = \frac{4}{4} = 1 \neq 3$

ตัวเลือก 3. $\frac{x^2}{2} = \frac{2^2}{2} = \frac{4}{2} = 2 \neq 3$

ตัวเลือก 4. $\frac{3x^2}{4} = \frac{3(2)^2}{4} = \frac{3(4)}{4} = 3$

ตัวเลือก 5. $\frac{3x^2}{2} = \frac{3(2)^2}{2} = \frac{3(4)}{2} = 6 \neq 3$

สรุปตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง $x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2 = x^2 - \frac{x^2}{4}$
 $= x^2 \left(1 - \frac{1}{4}\right)$
 $= \frac{3x^2}{4}$

8. ตอบ 3.

แนวคิด arithmetic mean = ผลบวกทุกตัว/จำนวนตัวเลข

$$= \frac{15+16+17+17+17+18+19}{6}$$

$$= \frac{102}{6}$$

$$= 17$$

การตัดตัวเลือก ค่าเฉลี่ยเลขคณิตต้องอยู่ระหว่างค่าน้อยสุดและค่ามากที่สุด

ดังนั้น $15 < \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} < 19$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. และ 5. ทิ้งได้

9. ตอบ 1.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ p,q,r,s,t.

แทนค่า p=2, q=3, r=4, s=5 และ t=6 จะได้

$$0 < p = 2 < q = 3 < r = 4 < s = 5 < t = 6$$

แทนค่าในตัวเลือกทุกตัวจะได้

ตัวเลือก 1. $(p-2)(q r s t) = (2-2)(3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6) = 0$

ตัวเลือก 2. $(q-2)(p r s t) = (3-1)(2.4.5.6) > 0$

ตัวเลือก 3. $(r-2)(p q s t) = (4-2)(2.3.5.6) > 0$

ตัวเลือก 4. $(s-2)(p q r s) = (5-2)(2.3.4.6) > 0$

ตัวเลือก 5. $(t-2)(p q r s) = (6-2)(2.3.4.5) > 0$

สรุปตัวเลือก 1. มีค่าน้อยสุดดังนั้นตัดตัวเลือก 2,3,4. และ 5 ทิ้งได้

วิธีจริง ตัวเลขห้าตัวคูณกัน คือ $p q r s t$ หากเราต้องการลบเลขบางตัวออกด้วย 2 และให้ผลคูณมีค่ามากที่สุดต้องเอาสองไปลบออกจากตัวที่มีค่าน้อยที่สุดคือ p

สรุป $(p-2)(q r s t)$ มีค่าน้อยที่สุด

10. ตอบ 1.

แนวคิด นำค่าในตัวเลือกแทนค่าในโจทย์จะได้ว่า

ตัวเลือก 1. $x = -2 ; 1-2x = 5 < 5$

ดังนั้น $x = -2$ ไม่ได้เราจึงเลือกตัวเลือก 1. เป็นคำตอบได้เลข

วิธีจริง $-3 \leq 1-2x < 5$

-1 บวกตลอด ; $-3-1 \leq -2x < 5-1$

$$-4 \leq -2x < 4$$

-2 หารตลอด อสมการกลับข้างจะได้

$$-2 < x \leq 2$$

สรุป $x = -2$ ไม่ได้

11. ตอบ 1.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของตัวแปร g, w และ T

แทนค่า $g = 1$, $w = 4$ จะได้ $T = 2\pi\sqrt{\frac{4}{1}} = 2\pi\sqrt{4} = 4\pi$

ต่อไปแทนค่า $w = 4$ และ $t = 4\pi$ เพื่อดูว่าจะได้ g เป็น 1 หรือไม่

ตัวเลือก 1. $\frac{4\pi^2 w}{T^2} = \frac{4\pi^2(4)}{(4\pi)^2} = \frac{16\pi^2}{16\pi^2} = 1$

ตัวเลือก 2. $\frac{T^2 w}{4\pi^2} = \frac{(4\pi)^2(4)}{4\pi^2} = 16 \neq 1$

ตัวเลือก 3. $\frac{T}{2\pi w} = \frac{4\pi}{2\pi(4)} = \frac{1}{2} \neq 1$

ตัวเลือก 4. $\frac{T-2\pi}{\sqrt{w}} = \frac{4\pi-2\pi}{\sqrt{4}} = \frac{2\pi}{2} = \pi \neq 1$

ตัวเลือก 5. $(t-2\pi)\sqrt{w} = (4\pi-2\pi)\sqrt{4} = 4\pi \neq 1$

สรุปตัดตัวเลือก 2, 3, 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง $T = 2\pi\sqrt{\frac{w}{g}}$

$$T^2 = (2\pi\sqrt{\frac{w}{g}})^2 = 4\pi^2\left(\frac{w}{g}\right)$$

$$g = \frac{4\pi^2 w}{T^2}$$

12. ตอบ 4.

แนวคิด ค่าเฉลี่ย 6, 7, 8, 9 เท่ากับ $\frac{6+7+8+9}{4} = \frac{30}{4} = 7.5$

ค่าเฉลี่ย 14, 15, 16 เท่ากับ $\frac{14+15+16}{3} = \frac{45}{3} = 15$

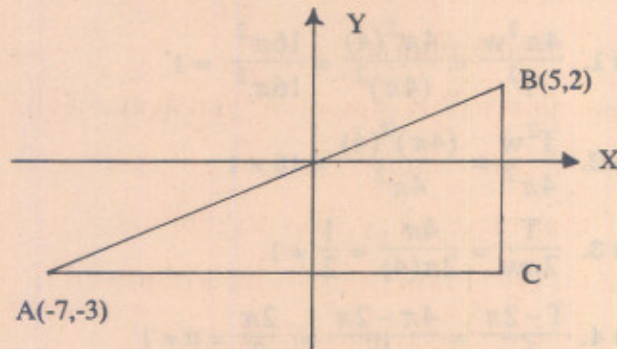
ค่าเฉลี่ยของ 7.5 และ 15 เท่ากับ $\frac{7.5+15}{2} = \frac{22.5}{2} = 11.25 = 11\frac{1}{4}$

หมายเหตุ ภาษาอังกฤษข้อนี้พยายามลงให้เราคิดว่าค่าเฉลี่ยเท่ากับ

$$\frac{6+7+8+9+14+15+16}{7} = \frac{75}{7} = 10\frac{5}{7} \quad \text{ซึ่งเป็นตัวเลข}$$



แนวคิด ให้ C มีพิกัดเป็น (x,y)



เพราะว่า BC ขนานแกน Y เพราะฉะนั้น $y = -3$

เพราะว่า AC ขนานแกน X เพราะฉะนั้น $x = 5$

สรุปพิกัด C คือ (5, -3)

ดังนั้น AC ขาว = $|(-7) - 5| = 12$

การตัดตัวเลือก เพราะว่า $AB > AC = 12$

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1., 2. และ 3 ทิ้งได้

วิธีจริง $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$$= 12^2 + 5^2$$

$$= 144 + 25$$

$$= 169$$

$$= 13^2$$

$$AB = 13$$

14. ตอบ 5.

แนวคิด เพราะว่า x, y เป็นจำนวนเต็ม และ $xy = 5$

เพราะฉะนั้น $(x = 1, y = 5)$ ทำให้ $(x+y)^2 = (1+5)^2 = 36$

สรุปเลือกตัวเลือก 5. เป็นคำตอบได้เลย

หมายเหตุ เนื่องจากเป็นข้อสอบแบบตัวเลือก ดังนั้นเราจึงไม่ต้องคำนวณค่าในกรณีอื่นๆของ $xy = 5$

การตัดตัวเลือก เพราะว่า x, y เป็นจำนวนเต็ม

เพราะฉะนั้น $x+y$ เป็นจำนวนเต็ม ดังนั้น $(x+y)^2$ อาจเป็น 16, 25, 36

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1. และ 4. ทั้งได้

15. ตอบ 3.

แนวคิด สมมติตัวเลขทั้ง 3 ตัวคือ x, y และ 120 โดยที่ $x < y < 120$

เพราะว่า $\frac{x+y+120}{3} = 100$

$$x + y + 120 = 300$$

$$x + y = 180$$

$$y = 180 - x$$

ตัวเลือก 1. $x = 1$ ทำให้ $y = 179 < 120$

ตัวเลือก 2. $x = 10$ ทำให้ $y = 170 < 120$

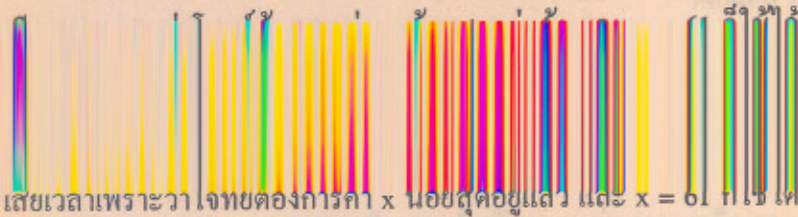
ตัวเลือก 3. $x = 61$ ทำให้ $y = 180 - 61 = 119 < 120$ ใช้ได้

ตัวเลือก 4. $x = 71$ ทำให้ $y = 180 - 71 = 109 < 120$ ใช้ได้

ตัวเลือก 5. $x = 80$ ทำให้ $y = 180 - 80 = 100 < 120$ ใช้ได้

แต่โจทย์ต้องการค่า x น้อยที่สุด สรุปเลือก $x = 61$

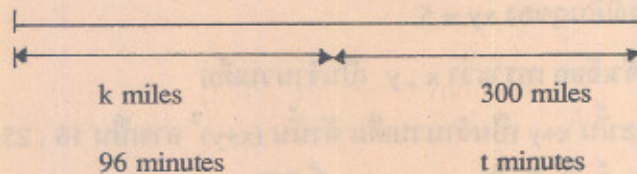
หมายเหตุ ในการสอบจริงไม่ควรคิดค่า $x = 71$, และ $x = 80$ จะทำให้



เสียเวลาเพราะว่า เจอขบวนการค่า x น้อยสุดอยู่แล้ว และ $x = 61$ ที่เหลือ
อยู่แล้ว ดังนั้นเลือก $x = 61$ เป็นคำตอบไปเลย

16. ตอบ 1.

แนวคิด ใช้แผนภาพช่วยในการคำนวณดังนี้



โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของตัวแปร k, t

สมมติ $k = 300$ miles และ $t = 24$ minutes

จะได้ว่า ระยะทางทั้งหมด $= k + 300 = 300 + 300 = 600$ miles

เวลาทั้งหมด $= 96 + t = 96 + 24$ นาที $= 120$ นาที $= 2$ ชั่วโมง

สรุปเมื่อ $k = 300$, $t = 24$ จะได้ความเร็วเฉลี่ย $= \frac{600}{2} = 300$ ไมล์/ชั่วโมง

แทนค่า $k = 300$ และ $t = 24$ ในทุกตัวเลือกจะได้

$$\text{ตัวเลือก 1. } \frac{60(k+300)}{96+t} = \frac{60(300+300)}{96+24} = \frac{36000}{120} = 300$$

$$\text{ตัวเลือก 2. } \frac{kt+96(300)}{96t} = \frac{300(24)+96(300)}{96(24)} \neq 300$$

$$\text{ตัวเลือก 3. } \frac{k+300}{60(96+t)} = \frac{300+300}{60(96+24)} = \frac{600}{60(120)} \neq 300$$

$$\text{ตัวเลือก 4. } \frac{5k}{8} + \frac{60(300)}{t} = \frac{5(24)}{8} + \frac{60(300)}{24} = 15+750 \neq 300$$

ตัวเลือก 5. $\frac{5k}{8} + 5t = 15 + 5(24) = 15 + 120 = 300$

สรุปตัดตัวเลือก 2., 3., 4. และ 5 ทิ้งได้

วิธีจริง ระยะทางทั้งหมด = $k + 300$ ไมล์

เวลาทั้งหมด = $96 + t$ นาที

$$= \frac{96+t}{60} \quad \text{ชั่วโมง}$$

ความเร็วเฉลี่ย $\frac{(k+300)}{\left(\frac{96+t}{60}\right)} = \frac{60(k+300)}{96+t}$ ไมล์/ชั่วโมง

17. ตอบ 1.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ x และ y

เมื่อ $y = 2$ จะได้ว่า $\frac{x^2-9}{2y} = \frac{x-3}{4}$

$$\frac{x^2-9}{2(2)} = \frac{x-3}{4}$$

$$x^2-9 = x-3$$

$$x^2-x-6=0$$

$$(x-3)(x+2)=0$$

$$x = 3, -2$$

เพราะว่า $x \neq 3$ เพราะฉะนั้น $x = -2$ เท่านั้น

แทนค่า $y = 2$ เพื่อดูว่าสูตรในตัวเลือกใดมีค่าเป็น -2 บ้าง

ตัวเลือก 1. $\frac{y-6}{2} = \frac{2-6}{2} = -2$

ตัวเลือก 2. $\frac{y-3}{2} = \frac{2-3}{2} \neq -2$

ตัวเลือก 3. $y - 3 = 2 - 3 = -1 \neq -2$

ตัวเลือก 4. $y - 6 = 2 - 6 = -4 \neq -2$

ตัวเลือก 5. $\frac{y+6}{2} = \frac{2+6}{2} = 4 \neq -2$

สรุปตัดตัวเลือก 2., 3., 4. และ 5. ทิ้ง

วิธีจริง $\frac{x^2-9}{2y} = \frac{x-3}{4}$

$$\frac{(x-3)(x+3)}{2y} = \frac{x-3}{4}$$

เพราะว่า $x \neq 3$ เพราะฉะนั้น $x - 3 \neq 0$

ดังนั้น $\frac{x+3}{y} = \frac{1}{2}$

$$x+3 = \frac{y}{2}$$

$$x = \frac{y}{2} - 3$$

$$= \frac{y-6}{2}$$

18. ตอบ 3.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของอัตราส่วน ดังนั้นเรา
สมมติตัวเลขให้สอดคล้องกับโจทย์ได้เลย
สมมติข้อมูลของระยะทางและเวลาเป็นดังนี้

รถคันที่	ระยะทาง(ไมล์)	เวลาที่ใช้(ชั่วโมง)	ความเร็วเฉลี่ย
1	600	3	200
2	1200	2	600
3	1800	1	1800

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ว่าอัตราส่วนของความเร็วเฉลี่ย} &= 200 : 600 : 1800 \\
 &= 2 : 6 : 18 \\
 &= 1 : 3 : 9
 \end{aligned}$$

ข้อสังเกต ดูจากอัตราส่วนของโจทย์รถคันแรกเดินทางได้ระยะทางน้อยที่สุดแต่ใช้เวลามากที่สุด ดังนั้นต้องมีความเร็วเฉลี่ยต่ำสุด เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 4. และ 5. ทิ้งได้

รถคันที่สามเดินทางได้ระยะมากที่สุดแต่ใช้เวลาน้อยที่สุด ดังนั้นต้องมีความเร็วเฉลี่ยมากที่สุด เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้งได้

วิธีจริง ให้ระยะทางที่รถแต่ละคันวิ่งได้เท่ากับ $1k, 2k, 3k$ ตามลำดับ เวลาที่แต่ละคันใช้ในการวิ่งเท่ากับ $3t, 2t, 1t$ ตามลำดับ

$$\begin{aligned}
 \text{ความเร็วเฉลี่ยของคันที่ 1, 2, 3 มีอัตราส่วน} &= \frac{1k}{3t} : \frac{2k}{2t} : \frac{3k}{1t} \\
 &= \frac{1}{3} : \frac{2}{2} : \frac{3}{1} \\
 &= \frac{1}{3} : 1 : 3 \\
 &= 1 : 3 : 9
 \end{aligned}$$

19. ตอบ 5.

แนวคิด คำถามแบบนี้ถ้าคนที่รู้วิธีจริงจะตอบได้เร็วมากเพราะว่าถ้า $y < -3$ แล้ว $y^2 > 9$ แน่แน่นอน แต่ถ้าเราไม่รู้วิธีจริงก็สามารถตัดตัวเลือกได้ โดยการยกตัวอย่างของค่า x และ y เพื่อให้ตัวเลือกนั้นไม่จริง เช่น

ตัวเลือก 1. $x = 5, y = -10$ แต่ $5^2 \nlessgtr (-10)^2$

ตัวเลือก 2. $x = 5, y = -4$ แต่ $5 + (-4) = 1 \nlessgtr 0$

ตัวเลือก 3. $x = 5$ แต่ $5^2 \nlessgtr 25$

ตัวเลือก 4. $x = 5, y = -4$ แต่ $-4 - 5 = -9 \nlessgtr 0$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 4. ทิ้งได้

20. ตอบ 3.

แนวคิด ข้อให้ท่องจำได้เลยว่า ค่าเฉลี่ยของเลขบวกต้องเป็นเลขบวก เพราะข้อสอบชอบถาม ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. และ 2. ทิ้งได้

$$\text{ต่อไปต้องใช้วิธีจริงดังนี้} \quad \frac{1}{2} + \frac{7}{8} + \frac{3}{4} = \frac{4+7+6}{8} = \frac{17}{8}$$

$$\text{สรุปค่าเฉลี่ยของ} \frac{1}{2}, \frac{7}{8} \text{ และ } \frac{3}{4} \text{ คือ } \frac{(\frac{17}{8})}{3} = \frac{17}{24}$$

ค่าตัวเลขที่ควรจำได้

$$\sqrt{2} = 1.414$$

$$\sqrt{3} = 1.732$$

$$\sqrt{5} = 2.236$$

ข้อสอบ คณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 7

1. If the length of a rectangle is increased by 20 % and the width is decreased by 20 %, then the area = ?
 1. decreases by 20 %
 2. decreases by 4 %
 2. stay the same
 4. increases by 10 %
 5. increases by 20 %
2. If $2x - y = -12$ and $xy = -18$, then $x + y = ?$
 1. 6
 2. 3
 3. 0
 4. -3
 5. -6
3. A certain company finds that the profit from selling x units is \$20 less than the product of the number of unit sold and the unit selling price of s dollars. Which of the following is an expression, in dollars, for the profit ?
 1. $20 - sx$
 2. $sx - 20$
 3. $20 - (x+s)$
 4. $(x + s) - 20$
 5. $\frac{xs}{20}$
4. If b and c are integers and if 3 is a factor of b and 5 is a factor of c , then 15 must be a factor of which of the following ?
 - I. bc
 - II. $3b + 5c$

III. $5b + 3c$

1. I only
 2. II only
 3. I and II
 4. I and III
 5. II and III
5. Which of the following is greatest ?
1. 9×0.091
 2. 0.9×0.9
 3. 4×0.203
 4. 0.1 % of 82
 5. $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$
6. How many integers n greater than 10 and less than 100 are there such that, if the digits of n are reversed, the resulting integer is $n+9$?
1. 5
 2. 6
 3. 7
 4. 8
 5. 9
7. How many integers between 25 and 2500 can divide by 3
1. 824
 2. 825
 3. 826
 4. 827
 5. 828
8. If x , y and z are single - digit integers and $100(x)+1000(y)+10(z) = N$, what is the unit digit of the number N ?
1. 0
 2. 1
 3. x
 4. y
 5. z
9. Working independently, Tina can do a certain job in 12 hours.
Working independently, Ann can do the same job in 9 hours.
If Tina works independently at the job for 8 hours and then Ann works independently, how many hours will it take Ann to complete the remainder of the job ?

1. $\frac{2}{3}$ 2. $\frac{3}{4}$ 3. 1
 4. 2 5. 3

10. At a special sale, 5 tickets can be purchased for the price of 3 tickets.

If 5 tickets are purchased at this sale, the amount save will be what percent of the original price of the 5 tickets ?

1. 20 % 2. $33\frac{1}{3}$ % 3. 40 %
 4. 60 % 5. $66\frac{2}{3}$ %

11. A merchant sells an item at a 20 percent discount, but still makes a gross profit of 20 percent of the cost. What percent of the cost would the gross profit on the item have been if it had been sold without the discount ?

1. 20 % 2. 40 % 3. 50 %
 4. 60 % 5. 75 %

12. If $x+1 \neq 0$, then $\frac{x^3 + 2x^2 + x}{x+1} = ?$

1. x 2. x-1 3. x+1
 4. $x^2 + 1$ 5. $x^2 + x$

13. If $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$, $\frac{y}{z} = \frac{4}{5}$ and $\frac{z}{t} = \frac{9}{4}$, then $\frac{t}{x} = ?$

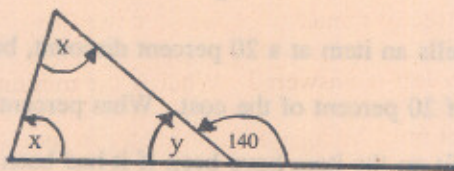
1. 2 2. $\frac{6}{5}$ 3. 1
 4. $\frac{5}{6}$ 5. $\frac{1}{2}$



14. At a certain corporation 60 percent of the applications are rejected on the basis of application forms alone. The remaining applications are interviewed and 20 percent of these applicants are offered jobs. If 300 people submit application forms for jobs at this corporation, how many of these people are offered jobs ?

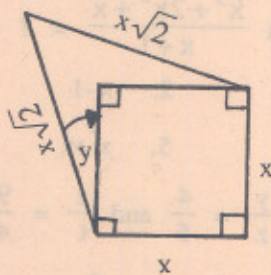
1. 96 2. 60 3. 36
4. 24 5. 18

15. In the figure below $x+y = ?$



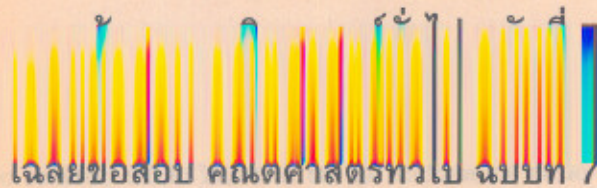
1. 40 2. 70 3. 105
4. 110 5. 140

16. In the figure below, what is the value of y ?



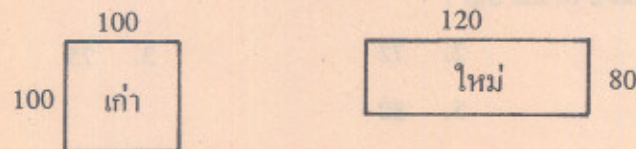
1. 15 2. $22\frac{1}{2}$ 3. 30
4. $37\frac{1}{2}$ 5. 45

17. The average speed of an automobile for the first half of the distance of a trip was 60 kilometers per hour and the average speed for the second half of the distance of the trip was 90 kilometers per hour. What was the average speed, in kilometers per hour, of the automobile for the entire distance of the trip ?
1. 68 2. 72 3. 75
4. 78 5. 80
18. On a 200 question test the total score is the number of questions answered correctly minus $\frac{1}{5}$ of the total number of questions answered incorrectly or left unanswered. What is the minimum number of questions that must be answered correctly to receive a total score of at least 100 ?
1. 75 2. 116 3. 117
4. 125 5. 175
19. If $r * s = rs + r + s$, then for what value of s is $r * s$ equal to r for all values of r ?
1. -1 2. 0 3. 1
4. $\frac{1}{r+1}$ 5. r
20. What is the least possible product of 4 different integers, each of which has a value between -5 and 10, inclusive ?
1. -5040 2. -3600 3. -720
4. -600 5. -120



1. ตอบ 2.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของความยาวและความกว้างของสี่เหลี่ยม ดังนั้นแทนค่าบางค่าก็ตัดตัวเลือกได้



$$\text{พื้นที่เก่า} = 100 \times 100 = 10000$$

$$\text{พื้นที่ใหม่} = 120 \times 80 = 9600$$

$$\text{พื้นที่ลดลง} = 10000 - 9600 = 400$$

$$\text{คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ที่ลดลง} = \frac{400}{10000} \times 100 = 4\%$$

วิธีจริง ให้ L เป็นความยาวเดิม

W เป็นความกว้างเดิม

$$\text{พื้นที่เดิม} = LW$$

L เพิ่มขึ้น 20% มีค่าเป็น (1.2)L

W ลดลง 20% มีค่าเป็น (0.8)W

$$\text{พื้นที่ใหม่} = (1.2)L(0.8)W = 0.96LW$$

$$\text{พื้นที่ลดลง} = \text{พื้นที่เดิม} - \text{พื้นที่ใหม่}$$

$$= LW - 0.96LW$$

$$= 0.04LW$$

$$\text{คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ที่ลดลง} = \frac{0.04LW}{LW} \times 100 = 4\%$$

2. ตอบ 4.

แนวคิด $xy = -18 \rightarrow y = -\frac{18}{x}$

จาก $2x - y = 12$

$$2x - \left(-\frac{18}{x}\right) = 12x$$

$$2x^2 + 18 = 12x$$

$$x^2 + 9 = 6x$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 0$$

$$x = 3$$

$$y = -6$$

$$x + y = 3 + (-6) = -3$$

การตัดตัวเลือก สมมติ $x + y = 6$

จาก $2x - y = 12$ จะได้ $3x = 18$, $x = 6$

เมื่อ $x = 6$ จะได้ $y = 0$ ดังนั้น $xy = 0$ ขัดแย้งกับ $xy = -18$

ดังนั้น $x + y = 6$ ไม่ได้

ในทำนองเดียวกัน $x + y = 3, 0$ ไม่ได้

เมื่อ $x + y = -3$ จะได้ $x = 3, y = -6$ สรุป $x + y = -3$ ได้

3. ตอบ 2.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ s และ x

แทนค่า $x = 10$ ชิ้น, $s = 10$ dollar

$$(\text{number of unit}) \times (\text{unit selling price}) = (x) \times (s) = xs = 100$$

ดังนั้น ถ้าไรเท่ากับ $100 - 20 = 80$ \$

แทนค่า $x = 10$ และ $s = 10$ ในทุกตัวเลือก

ตัวเลือก 1. $20 - sx = 20 - 100 = -80 \neq 80$

ตัวเลือก 2. $sx - 20 = 100 - 20 = 80$

ตัวเลือก 3. $20 - (x + s) = 20 - (10 + 10) = 0 \neq 80$

ตัวเลือก 4. $(x + s) - 20 = (10 + 10) - 20 = 0 \neq 80$

ตัวเลือก 5. $\frac{xs}{20} = \frac{(10)(10)}{20} = 5 \neq 80$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

4. ตอบ 4.

แนวคิด เพราะว่า 3 เป็นตัวประกอบของ b เพราะฉะนั้น $b = 3k$

เพราะว่า 5 เป็นตัวประกอบของ c เพราะฉะนั้น $c = 5t$

I. $bc = (3k)(5t) = 15kt$

ดังนั้น 15 เป็นตัวประกอบของ bc

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 2. และ 5. ทิ้งได้ก่อน

II. $3b + 5c = 3(3k) + 5(5t) = 9k + 25t$ อาจจะไม่เป็น 15 เป็น

ตัวประกอบตัวอย่างเช่น $k = 1, t = 1$ จะได้ $3b + 5c = 9 + 25 = 34$

ดังนั้น 15 ไม่เป็นตัวประกอบของ $3b + 5c$ ทำให้ตัดตัวเลือก 3. ทิ้งได้

III. $5b + 3c = 5(3k) + 3(5t) = 15k + 15t = 15(k + t)$ มี 15 เป็น

ตัวประกอบ

สรุปตัวเลือกที่ถูกต้องคือ ตัวเลือก 4.

5. ตอบ 5.

แนวคิด $9 \times 0.091 = 0.819 < 1$

$0.9 \times 0.9 = 0.81 < 1$

$$4 \times 0.203 = 0.812 < 1$$

$$0.1 \% \text{ of } 82 = \frac{0.1}{100} \times 82 < 1$$

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{4}{6} + \frac{5}{6} > 1$$

สรุป $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$ เป็นค่ามากที่สุด

6. ตอบ 5.

แนวคิด ตัวเลข 2 หลักจาก 10 ถึง 100 คือ 10, 11, 12, ..., 99

ให้ $n = ab = 10a + b$

สลับหลัก $ba = 10b + a$

เพราะว่าสลับหลักแล้วเท่ากับ $n+9$ เพราะฉะนั้น

$$10b + a = 10a + b + 9$$

$$9b - 9a = 9$$

$$b - a = 1, \quad b = a + 1$$

ตัวเลขที่เป็นไปได้คือ 12, 23, 34, 45, 56, 67, 78, 89 มีจำนวน 8 ตัว

7. ตอบ 2.

แนวคิด ตัวเลขที่หารด้วย 3 ลงตัว ระหว่าง 25 ถึง 2500 คือ

$$27, 30, 33, \dots, 2499$$

ขอแนะนำเทคนิคการนับจำนวนดังนี้

24 ลงตลอด ; 27 - 24, 30 - 24, 33 - 24, ..., 2499 - 24

$$3, \quad 6, \quad 9, \quad \dots, 2475$$

3 หารตลอด ; 1, 2, 3, ..., 825

สรุปตัวเลขระหว่าง 25 ถึง 2500 ที่หารด้วย 3 ลงตัว มี 825 ตัว

8. ตอบ 1.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของตัวแปร x, y, z

ลองแทนค่า $x = 2, y = 3, z = 4$ จะได้

$$\begin{aligned} N &= 100(x) + 1000(y) + 10(z) \\ &= 100(2) + 1000(3) + 10(4) \\ &= 200 + 3000 + 40 \\ &= 3240 \end{aligned}$$

หลักหน่วยของ N คือ 0

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2., 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

9. ตอบ 5.

แนวคิด เพราะว่า Tina ทำงานเสร็จในเวลา 12 ชั่วโมง

เพราะฉะนั้นใน 1 ชั่วโมง Tina ทำงานได้ $\frac{1}{12}$ ของงานทั้งหมด

และในเวลา 8 ชั่วโมง Tina ทำงานได้ $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ ของงานทั้งหมด

เพราะฉะนั้นเหลืองานให้ Ann ทำ $= 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ ของงานทั้งหมด

เพราะว่า Ann ทำงานเสร็จในเวลา 9 ชั่วโมง

เพราะฉะนั้น 1 ของงานทั้งหมด Ann ใช้เวลาทำงาน 9 ชั่วโมง

และ $\frac{1}{3}$ ของงานทั้งหมด Ann ใช้เวลาทำงาน $\frac{1}{3}(9) = 3$ ชั่วโมง

สรุป Ann ต้องทำงานต่อจาก Tina ไปอีก 3 ชั่วโมง งานจึงเสร็จ

10. ตอบ 3.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในเทอมของราคาตัวแต่ละใบ

สมมติราคาตัวโบละ 100 บาท

ตัว 5 โบละ ราคาจริง = $5(100) = 500$ บาท

ตัว 5 โบละ ซื้อได้ในราคา 3 โบละ จึงจ่ายเงินเพียง 300 บาท

เพราะฉะนั้นประหยัดเงิน 200 บาท

เงินที่ประหยัดได้คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ของราคาตัว 5 โบละเมื่อเริ่มต้น

$$= \left(\frac{200}{500}\right) 100$$

$$= 40 \%$$

ดังนั้นเราสามารถตัดตัวเลือก 1., 2., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง ราคาตัวโบละ x บาท

ตัวห้าโบละราคาจริง $5x$ บาท

ราคาที่ซื้อได้จริง = $3x$ บาท

ประหยัดเงิน = $5x - 3x = 2x$

เงินที่ประหยัดคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ = $\left(\frac{2x}{5x}\right) 100 = 40 \%$

11. ตอบ 3.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในทอมของราคาดัณฑ์

สมมติราคาดัณฑ์ = 100 บาท

ขายจริงได้กำไร 20 % ของดัณฑ์ เพราะฉะนั้นขายไปในราคา 120 บาท

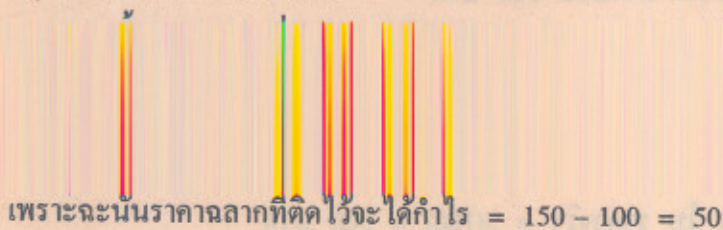
เพราะว่า 120 เป็นราคาที่ลดจากราคาลด 20 %

เพราะฉะนั้น 80 % ของราคาลด = 120

$$1 \% \text{ ของราคาลด} = \frac{120}{80}$$

$$100 \% \text{ ของราคาลด} = \frac{120}{80} 100 = 150$$

สรุปราคาจลาจล = 150 บาท



เพราะฉะนั้นราคาจลาจลที่คิดไว้จะได้กำไร = $150 - 100 = 50$

คิดเป็นเปอร์เซ็นต์เทียบกับต้นทุน = $\frac{50}{100} \cdot 100 = 50\%$

เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง สมมติราคาทุนเป็น x บาท แล้วทำวิธีเดียวกันก็จะได้ คำตอบเป็น 50% เหมือนกัน

12. ตอบ 5.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ x

แทนค่า $x = 0$ ก็จะจำแนกตัวเลือกได้

โจทย์
$$\frac{x^3 + 2x^2 + x}{x+1} = 0$$

ตัวเลือก 1. $x = 0$

ตัวเลือก 2. $x-1 = 0-1 = -1 \neq 0$

ตัวเลือก 3. $x+1 = 0+1 = 1 \neq 0$

ตัวเลือก 4. $x^2+1 = 0+1 = 1 \neq 0$

ตัวเลือก 5. $x^2+x = 0+0 = 0$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2., 3. และ 4. ทิ้งก่อน

ต่อไปแทนค่า $x = 1$

โจทย์
$$\frac{x^3 + 2x^2 + x}{x+1} = \frac{1+2+1}{1+1} = 2$$

ตัวเลือก 1. $x = 1 \neq 2$

ตัวเลือก 5. $x^2+x = 1+1 = 2$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. ทิ้ง

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีจริง} \quad \frac{x^3+2x^2+x}{x+1} &= \frac{x(x^2+2x+1)}{x+1} \\
 &= \frac{x(x+1)^2}{x+1} \\
 &= x(x+1) \\
 &= x^2+x
 \end{aligned}$$

13. ตอบ 4.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ x, y, z, t

เลือกค่าที่สอดคล้องกับโจทย์ เช่น

$$x = 2, y = 3, z = \frac{5}{4}y = \frac{5}{4}(3) = \frac{15}{4}$$

$$\text{และ } t = \frac{4}{9}z = \frac{4}{9}\left(\frac{15}{4}\right) = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{x}{y} = \frac{2}{3}, \frac{y}{z} = \frac{3}{\left(\frac{15}{4}\right)} = \frac{4}{5} \text{ และ } \frac{z}{t} = \frac{\left(\frac{15}{4}\right)}{\left(\frac{5}{3}\right)} = \frac{9}{4}$$

$$\text{เพราะฉะนั้น } \frac{t}{x} = \frac{\left(\frac{5}{3}\right)}{2} = \frac{5}{6}$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 3. และ 5. ทิ้งได้

$$\text{วิธีจริง} \quad \text{จาก } \frac{x}{y} = \frac{2}{3}, \frac{y}{z} = \frac{4}{5}, \frac{z}{t} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{x}{t} = \left(\frac{x}{y}\right)\left(\frac{y}{z}\right)\left(\frac{z}{t}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{9}{4}\right) = \frac{18}{15} = \frac{6}{5}$$

$$\text{สรุป} \quad \frac{t}{x} = \frac{5}{6}$$

14. ตอบ 4.



แนวคิด คนส่งใบสมัครงาน 300 คน

เพราะว่าคนที่สอบตกคุณสมบัติตามใบสมัคร 60 %

เพราะฉะนั้นคนที่ใบสมัครใช้ได้เท่ากับ 40 % คิดเป็นจำนวนคน

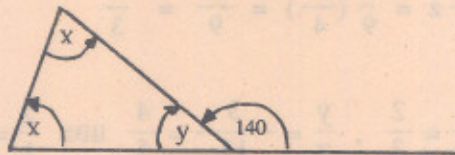
$$= (0.4)300 = 120 \text{ คน}$$

คน 120 คนนี้จะมึงานให้ทำเพียง 20 %

สรุปคนที่ได้ทำงาน = $(0.2)(120) = 24$ คน

15. ตอบ 4.

แนวคิด



เพราะว่า $x + x + y = 180$ -----(1)

และ $y + 140 = 180$ -----(2)

$$y = 40$$

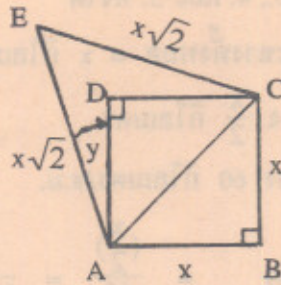
$$(1) - (2) ; \quad x + x - 140 = 0$$

$$x = 70$$

สรุป $x + y = 40 + 70 = 110$

16. ตอบ 1.

แนวคิด



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = x^2 + x^2 = 2x^2$$

$$AC = x\sqrt{2}$$

ดังนั้น ACE เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า , $EAC = 60^\circ$

เพราะว่า $CAD = 45^\circ$ เพราะฉะนั้น $y = EAC - CAD$

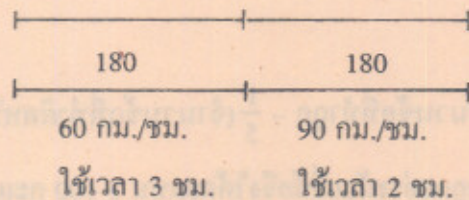
$$= 60 - 45 = 15^\circ$$

17. ตอบ 2.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของระยะทาง

ดังนั้นเลือกระยะทางที่ 60 และ 90 หากลงตัวก็สามารถตัดตัวเลือกได้

ตัวอย่างเช่น



รวมเวลาทั้งหมด = 5 ชั่วโมง

รวมระยะทางทั้งหมด = $180 + 180 = 360$ กิโลเมตร

$$\text{สรุปความเร็วเฉลี่ย} = \frac{\text{distance}}{\text{time}} = \frac{360}{5} = 72$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1, 3, 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง ระยะทางทั้งหมด = x กิโลเมตร

ครั้งแรกมีระยะทาง $\frac{x}{2}$ กิโลเมตร

ความเร็วในการเดินทาง 60 กิโลเมตร/ชม.

$$\text{เวลาที่ใช้ในการเดินทาง} = \frac{\left(\frac{x}{2}\right)}{60} = \frac{x}{120}$$

ครั้งทางหลังมีระยะทาง $\frac{x}{2}$

$$\text{เวลาที่ใช้ในการเดินทาง} = \frac{\left(\frac{x}{2}\right)}{90} = \frac{x}{180}$$

$$\begin{aligned} \text{รวมเวลาที่ใช้} &= \frac{x}{120} + \frac{x}{180} = \frac{180x + 120x}{(120)(180)} = \frac{300x}{(120)(180)} \\ &= \frac{x}{72} \end{aligned}$$

$$\text{สรุปความเร็วเฉลี่ย} = \frac{\text{distance}}{\text{time}} = \frac{x}{\left(\frac{x}{72}\right)} = 72$$

18. ตอบ 3.

แนวคิด

คะแนนที่ได้ = จำนวนข้อที่ทำถูก - $\frac{1}{5}$ (จำนวนข้อที่ทำผิดหรือไม่ทำ)

โจทย์ถามว่า ต้องทำถูกอย่างน้อยกี่ข้อจึงได้คะแนน ≥ 100 คะแนน

ดังนั้นนำค่าของจำนวนข้อที่ทำถูกในตัวเลือกลงแทนค่า

$$\text{ตัวเลือก 1. คะแนนที่ได้} = 75 - \frac{1}{5}(200 - 75) = 50 < 100$$

$$\begin{aligned} \text{ตัวเลือก 2. } \text{คะแนนที่ได้} &= 116 - \frac{1}{5}(200 - 116) \\ &= 116 - 16.8 < 100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ตัวเลือก 3. } \text{คะแนนที่ได้} &= 117 - \frac{1}{5}(200 - 117) \\ &= 117 - 16.6 = 100.4 > 100 \end{aligned}$$

สรุปต้องทำถูกต้องอย่างน้อย 117 ข้อ จึงจะได้คะแนนไม่ต่ำกว่า 100
วิธีจริง ให้ n เป็นจำนวนข้อที่ถูกต้อง

$$\text{คะแนนที่ได้} = n - \frac{1}{5}(200 - n)$$

หาค่า n น้อยที่สุดที่ทำให้ คะแนนที่ได้มากกว่าหรือเท่ากับ 100

$$n - \frac{1}{5}(200 - n) \geq 100$$

$$5n - (200 - n) \geq 500$$

$$6n \geq 700$$

$$n \geq \frac{700}{6} = 116.67$$

n น้อยที่สุดที่มากกว่าหรือเท่ากับ 116.67 คือ $n = 117$

19. ตอบ 2.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ r และ s

เมื่อ $r = 1$ s ต้องมีค่าเท่าไรจึงจะทำให้ $1 * s = 1$

$$\text{จาก } r * s = rs + r + s$$

$$1 * s = s + 1 + s$$

$$1 = s + 1 + s$$

$$2s = 0$$

$$s = 0$$

ดูจากตัวเลือกมีตัวเลือก 2. เท่านั้นที่ให้ค่า $s = 0$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 3., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง

$$r = r * s = rs + r + s$$

$$0 = rs + s$$

$$= (r + 1)s$$

$$r + 1 = 0 \text{ หรือ } s = 0$$

เมื่อ $r = 1, r + 1 \neq 0$ เพราะฉะนั้น $s = 0$ เท่านั้น

20. ตอบ 2.

แนวคิด ลองนำค่าในตัวเลือกมาแยกตัวประกอบของผลคูณของเลขสี่ตัว

โดยนำค่าที่น้อยที่สุดออกมาก่อน

$$\begin{aligned} \text{ตัวเลือก 1. } 5040 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \\ &= 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \end{aligned}$$

ดังนั้นไม่มีเลขสี่ตัวระหว่าง -5 ถึง 10 ที่คูณกันแล้วเท่ากับ -5040

$$\text{ตัวเลือก 2. } 3600 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$\text{เพราะว่า } -3600 = (-5)(8)(9)(10)$$

เพราะฉะนั้น -3600 เป็นค่าน้อยสุด

สรุปเลือกตัวเลือก 2. เป็นคำตอบที่ต้องการ

$$\text{หมายเหตุ } -5 \leq A \leq 10, -5 \leq B \leq 10, -5 \leq C \leq 10, -5 \leq D \leq 10$$

ค่าต่ำสุดที่เป็นไปได้คือ $(-5)(10)(10)(10) = -5000$.

ข้อสอบ คณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 8

- 4 percent of 6 equals 2 percent of
 - 120
 - 60
 - 50
 - 12
 - 5
- A wholesaler regularly sells sugar at D dollars per bag. However, if an order is paid for at the time of purchase, the customer receives a discount of P percent. If a customer buys N bags of sugar and pays for them at the time of purchase, what is the amount, in dollars, of the customer's bill ?
 - $DN - P$
 - $DN(1 - P)$
 - $DN(1 - \frac{P}{100})$
 - $\frac{DNP}{100}$
 - $\frac{DN}{100}(1 - P)$
- A merchant bought 2000 articles for \$0.40 each. He sold half of this for a total of \$600 and the remainder at a 25 percent loss. His profit on all 2000 articles was what percent of their cost ?
 - 0 %
 - $12\frac{1}{2}$ %
 - 25 %
 - $37\frac{1}{2}$ %
 - 50 %

4. In stack A, invoices are assigned consecutive numbers, beginning with 1.

In stack B, invoices are assigned consecutive odd numbers, beginning with 1.

In stack C, invoices are assigned consecutive multiples of 3, beginning with 3.

If there are 25 invoices in each of these stack, how many assigned numbers are common to all three stack ?

1. 1 2. 4 3. 8
4. 12 5. 25
5. $76(56 + 97) - 56(97 + 76) = ?$
1. -1175 2. 400 3. 1175
4. 1940 5. 2640
6. The sum of all positive divisors of 60 is
1. 10 2. 11 3. 13
4. 107 5. 168
7. If n is an integer, which of the following could be the sum of the digit of a two-digit multiple of 11 ?
1. $4n - 3$ 2. $4n - 1$ 3. $4n$
4. $4n + 1$ 5. $4n + 3$

8. $\sqrt{1 - \frac{1}{8} + \frac{1}{256}} = ?$

1. $\frac{31}{16}$

2. $\frac{287}{256}$

3. $\frac{17}{16}$

4. $\frac{15}{16}$

5. $\frac{225}{256}$

9. If ${}_k S_n$ is defined to be the product $(n+k)(n-k+1)$ for all positive integers k and n , which of the following expressions represents

$${}_{k+1} S_{n+1}$$

1. $(n+k)(n-k+2)$

2. $(n+k)(n-k+3)$

3. $(n+k+1)(n-k+2)$

4. $(n+k+2)(n-k+1)$

5. $(n+k+2)(n-k+3)$

10. For all real number a and b

$$a * b = ab - a$$

If x, y are real number, then $y * ((xy) * x) = ?$

1. $x^2 y^2 - xy - y$

2. $x^2 y^2 - xy^2 - y$

3. $x^2 y^2 - x^2 y - x$

4. $x^2 y^2 - xy^2 - xy - y$

5. $x^3 y - x^2 y - x$

11. When the integer n is divided by 17, the quotient is x and the remainder is 5. When n is divided by 23, the quotient is y and the remainder is 14. Which of the following is true ?

1. $23x + 17y = 19$

2. $17x - 23y = 9$

3. $17x + 23y = 19$

4. $14x + 5y = 6$

5. $5x - 14y = 6$

12. Of the following which is greatest ?

- | | | |
|--------------------------|-------------------------|--------------------------|
| 1. $3\sqrt{2}$ | 2. $2\sqrt{3}$ | 3. $\frac{4\sqrt{3}}{5}$ |
| 4. $\frac{5\sqrt{2}}{4}$ | 5. $\frac{7}{\sqrt{3}}$ | |

13. For what positive value of k will there be exactly one value of x such that $2x^2 + kx + 8 = 0$

- | | | |
|----------------|------|------|
| 1. 1 | 2. 2 | 3. 4 |
| 4. $3\sqrt{2}$ | 5. 8 | |

14. If $xy = 0$, which of the following statements must be true ?

I. $x^2y^3 = 0$

II. $x+y = x$

III. $(x+y)^2 = x^2 + y^2$

- | | | |
|-------------|--------------|-------------|
| 1. I only | 2. II only | 3. III only |
| 4. I and II | 5. I and III | |

15. In $n = p^2$ and p is a prime number greater than 5, what is the units digit of n^2 .

- | | | |
|------|------|------|
| 1. 1 | 2. 3 | 3. 4 |
| 4. 7 | 5. 9 | |

16. If $5^n = x^2$, then $5^{n+1} = ?$

- | | | |
|--------------|-------------|--------------|
| 1. $5x^2$ | 2. $(5x)^2$ | 3. $x^2 + 1$ |
| 4. $x^2 + 5$ | 5. x^3 | |

17. If $\frac{x+3}{x-1} + \frac{x+1}{x-3} = 2$, then $x = ?$
1. 2 2. 1 3. -1
4. 3 5. -3
18. If the cost of a television is \$612.36, including 8 percent sales tax, what is the cost of the television excluding the tax ?
1. \$562.95 2. \$563.37 3. \$567.00
4. \$661.35 5. \$665.61
19. If $AB = 14$, $BC = 7$ and $CX = 11$, what is the value of AX ?
1. $\frac{11}{2}$ 2. $\frac{98}{11}$ 3. 22
4. 154 5. 1,078
20. An integer is divisible by 3 if and only if the sum of its digit is divisible by 3. Which of the following integer is divisible by 15.
1. 222,200 2. 333,354 3. 335,555
4. 353,515 5. 353,535

เฉลยข้อสอบ คณิตศาสตร์ทั่วไป ฉบับที่ 8

1. ตอบ 4.

แนวคิด สมมติ x เป็นจำนวนที่ทำให้ 4 เปอร์เซ็นต์ของ 6 เท่ากับ 2 เปอร์เซ็นต์ของ x

$$\text{เพราะฉะนั้น } \left(\frac{4}{100}\right)(6) = \left(\frac{2}{100}\right)x$$

$$24 = 2x$$

$$x = 12$$

2. ตอบ 3.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของตัวแปร D, N, P สมมติ ราคาน้ำตาล $D = 4$ บาทต่อถุงส่วนลด $P = 10$ จำนวนสั่งซื้อ $N = 25$ ถุงเงินค่าน้ำตาลเท่ากับ $4(25) = 100$ บาท

หักส่วนลด 10% จะต้องจ่ายเงินจริง = 90 บาท

แทนค่า $D = 4, P = 10, N = 25$ ในทุกตัวเลือก

$$\text{ตัวเลือก 1. } DN - P = (4)(25) - 10 = 90$$

$$\text{ตัวเลือก 2. } DN(1 - P) = (4)(25)(1 - 10) = -900 \neq 90$$

$$\text{ตัวเลือก 3. } DN\left(1 - \frac{P}{100}\right) = (4)(25)\left(1 - \frac{10}{100}\right) = 90$$

$$\text{ตัวเลือก 4. } \frac{DNP}{100} = \frac{(4)(25)(10)}{100} = 10 \neq 90$$

$$\text{ตัวเลือก 5. } \frac{DN}{100}(1 - P) = \frac{(4)(25)}{100}(1 - 10) = -9 \neq 90$$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2., 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง น้ำตาลถุงละ D dollars/ถุงน้ำตาลจำนวน N ถุงจำนวนเงิน = DN dollarsส่วนลด $P\%$ คิดเป็นเงิน $\frac{P}{100}(DN)$ เงินที่ต้องจ่ายจริง = $DN - \text{ส่วนลด}$

$$= DN - \frac{P}{100}(DN)$$

$$= DN\left(1 - \frac{P}{100}\right)$$

3. ตอบ 2.

แนวคิด สินค้า 2000 ชิ้น ราคาชิ้นละ 0.40 dollars

เพราะฉะนั้นต้นทุนสินค้าทั้งหมด = $2000(0.4) = 800$ dollars

1000 ชิ้นแรกขายได้เงิน 600 dollars

1000 ชิ้นที่เหลือมีราคาค้นทุน = 400 dollars เมื่อขายไปในราคาที

ขาดทุน 25 % จะได้เงิน = $(0.75)(400) = 300$ dollars

สรุปได้เงินจากการขายทั้ง 2 หน = $600 + 300 = 900$

ดังนั้นได้กำไร = $900 - 800 = 100$

คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ของต้นทุน = $\frac{100}{800} \times 100 = 12\frac{1}{2}\%$

4. ตอบ 2.

แนวคิด ใช้วิธีเขียนตัวเลขออกมาดูดีที่สุด

Stack A : 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., 24, 25

Stack B : 1, 3, 5, 7, 9, 11, ..., 23, 25

Stack C : 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, หยุดแค่นี้พอ

เพราะว่าเขียนต่อไปก็ไม่มีทางซ้ำกับ Stack A, B แน่แน่นอน

ตัวเลขที่มีในทั้ง 3 Stack คือ 3, 9, 15, 21 เท่านั้น

สรุปตัวเลขที่ซ้ำกันทั้ง 3 Stack อยู่ 4 ตัว

5. ตอบ 4.

แนวคิด $76(56 + 97) - 56(97 + 76)$

$$= (76)(56) + (76)(97) - (56)(97) - (56)(76)$$

$$= (76)(97) - (56)(97) = 97(76 - 56)$$

$$= 97(20) = 1940$$



แนวคิด $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$
 $= 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$

ตัวเลขบวกที่หาร 60 ลงตัว คือ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60
 มีค่าผลบวก = $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 10 + 12 + 15 + 20 + 30 + 60$
 $= 168$

การตัดตัวเลือก เพราะว่า 60 หาร 60 ลงตัว
 เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 1., 2., 3.ทิ้งได้
 เพราะว่า 60, 30, 20, 10 หาร 60 ลงตัว และ $60+30+20+10 = 120 > 107$
 ดังนั้นตัดตัวเลือก 4.ทิ้งได้อีก

7. ตอบ 3.

แนวคิด แทนค่า n บางค่าก็สามารถหาคำตอบได้

n	$4n - 3$	$4n - 1$	$4n$	$4n + 1$	$4n + 3$
1	1	3	4	5	7
2	5	7	8	9	11
3	9	11	12	13	15

จะเห็นว่า $4 = 2 + 2$ ที่ได้จาก 22
 $8 = 4 + 4$ ที่ได้จาก 44
 $12 = 6 + 6$ ที่ได้จาก 66
 $16 = 8 + 8$ ได้มาจาก 88

สรุปเลือกตัวเลือก 3. เป็นคำตอบได้

8. ตอบ 4.

แนวคิด เพราะว่า ถ้า $0 < a < 1$ แล้ว $\sqrt{a} < 1$ และ

$$1 - \frac{1}{8} + \frac{1}{256} = 1 - \frac{32}{256} + \frac{1}{256} < 1$$

เพราะฉะนั้น $\sqrt{1 - \frac{1}{8} + \frac{1}{256}} < 1$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2. และ 3. ทิ้งได้

$$\begin{aligned} \text{วิธีจริง} \quad \sqrt{1 - \frac{1}{8} + \frac{1}{256}} &= \sqrt{\frac{256 - 32 + 1}{256}} \\ &= \sqrt{\frac{225}{256}} \\ &= \frac{15}{16} \end{aligned}$$

9. ตอบ 4.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของตัวแปร k, n

แทนค่า $k = 1, n = 2$ จะได้

$$\begin{aligned} k+1S_{n+1} &= 1+1S_{2+1} \\ &= 2S_3 \\ &= (3+2)(3-2+1) \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\text{ตัวเลือก 1.} \quad (n+k)(n-k+2) = (2+1)(2-1+2) = 3 \neq 10$$

$$\text{ตัวเลือก 2.} \quad (n+k)(n-k+3) = (2+1)(2-1+3) = 12 \neq 10$$

$$\text{ตัวเลือก 3.} \quad (n+k+1)(n-k+2) = (2+1+1)(2-1+2) = 4 \neq 10$$

$$\text{ตัวเลือก 4.} \quad (n+k+2)(n-k+1) = (2+1+2)(2-1+1) = 10$$

ตัวเลือก 5. $(n+k+2)(n-k+3) = (2+1+2)(2-1+3) = 20 \neq 10$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 2. 3. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง

$${}_k S_n = (n+k)(n-k+1)$$

$${}_{k+1} S_{n+1} = [(n+1) + (k+1)][(n+1) - (k+1) + 1]$$

$$= (n+k+2)(n-k+1)$$

10. ตอบ 2.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ x, y

แทนค่า $x = 2, y = 3, xy = (2)(3) = 6$

$$(xy) * x = 6 * 2$$

$$= (6)(2) - 6 = 6$$

$$y * ((xy) * x) = y * 6 = 3 * 6$$

$$= (3)(6) - 3 = 15$$

ตัวเลือก 1. $x^2 y^2 - xy - y = (4)(9) - 6 - 3 = 27 \neq 15$

ตัวเลือก 2. $x^2 y^2 - xy^2 - y = (4)(9) - 18 - 3 = 15$

ตัวเลือก 3. $x^2 y^2 - x^2 y - x = (4)(9) - 12 - 3 = 21 \neq 15$

ตัวเลือก 4. $x^2 y^2 - xy^2 - xy - y = 36 - 18 - 6 - 3 = 9 \neq 15$

ตัวเลือก 5. $x^3 y - x^2 y - x = 24 - 12 - 2 = 10 \neq 15$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1., 3. 4. และ 5. ทิ้งได้

วิธีจริง

$$y * ((xy) * x) = y * (xyx - xy)$$

$$= (y)(xyx - xy) - y$$

$$= yxyx - yxy - y$$

$$= x^2 y^2 - xy^2 - y$$

11. ตอบ 2.

แนวคิด เพราะว่า 17 หาร n ได้ x เหลือเศษ 5

เพราะฉะนั้น $n = 17x + 5$

เพราะว่า 23 หาร n ได้ y เหลือเศษ 14

เพราะฉะนั้น $n = 23y + 14$

ดังนั้น $17x + 5 = n = 23y + 14$

$$17x - 23y = 9$$

สรุปตัวเลือก 2. ถูกต้อง

12. ตอบ 1.

แนวคิด เปรียบเทียบค่ากำลังสองของแต่ละตัวเลือกก็สามารถหาค่าสูงสุดได้

ตัวเลือก 1. $(3\sqrt{2})^2 = 9(2) = 18$

ตัวเลือก 2. $(2\sqrt{3})^2 = 4(3) = 12 < 18$

ตัวเลือก 3. $(\frac{4\sqrt{3}}{5})^2 = \frac{16(3)}{25} = \frac{48}{25} < 18$

ตัวเลือก 4. $(\frac{5\sqrt{2}}{4})^2 = \frac{25(4)}{16} = \frac{25}{4} < 18$

ตัวเลือก 5. $(\frac{7}{\sqrt{3}})^2 = \frac{49}{3} < 18$

สรุป $(3\sqrt{2})^2 = 36$ เป็นค่าสูงสุด

เพราะฉะนั้น $3\sqrt{2}$ เป็นค่าสูงสุด

หมายเหตุ ค่าจริง $3\sqrt{2} = 4.24$, $2\sqrt{3} = 3.46$, $\frac{4\sqrt{3}}{5} = 1.39$

$\frac{5\sqrt{2}}{4} = 1.77$, $\frac{7}{\sqrt{3}} = 4.04$

13. ตอบ 5.

แนวคิด จากสูตรสมการ $Ax^2 + Bx + C = 0$ มีรากเพียงตัวเดียว
ก็ต่อเมื่อ $B^2 - 4AC = 0$

จากสมการ $2x^2 + kx + 8 = 0$

$$A = 2$$

$$B = k$$

$$C = 8$$

$$B^2 - 4AC = k^2 - 4(2)(8)$$

$$0 = k^2 - 64$$

$$k^2 = 64$$

$$k = 8$$

14. ตอบ 5.

แนวคิด โจทย์กำหนด $xy = 0$

$$\text{I. } x^2 y^3 = xy(xy^2) = 0(xy^2) = 0$$

เพราะฉะนั้น I. ถูกต้อง ทำให้ตัดตัวเลือก 2., 3. ทิ้งได้

$$\text{II. } x = 0, y = 4 \text{ จะได้ } xy = 0 \text{ แต่ } x + y = x \text{ ไม่จริง}$$

เพราะฉะนั้น II. ผิด ทำให้ตัดตัวเลือก 4. ทิ้งได้

$$\begin{aligned} \text{III. } (x + y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\ &= x^2 + 2(0) + y^2 \\ &= x^2 + y^2 \end{aligned}$$

สรุป III. ถูกต้อง

คำตอบของข้อนี้คือ ตัวเลือก 5.

15. ตอบ 1.

แนวคิด เพราะว่าจำนวนเฉพาะที่มากกว่า 5 ต้องลงท้ายด้วยเลขใด
เลขหนึ่งต่อไปนี้คือ 1, 3, 7, 9

$$(\dots 1)^4 = \dots 1$$

$$(\dots 3)^4 = (\dots 9)^2 = \dots 1$$

$$(\dots 7)^4 = (\dots 9)^2 = \dots 1$$

$$(\dots 9)^4 = (\dots 1)^2 = \dots 1$$

เพราะฉะนั้น $n^2 = p^4$ ต้องมีหลักหน่วยเป็น 1 เสมอ

16. ตอบ 1.

แนวคิด โจทย์และตัวเลือกเป็นสูตรในพจน์ของ x

แทนค่า $x = 2$, $5^n = x^2 = 2^2 = 4$

โจทย์ $5^{n+1} = 5^n \cdot 5 = 4 \cdot 5 = 20$

ตัวเลือก 1. $5x^2 = 5(2^2) = 20$

ตัวเลือก 2. $(5x)^2 = (5(2))^2 = 100 \neq 20$

ตัวเลือก 3. $x^2 + 1 = 2^2 + 1 = 5 \neq 20$

ตัวเลือก 4. $x^2 + 5 = 2^2 + 5 = 9 \neq 20$

ตัวเลือก 5. $x^3 = 2^3 = 8 \neq 20$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2., 3., 4. และ 5

วิธีจริง

$$\begin{aligned} 5^n &= x^2 \\ 5^{n+1} &= 5^n \cdot 5^1 \\ &= x^2 \cdot 5 \\ &= 5x^2 \end{aligned}$$

17. ตอบ 4.

แนวคิด เพราะว่า $x-1$, $x-3$ เป็นตัวหาร ดังนั้น $x-1 \neq 0$ และ $x-3 \neq 0$ แสดงว่า $x=1$, $x=3$ ไม่ได้
 เพราะฉะนั้นตัดตัวเลือก 2. และ 4.ทิ้ง
 แทนค่า $x=2$ จะได้

$$\frac{x+3}{x-1} + \frac{x+1}{x-3} = \frac{5}{1} + \frac{5}{-1} = 5 - 5 = 0$$

ดังนั้นเลือกตัวเลือก 1. เป็นคำตอบได้เลย

วิธีจริง

$$\frac{x+3}{x-1} + \frac{x+1}{x-3} = 2$$

$$(x+3)(x-3) + (x+1)(x-1) = 2(x-1)(x-3)$$

$$x^2 - 9 + x^2 - 1 = 2x^2 - 8x + 6$$

$$8x = 16$$

$$x = 2$$

18. ตอบ 3.

แนวคิด เพราะว่า ราคารวมภาษี = 612.36 \$

เพราะฉะนั้นราคาไม่รวมภาษีต้องน้อยกว่า 612.36 \$

ดังนั้นตัดตัวเลือก 4. และ 5.ทิ้งได้

สมมติราคาไม่รวมภาษี = x

ดังนั้นราคารวมภาษี 8% เท่ากับ $1.08x$

เพราะฉะนั้น $1.08x = 612.36$

$$x = \frac{612.36}{1.08} = 567 \$$$

ตรงกับตัวเลือก 3.

19. ตอบ 3.

$$\begin{aligned}
 \text{แนวคิด} \quad AB &= 14 \rightarrow A = \frac{14}{B} \\
 CX &= 11 \rightarrow X = \frac{11}{C} \\
 AX &= \left(\frac{14}{B}\right)\left(\frac{11}{C}\right) \\
 &= \frac{154}{BC} \\
 &= \frac{154}{7} \\
 &= 22
 \end{aligned}$$

20. ตอบ 5.

แนวคิด 333,354 หารด้วย 5 ไม่ลงตัว

ดังนั้น 333,354 หารด้วย 15 ไม่ลงตัวแน่นอน

ดังนั้นตัดตัวเลือก 2. ทิ้งได้

ต่อไปหารทุกตัวเลือกด้วย 5 ก่อน

$$\text{ตัวเลือก 1. } \frac{222200}{5} = 44440, \quad \text{ผลบวกทุกหลัก} = 16$$

$$\text{ตัวเลือก 3. } \frac{335555}{5} = 67111, \quad \text{ผลบวกทุกหลัก} = 16$$

$$\text{ตัวเลือก 4. } \frac{353515}{5} = 70703, \quad \text{ผลบวกทุกหลัก} = 17$$

$$\text{ตัวเลือก 5. } \frac{353535}{5} = 70707, \quad \text{ผลบวกทุกหลัก} = 21$$

เพราะฉะนั้น 3 หาร 70707 ลงตัว

สรุป 15 หาร 353535 ลงตัว

$$\text{หมายเหตุ } \frac{353535}{15} = 23569$$

ผลงานเฉลยข้อสอบของผู้เขียนในชุด

คณิตศาสตร์ปรนัย

เทคนิคการตัดตัวเลือกและวิธีลัด

เล่มที่ 1 คณิตศาสตร์ กข. 2537

เล่มที่ 2 คณิตศาสตร์ ก. 2537

เล่มที่ 3 สมาคมคณิตศาสตร์ ฯ 2537

เล่มที่ 4 วัฏจักรคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 2 2536

เล่มที่ 5 คณิตศาสตร์โอลิมปิกรอบคัดเลือก 2537

เล่มที่ 6 วัฏจักรคณิตศาสตร์ครั้งที่ 3 2537

สมาคมคณิตศาสตร์ ฯ 2538

คณิตศาสตร์ กข. 2538

คณิตศาสตร์ ก. 2538

เล่มที่ 7 คู่มือตัดตัวเลือกสำหรับคณิตศาสตร์ ม.ปลาย

เล่มที่ 8 คณิตศาสตร์โอลิมปิกรอบคัดเลือก 2533-2538

เล่มที่ 9 คู่มือตัดตัวเลือกสำหรับคณิตศาสตร์ ม.ต้น

เล่มที่ 10 คู่มือตัดตัวเลือก สำหรับคณิตศาสตร์ ม.ปลาย (ภาค 2)

เฉลยคณิตศาสตร์ ก. และ กข. 2539

เล่มที่ 11 เฉลยข้อสอบ คณิตศาสตร์ กข. 2537 - 2539

เล่มที่ 12 เฉลยข้อสอบ คณิตศาสตร์ ก. 2537 - 2539

เล่มที่ 13 คู่มือตัดตัวเลือกคณิตศาสตร์ GMAT และ MBA

ติดต่อสั่งซื้อได้ที่ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

10

การใช้เหตุผล เพียงพอหรือไม่พอเพียง

ข้อสอบที่ออกสอบในลักษณะของการใช้เหตุผลโดยกำหนดข้อความเหตุมาให้ 2 ข้อความ และผลอีก 1 ข้อความ ตัวอย่างเช่น

กำหนด เหตุผลข้อที่ 1. $x + y = 7$

เหตุผลข้อที่ 2. x น้อยกว่า y เท่ากับ 3

สรุปผลว่า x มีค่าเท่ากับเท่าใดได้หรือไม่

กำหนด เหตุผลข้อที่ 1. ความชันเส้นตรง L เท่ากับ -1

เหตุผลข้อที่ 2. เส้นตรง L ผ่านจุดศูนย์กลางวงกลม $x^2 + y^2 = 4$

สรุปผลว่า หาสมการเส้นตรง L ได้หรือไม่

กำหนด เหตุผลข้อที่ 1. จำนวนนักศึกษาชายคิดเป็น 120 % ของจำนวนนักศึกษาหญิง

เหตุผลข้อที่ 2. จำนวนนักศึกษาชายในชั้นมากกว่านักศึกษาหญิงอยู่

15 คน

สรุปผลว่า มีนักศึกษาชายจำนวนกี่คนได้หรือไม่

ปัญหาการใช้เหตุผล

เหตุผลข้อที่ (1)

เหตุผลข้อที่ (2)

ผลสรุปของข้อความที่กำหนด (R)

มีตัวเลือกอยู่ 5 ตัวเลือก คือ A., B., C., D. และ E. โดยมีเงื่อนไขดังนี้

ตัวเลือก A. ถ้าเหตุผล (1) เพียงข้อเดียวสามารถสรุปผล (R) ได้

และเหตุผล (2) เพียงข้อเดียวไม่เพียงพอสรุปผล (R) ได้

ตัวเลือก B. ถ้าเหตุผล (2) เพียงข้อเดียวสามารถสรุปผล (R) ได้

และเหตุผล (1) เพียงข้อเดียวไม่เพียงพอสรุปผล (R) ได้

ตัวเลือก C. ถ้าเหตุผล (1) เพียงข้อเดียวไม่สามารถสรุปผล (R) ได้

และเหตุผล (2) เพียงข้อเดียวก็ไม่เพียงพอสรุปผล (R) ได้

แต่ถ้าใช้เหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันจะสรุปผล (R) ได้

ตัวเลือก D. ถ้าเหตุผล (1) เพียงข้อเดียวสามารถสรุปผล (R) ได้

หรือเหตุผล (2) เพียงข้อเดียวสามารถสรุปผล (R) ได้

ตัวเลือก E. ถ้าใช้ทั้งเหตุผล (1) และเหตุผล (2) ร่วมกันก็ยังไม่สามารถ

สรุปผล (R) ได้

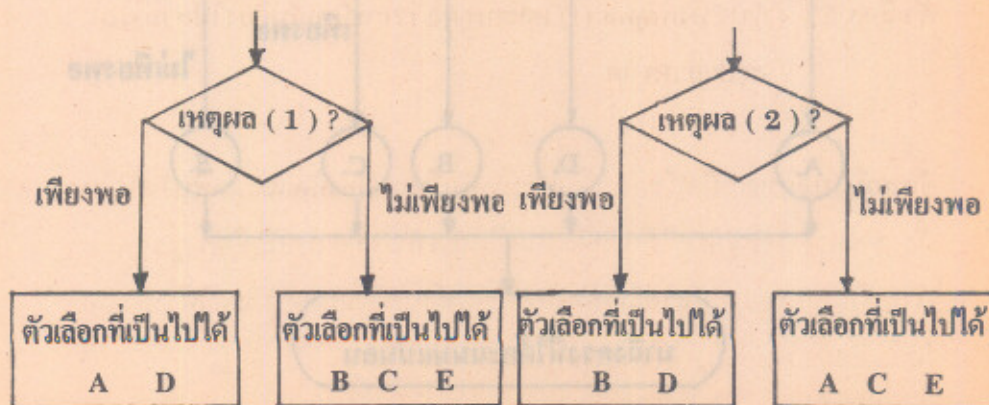
ข้อสอบในลักษณะนี้คล้ายกับเป็นการบังคับให้เราต้องคิดและตัดสินใจกับเหตุ
ทั้ง 2 ข้อว่า จะสรุปผลได้หรือไม่ แต่ในการทำโจทย์แบบนี้เมื่อเรารู้ว่าเหตุผล
(1) หรือ (2) เพียงพอหรือไม่เพียงพอ จะทำการจำแนกตัวเลือกได้ว่าตัวเลือก
ใดคือตัวเลือกที่เป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ

- กรณีที่ 1 เหตุผลข้อที่ 1 เพียงพอ ตัวเลือกเป็นไปได้คือ A, D
 กรณีที่ 2 เหตุผลข้อที่ 1 ไม่เพียงพอ ตัวเลือกเป็นไปได้คือ B, C, E
 กรณีที่ 3 เหตุผลข้อที่ 2 เพียงพอ ตัวเลือกเป็นไปได้คือ B, D
 กรณีที่ 4 เหตุผลข้อที่ 2 ไม่เพียงพอ ตัวเลือกเป็นไปได้คือ A, C, E
- จากกรณีต่าง ๆ ทั้ง 4 กรณี จะเห็นว่าเราสามารถตัดตัวเลือกได้อย่างน้อย 2 ตัวเลือกเสมอ

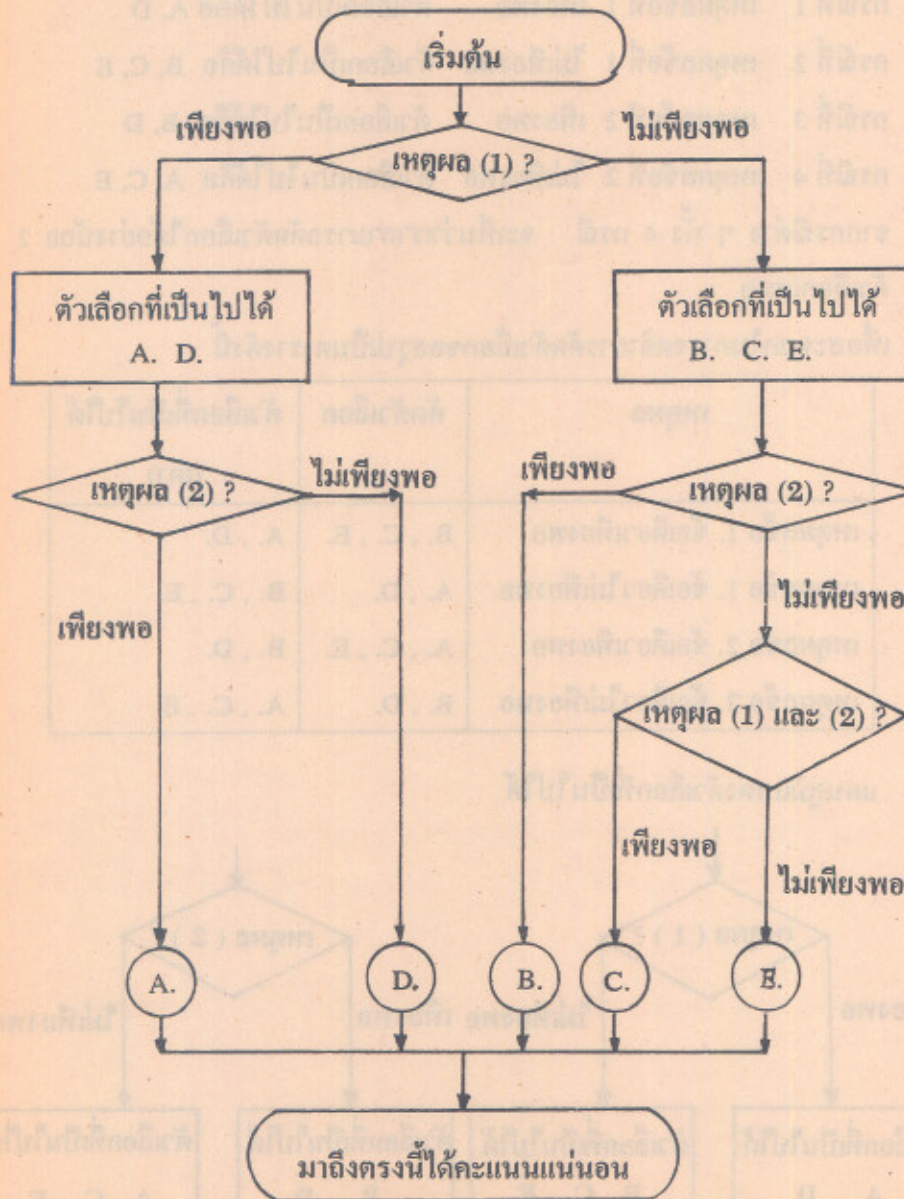
เพื่อสะดวกในการจดจำการตัดตัวเลือกขอสรุปเป็นตารางดังนี้

เหตุผล	ตัดตัวเลือก	ตัวเลือกที่เป็นไปได้ (เดา)
เหตุผลข้อ 1. ข้อเดียวเพียงพอ	B. , C. , E.	A. , D.
เหตุผลข้อ 1. ข้อเดียวไม่เพียงพอ	A. , D.	B. , C. , E.
เหตุผลข้อ 2. ข้อเดียวเพียงพอ	A. , C. , E.	B. , D.
เหตุผลข้อ 2. ข้อเดียวไม่เพียงพอ	B. , D.	A. , C. , E.

แผนภูมิแสดงตัวเลือกที่เป็นไปได้



แผนภูมิต่อไปนี้แสดงตัวเลือกที่เป็นไปได้ของแต่ละกรณี



ตัวอย่าง 10.1 ก. มีเงินเท่าไร

$$1. x + y = 4$$

$$2. 2x + 4y = 12$$

พิจารณาเหตุผล (1.) $x + y = 4$

$$\text{เมื่อ } x = 0, y = 4 \text{ จะได้ } x + 2y = 8$$

$$\text{เมื่อ } x = 4, y = 0 \text{ จะได้ } x + 2y = 4$$

ดังนั้นสรุปค่าของ $x + 2y$ ไม่ได้

เหตุผล (1.) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้ B, C, E

พิจารณาเหตุผล (2.) $2x + 4y = 12$

$$2 \text{ หารตลอด ; } x + 2y = 6$$

ดังนั้นสรุปค่า $x + 2y = 6$ ได้

เหตุผล (2.) เพียงข้อเดียวเพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้ B, D

สรุปจากทั้งสองเหตุผลต้องเลือกข้อ B.

ตัวอย่าง 10.2 ก. มีเงินเท่าไร

1. ก., ข. และ ค. มีเงินรวมกันเท่ากับ 300 บาท

2. ข. มีเงินมากที่สุด ใน 3 คน และมีเงินคิดเป็น 2 เท่าของ ก. และ ค.
รวมกัน

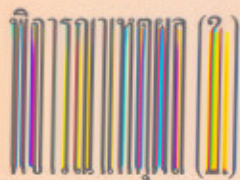
พิจารณาเหตุผล (1.)

ก. มี 100 , ข. มี 100 , ค. มี 100 รวมกันเป็น 300 บาท

ก. มี 200 , ข. มี 50 , ค. มี 50 รวมกันเป็น 300 บาท

ดังนั้นสรุปว่า ก. มีเงินเท่าไรไม่ได้

เหตุผล (1.) เพียงข้อเดียวไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้ B, C, E



ข. มีเงิน 4 บาท , ก. มีเงิน 1 บาท , ค. มีเงิน 1 บาท

ข. มีเงิน 10 บาท , ก. มีเงิน 3 บาท , ค. มีเงิน 2 บาท

จะได้ว่า ข. มีเงินมากที่สุดใน 3 คน และมีเงินเป็น 2 เท่าของ ก. และ ค. รวมกัน แต่เราก็ไม่สามารถสรุปได้ว่า ก. มีเงินเท่าไร

เหตุผล (2.) เพียงข้อเดียวไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้ A, C, E
ต่อไปคิดทั้ง 2 เหตุผลพร้อมกัน

ข. มีเงิน 200 บาท , ก. มีเงิน 10 บาท , ค. มีเงิน 90 บาท

ข. มีเงิน 200 บาท , ก. มีเงิน 90 บาท , ค. มีเงิน 10 บาท

จะเห็นว่ากรณีตัวอย่างนี้สอดคล้องทั้งเหตุผล (1.) และ (2.) แต่ก็สรุปไม่ได้ว่า ก. มีเงินเท่าไร

ดังนั้นใช้เหตุผล (1.) และ (2.) พร้อมกันไม่เพียงพอ ตัวเลือกข้อนี้ต้องเป็น E.

ตัวอย่าง 10.3 $x + y$ มีค่ามากกว่า 0 หรือไม่

$$1. x^4 y^5 > 0$$

$$2. \frac{x}{y} > 0$$

พิจารณาเหตุผล (1.)

$$x = -2, y = 1 \text{ จะได้ } x^4 y^5 = (-2)^4 (1)^5 = 16 > 0 ; x + y = -1 < 0$$

$$x = 2, y = 1 \text{ จะได้ } x^4 y^5 = (2)^4 (1)^5 = 16 > 0 ; x + y = 3 > 0$$

จากกรณีตัวอย่างที่ขกมานี้จะเห็นว่า $x^4 y^5 > 0$ แต่สรุปค่า $x + y$ ไม่ได้

ดังนั้นเหตุผล (1.) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้ B, C, E

พิจารณาเหตุผล (2.)

$$x = 1, y = 1 \text{ จะได้ } \frac{y}{x} = \frac{1}{1} = 1 > 0 ; x + y = 2 > 0$$

$$x = -2, y = -2 \text{ จะได้ } \frac{y}{x} = \frac{-2}{-2} = 1 > 0 ; x + y = -4 < 0$$

ดังนั้น $\frac{y}{x} > 0$ แต่เราไม่สามารถสรุปค่า $x + y$ ได้

เหตุผล (2.) จึงไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้ A, C, E

ต่อไปพิจารณาเหตุผล (1.) และ (2.) พร้อมกัน

เพราะว่า $\frac{y}{x} > 0$ จะได้ว่า x, y ต้องมีเครื่องหมายเหมือนกัน และ $x \neq 0, y \neq 0$

$y \neq 0$

$x^4 y^5 > 0$ และ $x \neq 0$ จะได้ $y^5 > 0$

เพราะว่า $y^4 > 0$ ดังนั้น $\frac{y^5}{y^4} > 0$ นั่นคือ $y > 0$

แต่ x และ y เครื่องหมายเหมือนกัน เพราะฉะนั้น $x + y > 0$

เมื่อใช้เหตุผล (1.) และ (2.) พร้อมกัน จะสรุปได้ว่า $x + y > 0$

ตัวเลือกของข้อนี้ คือ C.

ตัวอย่าง 10.4 เจ้าหน้าที่แผนกหนึ่งมีจำนวน 3 คน เงินเดือนเฉลี่ยของคนทั้งสามมีค่าเท่ากับ 12,000 บาท สรุปได้หรือไม่ว่า เจ้าหน้าที่ที่มีเงินเดือนน้อยที่สุดต้องมีเงินเดือนน้อยกว่า 10,000 บาท

1. เจ้าหน้าที่คนหนึ่งมีเงินเดือน 11,000 บาท
2. เจ้าหน้าที่คนที่ มีเงินเดือนมากที่สุด มีเงินเดือน 13,000 บาท

พิจารณาเหตุผล (1.)

ให้ ก., ข., ค. เป็นเจ้าหน้าที่ทั้งสามคน และ ก. มีเงินเดือน 11,000 บาท
 ข. มีเงินเดือน 12,000 บาท ค. มีเงินเดือน 13,000 บาท
 จะได้ว่าเงินเดือนเฉลี่ยเป็น $\frac{11000+12000+13000}{3} = 12000$ บาท
 ดังนั้นสรุปไม่ได้ว่าคนที่มีเงินเดือนน้อยต้องมีเงินเดือนต่ำกว่า 10000 บาท
 เหตุผล (1.) จึงไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้ B, C, E

พิจารณาเหตุผล (2.)

คนที่มีเงินเดือนมากที่สุด 13,000 บาท เมื่อให้คนอีกสองคนที่เหลือมี
 เงินเดือนเท่ากันคนละ 11500 บาท
 จะได้ว่าค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\frac{13000+11500+11500}{3} = 12000$ บาท
 ดังนั้นสรุปไม่ได้ว่าคนที่ที่มีเงินเดือนน้อยต้องมีเงินเดือนน้อยกว่า 10000 บาท
 เหตุผล (2.) จึงไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้ A, C, E

ต่อไปใช้เหตุผล (1.) และ (2.)

เพราะว่าผลบวกของเงินเดือน $= 3(12000) = 36000$ จากเหตุผล (1.) และ (2.)
 เมื่อคนสองคนแรกมีเงินเดือนรวมเป็น $11000 + 13000 = 24000$ แล้ว
 คนที่สามต้องมีเงินเดือน $= 12000$ บาท ดังนั้นสรุปไม่ได้ว่าคนที่ที่มีเงินเดือน
 น้อยที่สุดต้องมีเงินเดือนน้อยกว่า 10000 บาท
 ตัวเลือกของข้อนี้คือ ข้อ E.

ตัวอย่าง 10.5 x ถูกหารด้วย 15 เหลือเศษเท่าไร

1. 3 หาร x ลงตัว
2. 5 หาร x ลงตัว

พิจารณาเหตุผล (1.)

ตัวเลขที่ 3 หารลงตัว เช่น 3, 6, 9, 12, 15, 18, ... ตัวเลขเหล่านี้
เมื่อหารด้วย 15 จะเหลือเศษ 3, 6, 9, 12, 0, 3, 6, ... ตามลำดับ
ดังนั้นสรุปไม่ได้ว่า ถ้า 3 หาร x ลงตัว แล้ว 15 หาร x จะเหลือเศษเท่าใด
เพราะฉะนั้นเหตุผล (1.) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้ B, C, E

พิจารณาเหตุผล (2.)

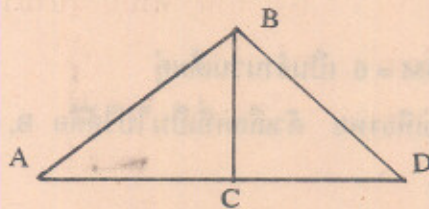
ตัวเลขที่หารด้วย 5 ลงตัว เช่น 5, 10, 15, 20, 25, ... เมื่อหารด้วย 15 จะ
เหลือเศษ 5, 10, 0, 5, 10, ... ตามลำดับ

ดังนั้นสรุปไม่ได้ว่า เลขที่หารด้วย 5 ลงตัว เมื่อหารด้วย 15 จะเหลือเศษเท่าใด
เพราะฉะนั้นเหตุผล (2.) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้ A, C, E

ต่อไปพิจารณาเหตุผล (1.) และ (2.) พร้อมกัน จะได้ว่า

ถ้า 3 หาร x ลงตัว และ 5 หาร x ลงตัว แล้ว 15 หาร x ลงตัวแน่นอน
สรุปเมื่อใช้เหตุผล (1.) และ (2.) พร้อมกันจะสรุปได้ว่า x ถูกหารด้วย 15 จะ
เหลือเศษ 0 ตัวเลือกจึงเป็นข้อ C.

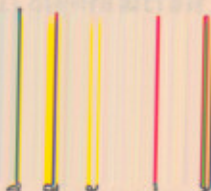
ตัวอย่าง 10.6 $AB = 5$, $AC = 4$



Is ABC a right triangle ?

1. $BC = 3$
2. $AC = CD$

พิจารณาเหตุผล (1.)

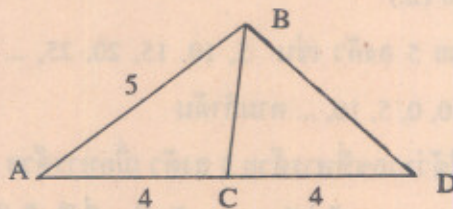


เมื่อ $BC = 3$ จะได้ว่า $AB : AC : BC = 5 : 4 : 3$ ซึ่งเป็นอัตราส่วนด้าน
ของสามเหลี่ยมมุมฉาก

เพราะฉะนั้นเหตุผล (1.) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A, D

พิจารณาเหตุผล (2.)

ถึงแม้ $AC = CD$ ก็อาจสรุปไม่ได้ว่า ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากเช่น



ดังนั้นเหตุผล (2.) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A, C, E
สรุปคำตอบของข้อนี้คือ A

ตัวอย่าง 10.7 Is the integer K an odd integer ?

1. $K = 3M$ where M is an integer
2. $K = 6J$ where J is an integer

พิจารณาเหตุผล (1.)

$M = 2$, $K = 3M = 6$ เป็นจำนวนเต็มคู่

ดังนั้นเหตุผล (1.) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B, C, E

พิจารณาเหตุผล (2.)

$J = 1$ ทำให้ $K = 6J = 6$ เป็นจำนวนเต็มคู่

ดังนั้นเหตุผล (2.) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A, C, E

ต่อไปพิจารณาทั้ง (1.) และ (2.) พร้อมกัน

$$3M = 0, 3, 6, 9, 12, \dots$$

$$6J = 0, 6, 12, \dots$$

ดังนั้น $K = 6$ เมื่อ $M = 2$ และ $K = 6$ เมื่อ $J = 1$

จะได้ว่า K ไม่เป็นจำนวนที่

เพราะฉะนั้นเหตุผล (1.) และ (2.) พร้อมกันก็ไม่เพียงพอ

สรุปต้องเลือกตัวเลือก E.

ตัวอย่าง 10.8 What is the value of $x^3 - y^3$?

$$1. \quad x^6 - y^6 = 0$$

$$2. \quad y = 0$$

พิจารณาเหตุผล (1.)

$$x = 1, y = -1 \text{ จะได้ } x^6 - y^6 = 1 - 1 = 0 \text{ แต่ } x^3 - y^3 = 1 - (-1) = 2$$

$$x = 1, y = 1 \text{ จะได้ } x^6 - y^6 = 1 - 1 = 0 \text{ แต่ } x^3 - y^3 = 1 - 1 = 0$$

ดังนั้นเหตุผล (1.) ไม่เพียงพอสรุปค่า $x^3 - y^3$ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B, C, E

พิจารณาเหตุผล (2.)

$$\text{ถึงแม้ } y = 0 \text{ แต่ } x = 1 \text{ ทำให้ } x^3 - y^3 = 1$$

$$\text{และ } x = -1 \text{ ทำให้ } x^3 - y^3 = -1$$

ดังนั้นเหตุผล (2.) ไม่เพียงพอสรุปค่า $x^3 - y^3$ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A, C, E

ต่อไปพิจารณาทั้ง (1.) และ (2.) พร้อมกัน

$$x^6 - y^6 = 0 \text{ และ } y = 0 \text{ ทำให้ } x^6 = 0 \text{ ดังนั้น } x = 0 \text{ เท่านั้น}$$

สรุป $x^3 - y^3 = 0$ เพราะฉะนั้นเหตุผล (1.) และ (2.) ร่วมกันเพียงพอ

ตัวเลือกของข้อนี้คือ C.

ตัวอย่าง 10.9 What is the value of $x - y$?

1. $x + 2y = 6$

2. $x = y$

พิจารณาเหตุผล (1.) $x = 6, y = 0$; $x + 2y = 6$ แต่ $x - y = 6$

$x = 0, y = 3$; $x + 2y = 6$ แต่ $x - y = -3$

ดังนั้นเหตุผล (1.) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B, C, E

พิจารณาเหตุผล (2.) เพราะว่า $x = y$ ทำให้ $x - y = 0$

เพราะฉะนั้นเหตุผล (2.) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B, D

สรุปคำตอบคือ B

ตัวอย่าง 10.10 Is $x^2 + x - 2 > 0$?

1. $x < 1$

2. $x < -2$

พิจารณาเหตุผล (1.) $x = 0$ ทำให้ $x < 1$ แต่ $x^2 + x - 2 = -2 \not> 0$

ดังนั้นเหตุผล (1.) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B, C, E

พิจารณาเหตุผล (2.) $x < -2$

จะได้

$$x^2 < 4$$

$$x^2 + x < -2 + 4$$

$$x^2 + x < 2$$

$$x^2 + x - 2 < 0$$

ดังนั้น ถ้า $x < -2$ แล้ว $x^2 + x - 2 < 0$

เหตุผล (2.) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B, D สรุปคำตอบคือ B.

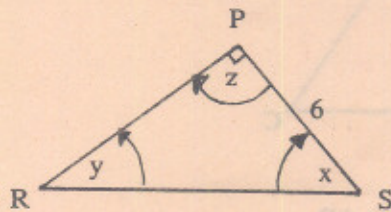
ข้อสอบ การใช้เหตุผล ฉบับที่ 1

1. What is the value of y ?

1. $x+2y = 6$

2. $y^2 - 2y + 1 = 0$

2. Find the length of RS if z is 90° and $PS = 6$

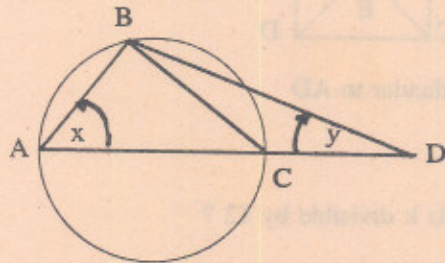


1. $PR = 6$

2. $x = 45^\circ$

3. AC is a diameter of the circle. ACD is a straight line.

What is the value of x ?

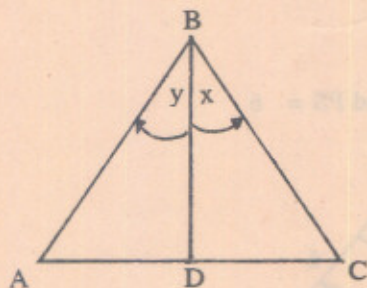


1. $AB = BC$

2. $x = 2y$

4. x and y are both positive. Is xy greater than 1 ?

- x is less than 1
- y is greater than 1
- Does $x = y$?

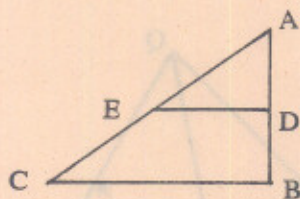


- BD is perpendicular to AC
 - AB is equal to BC
6. Is $ABCD$ a square ?



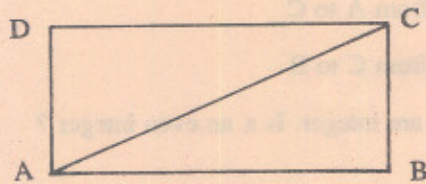
- BC is perpendicular to AD
 - $BE = EC$
7. k is an integer. Is k divisible by 12 ?
- k is divisible by 4.
 - k is divisible by 3.

8. How far is it from A to B
1. It is 15 miles from A to C
 2. It is 25 miles from C to B
9. Assume n and p are integer. Is x an even integer ?
1. $x = (n+p)^2$
 2. $x = 2n+10p$
10. Assume $DB = AD$. Is DE parallel to BC ?



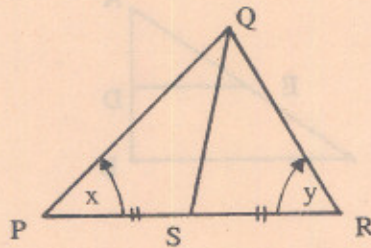
1. $AE = EC$
 2. $DB = EC$
11. Is x greater than y ?
1. $x = 2y$
 2. $x = y+2$
12. Which is larger, a^b or b^a ? Assume $a > 0$ and $b > 0$
1. $a = 1$
 2. $b > 2$
13. Which of the four numbers w, x, y and z is the largest?
1. The average of w, x, y and z is 25
 2. The numbers w, x and y are each less than 24

14. What is the area of rectangle ABCD?



1. $AC = 5$
2. $AB = 4$

15.



What is the value of x ? Assume $PS = SR$

1. $y = 30^\circ$
 2. $PQ = QR$
16. Is 2^n divisible by 8?
1. n is an odd integer
 2. n is an integer greater than 5.
17. What is $x+y+z$?
1. $x+y = 3$
 2. $x+z = 2$

18. Is $2 < x < 4$?

1. $x^2 - 5x + 6 < 0$

2. $5x^2 - 25x > 0$

19. What is the value of $\frac{x}{y}$? Assume $x > 0$

1. $x = \frac{1}{4}y$

2. $y = 400\%$ of x

20. How many of the numbers x , y and z are positive ?

Assume x , y , z are all less than 30.

1. $x+y+z = 61$

2. $x+y = 35$

เฉลยข้อสอบการใช้เหตุผล ฉบับที่ 1.

1. ตอบ B.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล(1) $x+2y = 6$

$x = 6$, $y = 0$ ทำให้ $x+2y = 6$

$x = 0$, $y = 3$ ทำให้ $x+2y = 6$

ดังนั้น $x+2y = 6$ ไม่สามารถสรุปค่า y ได้

เพราะฉะนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B.,C.,E.

พิจารณาเหตุผล (2) $y^2 - 2y + 1 = 0$

$$y^2 - 2y + 1 = 0$$

$$(y-1) = 0$$

$$y-1 = 0$$

$$y = 1$$

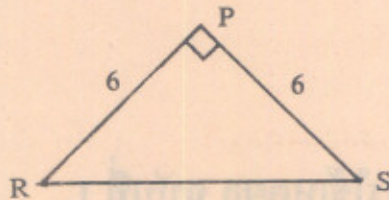
เพราะฉะนั้นเหตุผล (2) เพียงพอสรุปค่า $y = 1$ ได้

ตัวเลือกที่เป็นไปได้ก็คือ B.,D.

สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็น B.

2. ตอบ D.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $PR = 6$



เมื่อ $PR = 6$ จะได้ $RS^2 = PR^2 + PS^2$

$$= 6^2 + 6^2$$

$$= 36 + 36$$

$$= 72$$

$$RS = 6\sqrt{2}$$

เพราะฉะนั้นเหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้ก็คือ A.,D.

พิจารณาเหตุผล (2) $x = 45^\circ$

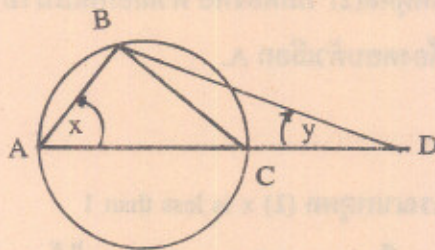
เมื่อ $x = 45^\circ$ จะได้ $y = 180 - x - z = 180 - 45 - 90 = 45$

ดังนั้น PRS เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว, $PR = PS = 6$

เพราะฉะนั้น $RS = 6\sqrt{2}$ เหมือนกัน
 ดังนั้นเหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B.,D.
 สรุปต้องตอบตัวเลือก D.

3. ตอบ A.

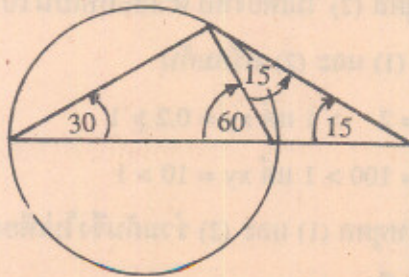
แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $AB = BC$



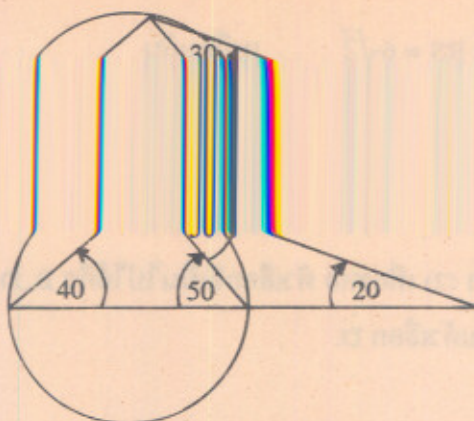
เพราะว่า AC เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง เพราะฉะนั้น $ABC = 90^\circ$
 เพราะฉะนั้น $AB = BC$ เพราะฉะนั้น $BAC = ACB = 45^\circ$ สรุป $x = 45^\circ$
 เพราะฉะนั้นเหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A.,D.

พิจารณาเหตุผล (2) $x = 2y$

ถึงแม้เราจะรู้ว่า $x = 2y$ แต่ก็ไม่สามารถสรุปค่า x ได้ ตัวอย่างเช่น



$x = 30, y = 15$ ดังนั้น $x = 2y$



$x = 40, y = 20$ ดังนั้น $x = 2y$

เพราะฉะนั้นเหตุผล(2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A.,C.,E.

สรุปคำตอบต้องตอบตัวเลือก A.

4. ตอบ E.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) x is less than 1

$0 < x < 1$; เลือก $x = 0.5$, $y = 0.5$ จะได้ $xy = 0.25 < 1$

$0 < x < 1$; เลือก $x = 0.5$, $y = 10$ จะได้ $xy = 5 > 1$

เพราะฉะนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B.,C.,E.

พิจารณาเหตุผล (2) y is greater than 1

$y > 1$; เลือก $y = 2$, $x = 0.25$ จะได้ $xy = 0.5 < 1$

$y > 1$; เลือก $y = 100, x = 0.25$ จะได้ $xy = 25 > 1$

เพราะฉะนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A.,C.,E.

ต่อไปใช้เหตุผล (1) และ (2) ร่วมกัน

$x = 0.1 < 1, y = 2 > 1$ แต่ $xy = 0.2 < 1$

$x = 0.1 < 1, y = 100 > 1$ แต่ $xy = 10 > 1$

เพราะฉะนั้นใช้เหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันจึงไม่เพียงพอ

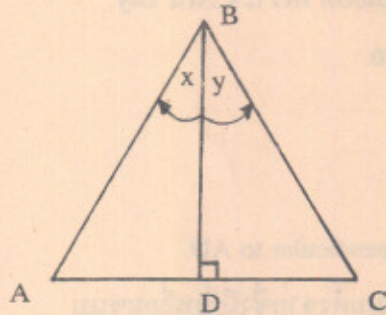
สรุปต้องตอบตัวเลือก E.

5. ตอบ C.

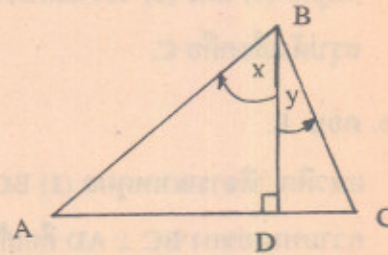
แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) BD is perpendicular to AC

ถึงแม้ว่าจะกำหนดให้ BD ตั้งฉากกับ AC แต่ก็สรุปไม่ได้ว่า $x = y$

ตัวอย่างเช่น



$$x = y = 30$$

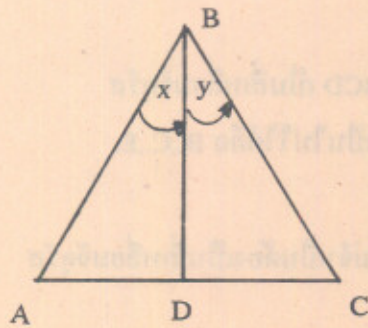


$$x \neq y$$

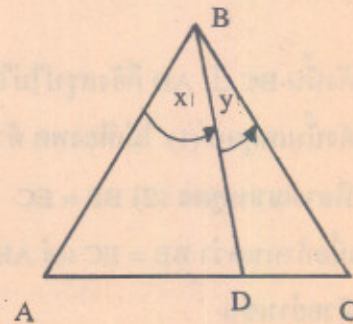
เพราะฉะนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้ คือ B., C., E.

พิจารณาเหตุผล (2) AB is equal to BC

เมื่อ $AB = BC$ มุม x และ y ก็ยังไม่จำเป็นต้องเท่ากันตัวอย่างเช่น



$$x = y = 30$$



$$x \neq y$$

หมายเหตุ เฉพาะเหตุผล (2) BD ไม่จำเป็นต้องตั้งฉากกับ AC

ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A.,C.,E.

ต่อไปใช้เหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันนั่นก็คือ $BD \perp AC$ และ $AB=BC$
เพราะฉะนั้น ABC เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดยคุณสมบัติของสามเหลี่ยม
หน้าจั่วเส้นตั้งฉากกับฐานต้องแบ่งครึ่งมุมยอด เพราะฉะนั้น $x=y$

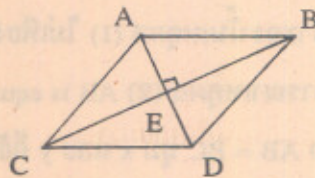
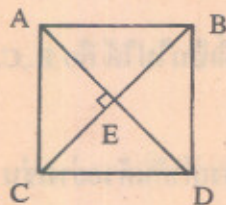
เหตุผล (1) และ (2) ใช้ร่วมกันจึงเพียงพอ

สรุปตัวเลือกคือ C.

6. ตอบ E.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) BC is perpendicular to AD

ความหมายของ $BC \perp AD$ คือเส้นแท่งมุมตั้งฉากซึ่งมีสี่เหลี่ยมขนม
เปียกปูนที่ไม่เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสก็มีเส้นแท่งมุมตั้งฉากกัน

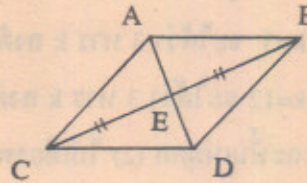
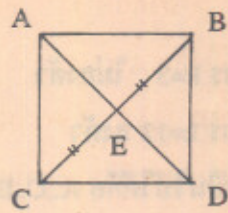


ดังนั้น $BC \perp AD$ ก็ยังสรุปไม่ได้ว่า ABCD เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ดังนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B.,C.,E.

พิจารณาเหตุผล (2) $BE = EC$

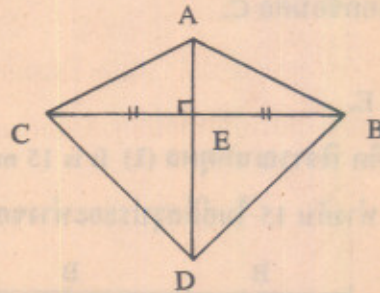
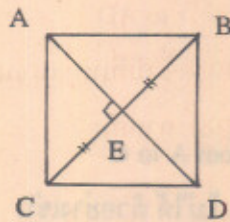
เมื่อกำหนดว่า $BE = EC$ แต่ ABCD ก็ไม่จำเป็นต้องเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส
ตัวอย่างเช่น



ABDC เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน, $CE = EB$

ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., C., E.

ต่อไปใช้เหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันคือ $BC \perp AD$ และ $BE = EC$



ABDC เป็นสี่เหลี่ยมรูปว่าว, $CE = EB$ และ $AD \perp BC$

สรุปเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันก็สรุปไม่ได้ว่า ABDC เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส
ตัวเลือกของข้อนี้คือ E.

7. ตอบ C.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) k is divisible by 4.

เลือก $k = 4$ จะได้ว่า 4 หาร k ลงตัวแต่ 12 หาร $k = 4$ ไม่ลงตัว

เลือก $k = 12$ จะได้ว่า 4 หาร k ลงตัวและ 12 หาร $k = 12$ ลงตัว

เพราะฉะนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., C., E.

พิจารณาเหตุผล (2) k is divisible by 3.

เลือก $k=3$ จะได้ว่า 3หาร k ลงตัวแต่ 12หาร $k=3$ ไม่ลงตัว

เลือก $k=12$ จะได้ว่า 3หาร k ลงตัวและ 12หาร $k=12$ ลงตัว

เพราะฉะนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A.,C.,E.

ใช้เหตุผล (1) และ (2) ร่วมกัน

เพราะว่า 3หาร k ลงตัว และ 4หาร k ลงตัว

เพราะฉะนั้น 12หาร k ลงตัว

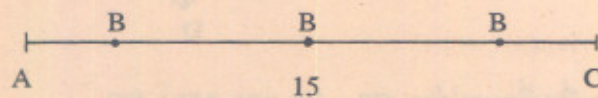
สรุปเมื่อใช้เหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันเพียงพอ

ตัวเลือกข้อนี้คือ C.

8. ตอบ E.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) It is 15 miles from A to C

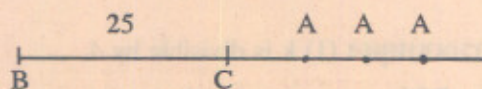
A,C ห่างกัน 15 ไมล์ก็สรุประยะห่างของ A,B ไม่ได้ ตัวอย่างเช่น



ดังนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B.,C.,E.

พิจารณาเหตุผล (2) It is 25 miles from C to B

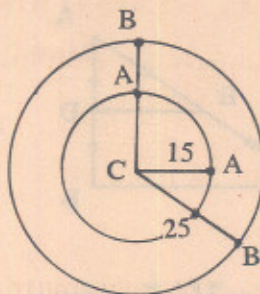
B,C ห่างกัน 25 ไมล์ ก็สรุประยะห่างของ A,B ไม่ได้ ตัวอย่างเช่น



ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A.,C.,E.

ใช้เหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันก็ไม่สามารถสรุประยะห่างของ A,B ได้

ตัวอย่างเช่น ให้ A อยู่บนวงกลมรัศมี 15 ไมล์ B อยู่บนวงกลมรัศมี 25 ไมล์ ที่มีจุดศูนย์กลางร่วมกันที่จุด C



จะเห็นได้ว่าเราสรุประยะห่างของ A,B ไม่ได้
ดังนั้นเหตุผล (1) และ (2) พร้อมกันไม่เพียงพอ
ตัวเลือกของข้อนี้คือ E.

9. ตอบ B.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $x = (n+p)^2$

$n = 1, p = 2$ จะได้ $x = (1+2)^2 = 3^2 = 9$ เป็นเลขคู่

$n = 1, p = 1$ จะได้ $x = (1+1)^2 = 2^2 = 4$ เป็นเลขคู่

ดังนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B.,C.,E.

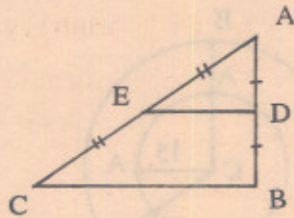
พิจารณาเหตุผล (2) $x = 2n+10p$

$x=2n+10p = 2(n+5p)$ เป็นเลขคู่เสมอ

ดังนั้นเหตุผล (2) เพียงพอสรุปว่า x เป็นเลขคู่ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B.,D.

สรุปต้องเลือก B. เป็นคำตอบ

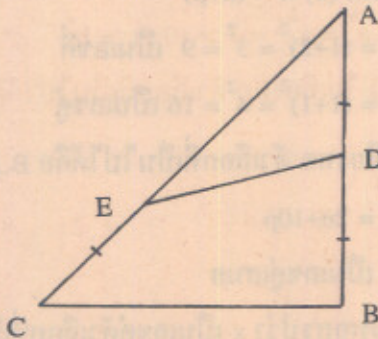
10. ตอบ A.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $AE = EC$ เมื่อกำหนดว่า $AE = EC$ จะได้ว่าอัตราส่วน

$$AE : EC = 1 : 1 = AD : DB$$

จากเหตุผลทางเรขาคณิต ED แบ่งด้าน AC และ AB ออกเป็นอัตราส่วน
เท่ากันจะได้ว่า ED ขนานกับ BC

สรุปเหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A.,D.

พิจารณาเหตุผล (2) $DB = EC$ จากรูป $DB = AD$ และ $DB = EC$ แต่ DE ไม่ขนานกับ BC

ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A.,C.,E.

สรุปข้อนี้ต้องตอบ A.

11. ตอบ B.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $x = 2y$

$x = 4$; $y = 2$ จะได้ $x = 2y$ แต่ x มากกว่า y

$x = -4$; $y = -2$ จะได้ $x = 2y$ แต่ x ไม่มากกว่า y

ดังนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B.,C.,E.

พิจารณาเหตุผล (2) $x = y+2$

เพราะว่า $y+2 > y$ และ $x = y+2$

เพราะฉะนั้น $x > y$

ดังนั้นเหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B.,D.

สรุปข้อนี้ต้องเลือกคำตอบเป็นข้อ B.

12. ตอบ C.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $a = 1$

เลือก $b = 2$ จะได้ $a^b = 1^2 = 1 < 2^1 = b^a$

เลือก $b = 0.1$ จะได้ $a^b = 1^{0.1} = 1 > (0.1)^1 = b^a$

เพราะฉะนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B.,C.,E.

พิจารณาเหตุผล (2) $b > 2$

เลือก $b = 4$, $a = \frac{1}{2}$ จะได้ $a^b = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} < 2 = 4^{\frac{1}{2}} = b^a$

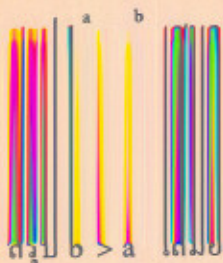
เลือก $b = 4$, $a = 3$ จะได้ $a^b = 3^4 = 81 > 64 = 4^3 = b^a$

เพราะฉะนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A.,C.,E.

ต่อไปพิจารณาเหตุผล (1) และ (2) พร้อมกัน

$a = 1$ จะได้ $a^b = 1^b = 1$ ทุกค่า $b > 2$

และ $b^a = b^1 = b$ ทุกค่า $b > 2$



เพราะฉะนั้นเหตุผล (1) และ (2) ใช้ร่วมกันเพียงพอสรุปได้ว่า $b^a > a^b$
คำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก C.

13. ตอบ C.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) The average of w, x, y and z is 25

$w = 0, x = 0, y = 0, z = 100$ จะได้ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 25

$w = 100, x = 0, y = 0, z = 0$ จะได้ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 25 เหมือนกัน

เหตุผล (1) สรุปไม่ได้ว่าตัวใดมีค่ามากที่สุด

ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., C., E.

พิจารณาเหตุผล (2) The numbers w, x and y are each less than 24

$w = 20, x = 20, y = 20$ และ $z = 100$ จะได้ z เป็นค่าสูงสุด

$w = 20, x = 21, y = 22$ และ $z = 20$ จะได้ y เป็นค่าสูงสุด

ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอตัวเลือกที่เป็นไปได้ คือ A, C, E

ต่อไปพิจารณาเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกัน

เมื่อค่าเฉลี่ยของ w, x, y, z คือ 25 จะได้ว่า

$$\frac{w+x+y+z}{4} = 25$$

$$w+x+y+z = 100$$

จากเหตุผล (2) $w < 24, x < 24, y < 24$

จะได้ $w+x+y < 24+24+24$

$$w+x+y < 72$$

$$-(w+x+y) > -72$$

เพราะว่า $w+x+y+z = 100$

เพราะฉะนั้น $z = 100 - (w + x + y)$

$$\geq 100 - 72$$

$$\geq 28$$

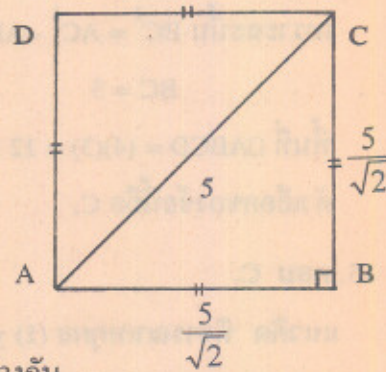
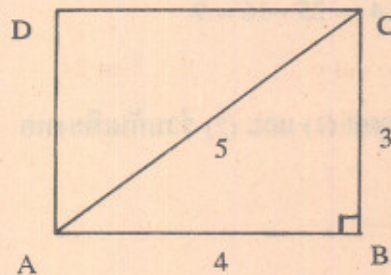
สรุป z เป็นค่ามากที่สุด

เพราะฉะนั้นเหตุผล (1) และ (2) เมื่อใช้ร่วมกันเพียงพอ

ตัวเลือกของข้อนี้จึงเป็นข้อ C.

14. ตอบ C.

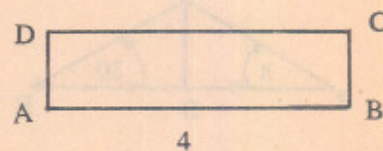
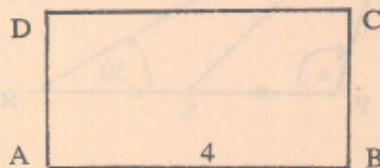
แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $AC = 5$



สี่เหลี่ยมทั้งสองรูปมี $AC = 5$ แต่พื้นที่ต่างกัน

เพราะฉะนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B, C, E.

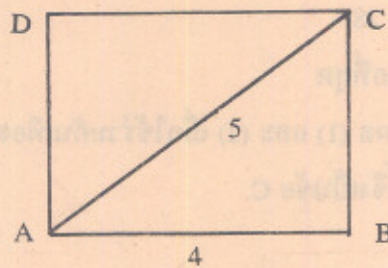
พิจารณาเหตุผล (2) $AB = 4$



สี่เหลี่ยมทั้งสองรูปมี $AB = 4$ แต่มีพื้นที่ต่างกัน

เพราะฉะนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A.,C.,E.

ต่อไปพิจารณาเหตุผล (1) และ (2) พร้อมกัน



เพราะว่า ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

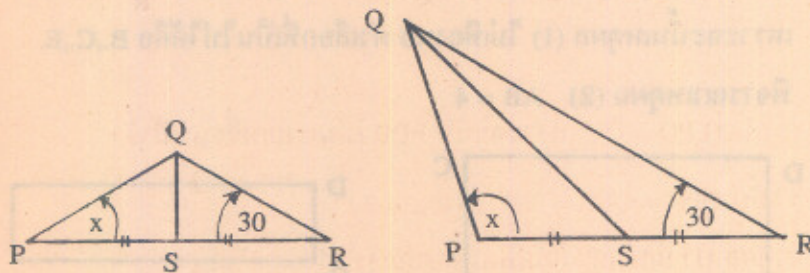
$$\text{เพราะฉะนั้น } BC^2 = AC^2 - AB^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$$

$$BC = 3$$

พื้นที่ $\square ABCD = (4)(3) = 12$ ดังนั้นเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันเพียงพอ
ตัวเลือกของข้อนี้คือ C.

15. ตอบ C.

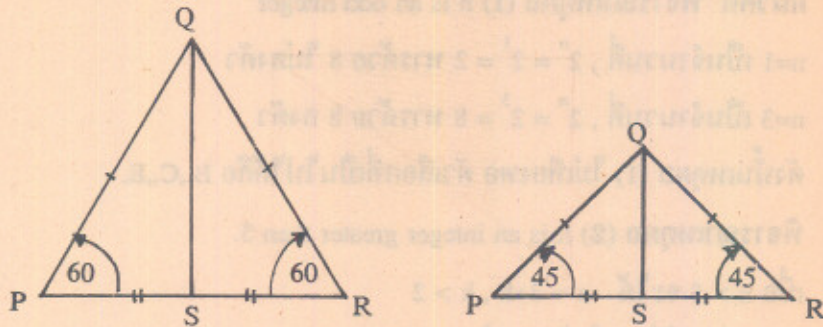
แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $y = 30^\circ$



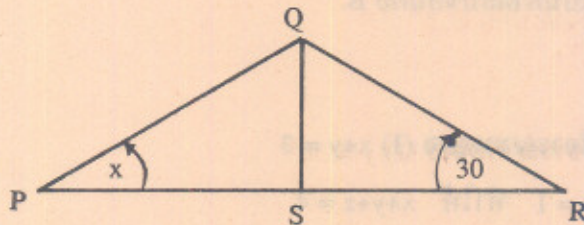
จากรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูป $y = 30^\circ$ แต่ x ไม่เท่ากัน

ดังนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B.,C.,E.

พิจารณาเหตุผล (2) $PQ = QR$



จากรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปมี $PQ = QR$ แต่มุม x ของทั้ง 2 รูปต่างกัน
 ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., C., E.
 ต่อไปใช้เหตุผล (1) และ (2) ร่วมกัน



เพราะว่า $PQ = QR$ เพราะฉะนั้น PQR เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ดังนั้น $QPR = QRS = 30^\circ$ สรุป $x = 30$

เหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันสามารถสรุปค่า $x=30$ ได้

ตัวเลือกของข้อนี้คือ C.

16. ตอบ B.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) n is an odd integer

$n=1$ เป็นจำนวนคี่, $2^n = 2^1 = 2$ ทหารด้วย 8 ไม่ลงตัว

$n=3$ เป็นจำนวนคี่, $2^n = 2^3 = 8$ ทหารด้วย 8 ลงตัว

ดังนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., C., E.

พิจารณาเหตุผล (2) n is an integer greater than 5.

เมื่อ $n > 5$ จะได้ $n = 3+k$, $k > 2$

$$2^n = 2^{3+k} = 2^3 \cdot 2^k = 8 \cdot 2^k$$

เพราะว่า 8 ทหาร $8 \cdot 2^k$ ลงตัว

เพราะฉะนั้น 8 ทหาร 2^n ลงตัว

สรุปเหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B, D.

ตัวเลือกที่เป็นคำตอบข้อนี้คือ B.

17. ตอบ E.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $x+y = 3$

$x+y = 3$, $z = 1$ ทำให้ $x+y+z = 4$

$z = 2$ ทำให้ $x+y+z = 5$

ดังนั้นสรุปค่า $x+y+z$ ไม่ได้

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., C., E.

พิจารณาเหตุผล (2) $x+z = 2$

$x+z = 2$; $y = 1$ ทำให้ $x+y+z = 3$

$y = 2$ ทำให้ $x+y+z = 4$

ดังนั้นสรุปค่า $x+y+z$ ไม่ได้

เหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., C., E.

ต่อไปพิจารณาเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกัน

$x = 0, y = 3, z = 2$ ทำให้ $x+y = 3$ และ $x+z = 2$ แต่ $x+y+z = 5$

$x = 1, y = 2, z = 1$ ทำให้ $x+y = 3$ และ $x+z = 2$ แต่ $x+y+z = 4$

ดังนั้นเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันก็ยังไม่เพียงพอ

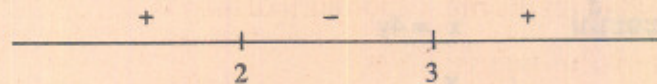
ตัวเลือกของข้อนี้คือ E.

18. ตอบ D.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $x^2 - 5x + 6 < 0$

$$x^2 - 5x + 6 < 0$$

$$(x-2)(x-3) < 0$$



$$2 < x < 3$$

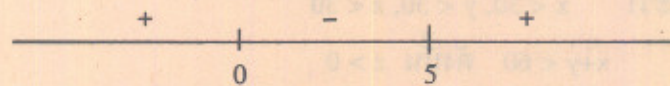
สรุปได้ว่า $2 < x < 4$ เป็นจริง

ดังนั้นเหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., D.

พิจารณาเหตุผล (2) $5x^2 - 25x > 0$

$$x^2 - 5x > 0$$

$$x(x-5) > 0$$



$$x < 0 \text{ หรือ } x > 5$$

สรุปได้ว่า $2 < x < 4$ ไม่เป็นจริง

ดังนั้นเหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B, D

สรุปต้องตอบข้อ D.

19. ตอบ D.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $x = \frac{1}{4}y$

เมื่อ $x = \frac{1}{4}y$ จะได้ $\frac{x}{y} = \frac{1}{4}$

ดังนั้นเหตุผล (1) เพียงพอสรุปค่า $\frac{x}{y}$ ได้ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., D.

พิจารณาเหตุผล (2) $y = 400\%$ of x

เมื่อ $y = 400\%$ of x จะได้ค่า x มีค่าเป็น 4 เท่าของ y

เพราะฉะนั้น $x = 4y$

$$\frac{x}{y} = 4$$

ดังนั้นเหตุผล (2) เพียงพอสรุปค่า $\frac{x}{y}$ ได้ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., D.

สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็น D.

20. ตอบ A.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $x+y+z = 61$

เพราะว่า $x < 30, y < 30, z < 30$

$$x+y < 60 \quad \text{ดังนั้น} \quad z > 0$$

$$x+z < 60 \quad \text{ดังนั้น} \quad y > 0$$

$$y+z < 60 \quad \text{ดังนั้น} \quad x > 0$$

สรุป x, y, z ทุกตัวต้องเป็นเลขบวก

เหตุผล (1) เพียงพอสรุปว่า x, y, z ต้องเป็นเลขบวก

ตัวเลือกที่เป็นไปได้ก็คือ A., D.

พิจารณาเหตุผล (2) $x+y = 35$

เพราะว่า $x < 30$ และ $x+y = 35$ จะได้ $y > 0$

และ $y < 30$ และ $x+y = 35$ จะได้ $x > 0$

เพราะฉะนั้นสรุปได้ว่า x และ y ต้องเป็นเลขบวก

แต่สรุปเกี่ยวกับค่า z ไม่ได้

เหตุผล (2) จึงไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้ก็คือ A., C., E.

สรุปข้อนี้ต้องตอบ A.

หนังสือที่มีเนื้อหาเหมาะสมกับข้อสอบ GMAT และ MBA มากที่สุดคือ

คณิตศาสตร์ปรนีย์ เล่มที่ 9

คู่มือตัดตัวเลือกคณิตศาสตร์ ม. ต้น

หาซื้อได้ที่ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ข้อสอบ การใช้เหตุผล ฉบับที่ 2

1. Find $x+2y$

1. $x - y = 12$

2. $3x - 3y = 36$

2. Is $x > y$?

1. $\frac{x}{y} = \frac{5}{4}$

2. $x^2 > y^2$

3. Find the value of the expression $x^3 y - \frac{x^3}{y}$

1. $x = 2$

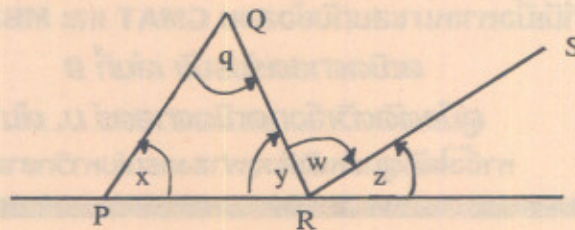
2. $y = 1$

4. How many families in Jaytown own exactly two phone ?

1. 150 families in Jaytown own at least one telephone

2. 45 families in Jaytown own at least three telephone

5. Is the line PQ parallel to the line SR ?



1. $w = q$

2. $y = z$

6. Is y larger than 1 ?
1. y is larger than 0
 2. $y^2 - 4 > 0$
7. Are two triangles congruent ?
1. Both triangles are right triangles
 2. Both triangles have the same perimeter
8. A car originally sold for \$3,000. After a month, the car was discounted $x\%$ and a month later car's price was discounted $y\%$. Is the car's price after the discount less than \$2,600 ?
1. $y = 10$
 2. $x = 15$
9. How many cardboard will it take to make an open cubical box with no top ?
1. The area of the bottom of the box is 4 square feet.
 2. The volume of the box is 8 cubic feet.
10. Is the integer x divisible by 3 ?
1. The last digit in x is 3
 2. $x+5$ is divisible by 6
11. A sequence of number given by the rule $a_n = (a_{n-1})^2$ What is a_5 ?
1. $a_1 = -1$
 2. $a_3 = 1$

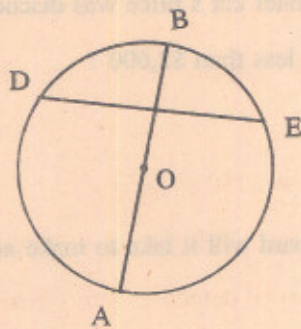
12. 50% of the people in Teetown have blue eyes and blond hair. What

percent of the people in Teetown have blue eyes but do not have blond hair ?

1. 70% of the people in Teetown have blond hair.
2. 60% of the people in Teetown have blue eyes.

13. What is the area of the circle with center O?

(AB and DE are straight lines)



1. DE = 5 inches
2. AB = 7 inches

14. If a, b and c are digits, is $a+b+c$ a multiple of 9?

(A digit is one of integers 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

1. The three digit number abc is a multiple of 9
2. $(a \times b) + c$ is a multiple of 9

15. Is x greater than y ?

1. $3x = 2k$
2. $k = y^2$

16. What is the two digit number whose first digit is a and whose second digit is b ? The number is greater than 9.
- $2a+3b = 11a+2b$
 - The two digit number is a multiple of 19
17. k is a positive integer. Is k a prime number?
- No integer between 2 and \sqrt{k} inclusive divides k evenly
 - No integer between 2 and $\frac{k}{2}$ inclusive divides k evenly, and k is greater than 5
18. How much was the original cost of a car which sold for \$2,300?
- The car was sold for a discount of 10% from the original cost
 - The sales tax was \$150
19. What was the percentage of defective items produced at a factory?
- The total number of defective items produced was 1,234
 - The ratio of defective items to nondefective items was 32 to 5678
20. A sequence of numbers a_1, a_2, a_3, \dots is given by the rule $a_n^2 = a_{n+1}$. Does 3 appear in the sequence?
- $a_1 = 2$
 - $a_3 = 16$

ถ้า $a : b = c : d$ แล้ว $b : a = d : c$

ถ้า $a : b = c : d$ แล้ว $a+b : b = c+d : d$

ถ้า $a : b = c : d$ แล้ว $a-b : b = c-d : d$

ถ้า $a : b = c : d$ แล้ว $a+b : a-b = c+d : c-d$

เฉลยข้อสอบการเซเหตุผล ฉบับท 2.

1. ตอบ E.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $x - y = 12$

$x = 12, y = 0$; $x - y = 12$ และ $x + 2y = 12$

$x = 0, y = -12$; $x - y = 12$ แต่ $x + 2y = -24$

ดังนั้นสรุปค่า $x + 2y$ ไม่ได้ เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ

ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., C., E.

พิจารณาเหตุผล (2) $3x - 3y = 36$

เหมือนกับ $x - y = 12$

ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอ

นอกจากนั้นใช้เหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันก็สรุปค่า $x + 2y$ ไม่ได้

ตัวเลือกของข้อนี้ต้องเป็น ตัวเลือก E.

2. ตอบ E.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $\frac{x}{y} = \frac{5}{4}$

$x = 5, y = 4$ จะได้ $\frac{x}{y} = \frac{5}{4}$ และ $x > y$

$x = -5, y = -4$ จะได้ $\frac{x}{y} = \frac{5}{4}$ แต่ $x \not> y$

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., C., E.

พิจารณาเหตุผล (2) $x^2 > y^2$

$x = 4, y = 2$ จะได้ $x^2 > y^2$ และ $x > y$

$x = -4, y = -2$ จะได้ $x^2 > y^2$ แต่ $x \not> y$

เหตุผล (2) ไม่เพียงพอตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., C., E.

พิจารณาเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกัน

$$x = 5, y = 4 \text{ จะได้ } \frac{x}{y} = \frac{5}{4} \text{ และ } x^2 > y^2 \text{ และ } x > y$$

$$x = -5, y = -4 \text{ จะได้ } \frac{x}{y} = \frac{5}{4} \text{ และ } x^2 > y^2 \text{ แต่ } x \not> y$$

ดังนั้นเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันไม่เพียงพอ

ตัวเลือกของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก E.

3. ตอบ C.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $x = 2$

$$x = 2, y = 1, \text{ ทำให้ } x^3y - \frac{x^3}{y} = 8 - 8 = 0$$

$$x = 2, y = 2 \text{ ทำให้ } x^3y - \frac{x^3}{y} = 16 - 4 = 12$$

สรุปค่า $x^3y - \frac{x^3}{y}$ ไม่ได้

ดังนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., C., E.

พิจารณาเหตุผล (2) $y = 1$

ในทำนองเดียวกันรู้เฉพาะค่า y ก็สรุปค่า $x^3y - \frac{x^3}{y}$ ไม่ได้

เหตุผล (2) ไม่เพียงพอตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., C., E.

เมื่อใช้เหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันจะได้ว่า

$$x^3y - \frac{x^3}{y} = (2)^3(1) - \frac{2^3}{1} = 8 - 8 = 0$$

ดังนั้นเหตุผล (1) และ (2) เพียงพอ

สรุปตัวเลือกของข้อนี้คือตัวเลือก C.

4. ตอบ E.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) 150 families in Jaytown own at least one telephone รู้ว่ามี 150 ครอบครัวมีโทรศัพท์อย่างน้อย 1 เครื่องก็ไม่สามารถสรุปได้ว่าจะมีกี่ครอบครัวที่มีโทรศัพท์ 2 เครื่อง

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B.,C.,E.

พิจารณาเหตุผล (2) 45 families in Jaytown own at least three telephone ทำนองเดียวกันรู้ว่ามี 45 ครอบครัวที่มีโทรศัพท์อย่างน้อย 45 เครื่องก็สรุปไม่ได้ว่ามีกี่ครอบครัวที่มีโทรศัพท์ 2 เครื่องเท่านั้น

เหตุผล (2) ไม่เพียงพอตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A.,C.,E.

ต่อไปใช้เหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันก็ยังสรุปไม่ได้เช่น

	กรณี 1	กรณี 2
จำนวนเครื่องโทรศัพท์	จำนวนครอบครัว	จำนวนครอบครัว
1	55	60
2	50	45
3	45	45

จะเห็นได้ว่าทั้งสองกรณีสอดคล้องเหตุผล (1) และ (2) แต่สรุปไม่ได้ว่า

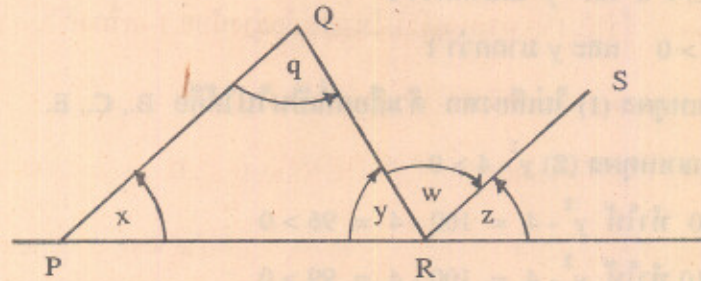
จำนวนครอบครัวที่มีโทรศัพท์ 2 เครื่องเท่านั้นมีกี่ครอบครัว

ดังนั้นเหตุผล (1) และ (2) ใช้ร่วมกันก็ไม่เพียงพอ

สรุปตัวเลือกข้อนี้คือข้อ E.

5. ตอบ A.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $w = q$

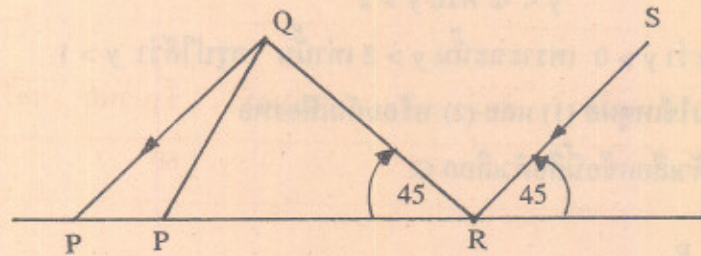


เพราะว่า \hat{PQR} และ \hat{QRS} เป็นมุมแย้งและ $\hat{PQR} = q = w = \hat{QRS}$

เพราะฉะนั้น PQ ขนานกับ RS

เหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., D.

พิจารณาเหตุผล (2) $y = z$



จากรูป $y = z = 45^\circ$ แต่ PQ อาจจะขนานกับ RS หรือไม่ก็ได้

ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., C., E.

สรุปตัวเลือกของข้อนี้คือตัวเลือก A.

6. ตอบ C.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) y is larger than 0

$y = 0.5 > 0$ แต่ y ไม่มากกว่า 1

$y = 2 > 0$ และ y มากกว่า 1

ดังนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., C., E.

พิจารณาเหตุผล (2) $y^2 - 4 > 0$

$y = 10$ ทำให้ $y^2 - 4 = 100 - 4 = 96 > 0$

$y = -10$ ทำให้ $y^2 - 4 = 100 - 4 = 99 > 0$

ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., C., E.

พิจารณาเหตุผล (1) และ (2) พร้อมกัน

$$y^2 - 4 > 0$$

$$y^2 > 4$$

$$y < -2 \text{ หรือ } y > 2$$

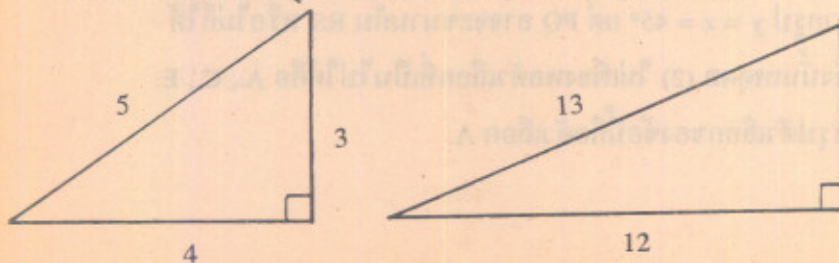
เพราะว่า $y > 0$ เพราะฉะนั้น $y > 2$ เท่านั้น สรุปได้ว่า $y > 1$

ดังนั้นใช้เหตุผล (1) และ (2) พร้อมกันเพียงพอ

สรุปตัวเลือกข้อนี้คือตัวเลือก C.

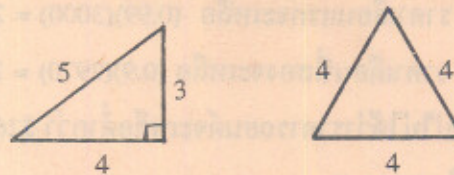
7. ตอบ E.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) Both triangles are right triangles



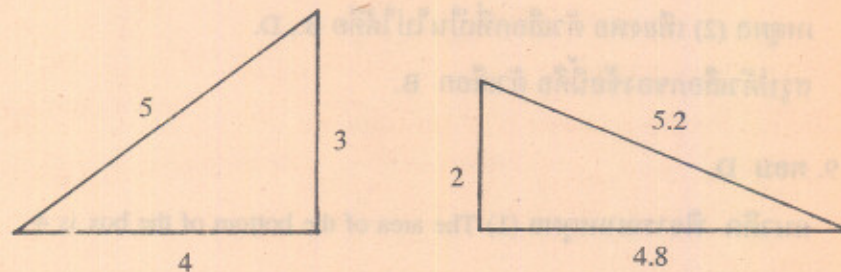
รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ไม่คล้ายกัน ดังนั้น
เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือตัวเลือก B., C., E.

พิจารณาเหตุผล (2) Both triangles have the same perimeter



รูปสามเหลี่ยมทั้งสองมีความยาวเส้นรอบรูปเท่ากันแต่ไม่คล้ายกัน
ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอที่เป็นไปได้คือ A., C., E.

พิจารณาเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกัน



$$2^2 + (4.8)^2 = 4 + 23.04 = 27.04 = (5.2)^2$$

สามเหลี่ยมสองรูปเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวเส้นรอบรูปเท่ากัน
แต่ไม่คล้ายกัน

ดังนั้นเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันไม่เพียงพอ
ตัวเลือกของข้อนี้คือตัวเลือก E.

8. ตอบ B.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $y = 10$

ถ้าเดือนแรกลด 50% ราคาเดือนแรกจะเหลือ 1500 dollars

ราคาเดือนที่สองจะเหลือ $(0.9)1500 = 1350$ dollarsถ้าเดือนแรกลด 1% ราคาเดือนแรกจะเหลือ $(0.99)(3000) = 2970$ dollarsราคาเดือนที่สองจะเหลือ $(0.9)(2970) = 2673$ dollars

ดังนั้นเหตุผล (1) สรุปไม่ได้ว่าราคารถยนต์จะเหลือต่ำกว่า \$2600

ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., C., E.

พิจารณาเหตุผล (2) $x = 15$ เมื่อเดือนแรกลด 15% ราคาจะเหลือ $= (0.85)(3000) = 2550$ dollars

ดังนั้นเมื่อลดราคาอีกในเดือนที่สองจะต้องมีราคาต่ำกว่า 2600 dollars

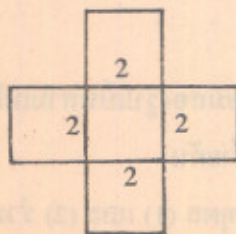
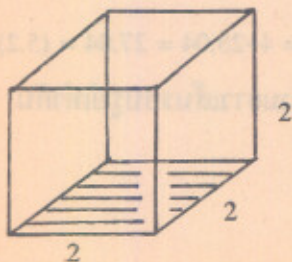
แน่นอน

เหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., D.

สรุปตัวเลือกของข้อนี้คือ ตัวเลือก B.

9. ตอบ D.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) The area of the bottom of the box is 4 square feet



ในการทำกล่องรูปทรงเป็นลูกบาศก์ที่ไม่มีฝา เมื่อรู้ว่าก้นกล่องเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นที่ 4 ตารางฟุต ดังนั้นด้านทั้งสี่ของกล่องต้องใช้ cardboard เท่ากับ $4 \times 4 = 16$ ตารางฟุต จำนวน cardboard ทั้งหมดที่ใช้เท่ากับ 20 ตารางฟุต

สรุปเหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือตัวเลือก A., D.

พิจารณาเหตุผล (2) The volume of the box is 8 cubic feet.

ให้ x เป็นความยาวด้านของกล่อง ดังนั้นปริมาตรของกล่อง $= x^3$

เพราะว่าปริมาตรของกล่องเท่ากับ 8 เพราะฉะนั้น $x^3 = 8, x = 2$

พื้นที่แต่ละด้านของกล่องเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีพื้นที่ $= 2^2 = 4$

เพราะว่ากล่องไม่มีฝาดังนั้นต้องมีด้านทั้งหมด 5 ด้าน (รวมด้านล่างกล่อง)

เพราะฉะนั้นต้องใช้ cardboard เท่ากับ $5(4) = 20$ ตารางฟุต

สรุปเหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., D.

ตัวเลือกที่ถูกต้องของข้อนี้คือตัวเลือก D.

10. ตอบ B.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) The last digit in x is 3

$x=33$ ลงท้ายด้วย 3 และ 3 หาร 33 ลงตัว

$x=13$ ลงท้ายด้วย 3 แต่ 3 หาร 13 ไม่ลงตัว

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., C., E.

พิจารณาเหตุผล (2) $x+5$ is divisible by 6

$x+5$ หารด้วย 6 ลงตัว ดังนั้นต้องมีจำนวนเต็ม k ที่ทำให้

$$x+5 = 6k$$

$$x = 6k-5$$



$$= 6(k-1)+1$$

ดังนั้น 3 หาร x เหลือเศษ 1

เหตุผล (2) เพียงพอที่จะสรุปได้ว่า 3 หาร x ไม่ลงตัว

ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., D.

สรุปตัวเลือกของข้อสอบข้อนี้คือตัวเลือก B.

11. ตอบ D.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $a_1 = -1$

$$a_2 = (a_{2-1})^2 = a_1^2 = (-1)^2 = 1$$

$$a_3 = (a_{3-1})^2 = a_2^2 = (1)^2 = 1$$

$$a_4 = (a_3)^2 = 1$$

$$a_5 = (a_4)^2 = 1$$

เหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., D.

พิจารณาเหตุผล (2) $a_3 = 1$

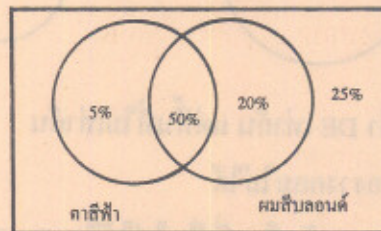
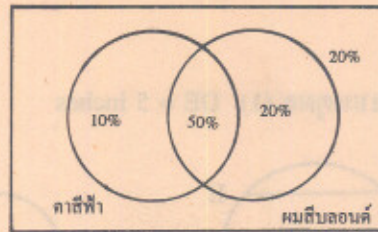
ทำนองเดียวกันจะได้ $a_5 = 1$

เหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., D.

สรุปตัวเลือกของข้อสอบข้อนี้คือ D.

12. ตอบ B.

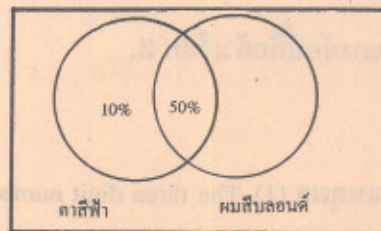
แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) 70% of the people in Teetown have blond hair



จากทั้งสองตัวอย่างจะ ได้ว่ามีคนผมสีบลอนด์ 70% แต่สรุปไม่ได้ว่าคนที่
มีตาสีฟ้าและผมไม่ใช่สีบลอนด์มีกี่เปอร์เซ็นต์

ดังนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., C., E.

พิจารณาเหตุผล (2) 60% of the people in Teetown have blue eyes.



เมื่อมีคนตาสีฟ้าและผมสีบลอนด์มีจำนวน 50%

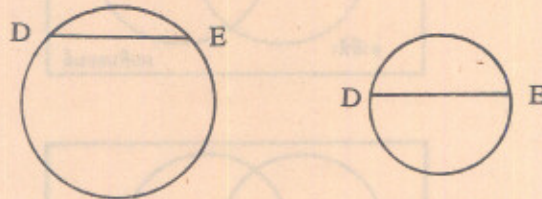
เพราะฉะนั้นคนตาสีฟ้าและผมไม่ใช่สีบลอนด์มีจำนวน = $60 - 50 = 10\%$

เหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., D.

สรุปตัวเลือกที่ถูกต้องของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก B.



แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $DE = 5$ inches



วงกลมทั้งสองมีค่า DE เท่ากัน แต่พื้นที่ไม่เท่ากัน
ดังนั้นสรุปพื้นที่ของวงกลมไม่ได้

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., C., E.

พิจารณาเหตุผล (2) $AB = 7$ inches

เพราะว่า AB เป็นเส้นผ่าศูนย์กลางเพราะฉะนั้น OA เป็นรัศมีวงกลมและ

$$OA = \frac{7}{2} \text{ inches} \text{ ดังนั้นพื้นที่วงกลม} = \pi \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49\pi}{4}$$

สรุปเหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., D.

คำตอบที่ถูกต้องของข้อนี้คือตัวเลือก B.

14. ตอบ A.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) The three digit number abc is a multiple of 9

ดังนั้นมีจำนวนเต็ม k ที่ทำให้ $9k = abc$

เพราะว่า $abc = 100a + 10b + c$

เพราะฉะนั้น $9k = 100a + 10b + c$

$$\begin{aligned}
 k &= \frac{100}{9}a + \frac{10}{9}b + \frac{1}{9}c \\
 &= (11a + \frac{a}{9}) + (b + \frac{b}{9}) + \frac{c}{9} \\
 &= (11a+b) + \frac{a}{9} + \frac{b}{9} + \frac{c}{9} \\
 &= (11a+b) + \frac{1}{9}(a+b+c)
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{9}(a+b+c) = k - 11a - b$$

เพราะว่า $k-11a-b$ เป็นจำนวนเต็ม

เพราะฉะนั้น $\frac{1}{9}(a+b+c)$ เป็นจำนวนเต็ม

สรุป 9 หาร $a+b+c$ ลงตัว

เหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., D.

พิจารณาเหตุผล (2) $(a \times b) + c$ is a multiple of 9

$$a = 3, b = 6, c = 9 \text{ ทำให้ } (a \times b) + c = (3 \times 6) + 9 = 18 + 9 = 27$$

หารด้วย 9 ลงตัว และ $a+b+c = 3+6+9 = 18$ หารด้วย 9 ลงตัว

$$a = 4, b = 5, c = 7 \text{ ทำให้ } (a \times b) + c = (4 \times 5) + 7 = 20 + 7 = 27$$

หารด้วย 9 ลงตัว แต่ $a+b+c = 4+5+7 = 16$ หารด้วย 9 ไม่ลงตัว

ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., C., E.

ตัวเลือกที่ถูกต้องของข้อนี้คือ A.

15. ตอบ E.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $3x = 2k$

$$x = 2, k = 3 \text{ ทำให้ } 3x = 2k \text{ และ } x < y$$

$$x = -2, k = -3 \text{ ทำให้ } 3x = 2k \text{ แต่ } x > y$$

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., C., E.

พิจารณาเหตุผล (2) $k = y^2$

$k = 1, y = 1, x = 0$ ทำให้ $k = y^2$ และ $x < y$

$k = 1, y = -1, x = 0$ ทำให้ $k = y^2$ แต่ $x > y$

เหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., C., E.

พิจารณาเหตุผล (1) และ (2) พร้อมกัน

$$(1) 3x = 2k \quad \text{และ} \quad (2) k = y^2$$

$$x = \frac{2}{3}k$$

$$x = \frac{2}{3}y^2$$

$x = \frac{2}{3}, y = 1, k = 1$ ทำให้ $3x = 2k, k = y^2$ และ $x < y$

$x = \frac{2}{3}, y = -1, k = 1$ ทำให้ $3x = 2k, k = y^2$ แต่ $x > y$

ดังนั้นเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันไม่เพียงพอ

ตัวเลือกที่ถูกต้องของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก E.

16. ตอบ A.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $2a+3b = 11a+2b$

จำนวนเต็มสองหลักที่มากกว่า 9 คือ 10, 11, 12, ..., 99

เพราะว่า $2a+3b = 11a+2b$

เพราะฉะนั้น $9a = b$

เป็นไปได้กรณีเดียวคือ $a=1, b=9$

เพราะฉะนั้นเลขสองหลักนั้นคือ 19

เหตุผล (1) เพียงพอตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., D.

พิจารณาเหตุผล (2) The two digit number is a multiple of 19
 19, 38 เป็นเลขที่หารด้วย 19 ลงตัว ดังนั้นสรุปไม่ได้ว่า $a = 1$ หรือ $a = 3$
 เหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., C., E.
 คำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก A.

17. ตอบ D.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) No integer between 2 and \sqrt{k} inclusive
 divides k evenly

สมมติ k ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

เพราะฉะนั้นมีจำนวนเต็ม m, n ที่ $2 \leq m < k, 2 \leq n < k$

และ $k = (m)(n)$ ดังนั้น m หาร k ลงตัวและ n หาร k ลงตัว

เพราะว่า $k = (\sqrt{k})(\sqrt{k})$

เพราะฉะนั้น ถ้า $m < \sqrt{k}$ แล้ว $n > \sqrt{k}$

และ ถ้า $n < \sqrt{k}$ แล้ว $m > \sqrt{k}$

จะขัดแย้งกับคำว่าไม่มีจำนวนเต็มตั้งแต่ 2, 3, ..., \sqrt{k} ที่หาร k ลงตัว

เพราะฉะนั้นถ้าไม่มีจำนวนเต็มระหว่าง 2 ถึง \sqrt{k} ที่หาร k ลงตัวแล้ว k

ต้องเป็นจำนวนเฉพาะ

เหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., D.

พิจารณาเหตุผล (2) No integer between 2 and $\frac{k}{2}$ inclusive divides k
 evenly, and k is greater than 5

สมมติ k ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

เพราะว่าไม่มีจำนวนเต็มระหว่าง 2 ถึง $\frac{k}{2}$ ที่หาร k ลงตัว

เพราะฉะนั้น $k = (m)(n)$ เมื่อ m, n เป็นจำนวนเต็ม และ $m > \frac{k}{2}$ และ

$$n > \frac{k}{2}$$

$$\text{ดังนั้น } (m)(n) > \left(\frac{k}{2}\right)\left(\frac{k}{2}\right) = \frac{k^2}{4}$$

$$k > \frac{k^2}{4}$$

$$4k > k^2$$

$$k^2 - 4k < 0$$

$$k(k-4) < 0$$

$$k < 4$$

ขัดแย้งกับ $k > 5$

สรุป k ต้องเป็นจำนวนเฉพาะ

เหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., D.

สรุปคำตอบของข้อนี้คือตัวเลือก D.

18. ตอบ A.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) The car was sold for a discount of 10% from the original cost

ให้ x เป็นราคาต้นทุน

ราคาที่ลดลง 10% แล้วมีค่าเท่ากับ $0.9x$

เพราะว่าราคาที่ขายไปจริง = 2300

เพราะฉะนั้น $0.9x = 2300$

$$x = \frac{2300}{0.9}$$

สรุปเราสามารถหาราคาทุนได้

เหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., D.

พิจารณาเหตุผล (2) The sales tax was \$150

ราคาขาย \$2,300 กับภาษี \$150 ไม่ทำให้รู้ต้นทุน

ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A., C., E.

คำตอบของข้อนี้ต้องเป็น A.

19. ตอบ B.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) The total number of defective item produced was 1,234

จำนวนของเสีย = 1234, จำนวนของทั้งหมด = 2468

จะได้เปอร์เซ็นต์ของเสีย 50%

จำนวนของเสีย = 1234, จำนวนของทั้งหมด = 4(1234)

จะได้เปอร์เซ็นต์ของเสีย 25%

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., C., E.

พิจารณาเหตุผล (2) The ratio of defective item to nondefective items was 32 to 5678

จำนวนของเสีย = 32

จำนวนของทั้งหมด = $32 + 5678 = 5710$

เปอร์เซ็นต์ของเสีย = $\frac{32}{5710} \times 100 = 0.56\%$

เหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B., D.

คำตอบของข้อสอบข้อนี้คือ B.

20. ตอบ D.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $a_1 = 2$

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = a_1^2 = 2^2 = 4$$

$$a_3 = a_2^2 = 4^2 = 16$$

จะเห็นว่า $a_1, a_2, a_3, \dots = 2, 4, 16, \dots$ มีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยและไม่มี a_n ที่มีค่าเท่ากับ 3

สรุป a_1, a_2, a_3, \dots จะไม่มี 3 ปรากฏในลำดับ

เหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ A, D.

พิจารณาเหตุผล (2) $a_3 = 16$

$$a_3 = 16$$

$$a_2^2 = a_3 = 16$$

$$a_2 = 4$$

$$a_1^2 = a_2 = 4$$

$$a_1 = 2$$

ในการทำงานเดียวกัน $a_1, a_2, a_3, \dots = 2, 4, 16, \dots$ มีค่ามากขึ้นเรื่อย

สรุปได้ว่าไม่มี 3 ปรากฏอยู่ในลำดับ a_1, a_2, a_3, \dots

เหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ B, D.

สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก D.

คำแนะนำสำหรับการทำข้อสอบการใช้เหตุผล (ข้อสอบภาษาไทย)

1. โจทย์คำถามและข้อความแต่ละข้อมีเหตุผลสองข้อคือ (1) และ (2)
2. ให้พิจารณาเหตุผลที่ให้มา เพียงพอสำหรับตอบคำถามหรืออธิบายข้อความที่กำหนดให้หรือไม่

3. เลือกคำตอบเป็นตัวเลือก 1., 2., 3., 4. หรือ 5. ตามเงื่อนไขดังนี้

เลือก 1. ถ้าใช้ เหตุผล (1) เพียงอย่างเดียวเพียงพอ

แต่ใช้ เหตุผล (2) เพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอ

เลือก 2. ถ้าใช้ เหตุผล (2) เพียงอย่างเดียวเพียงพอ

แต่ใช้ เหตุผล (1) เพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอ

เลือก 3. ถ้าใช้ เหตุผล (1) เพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอ

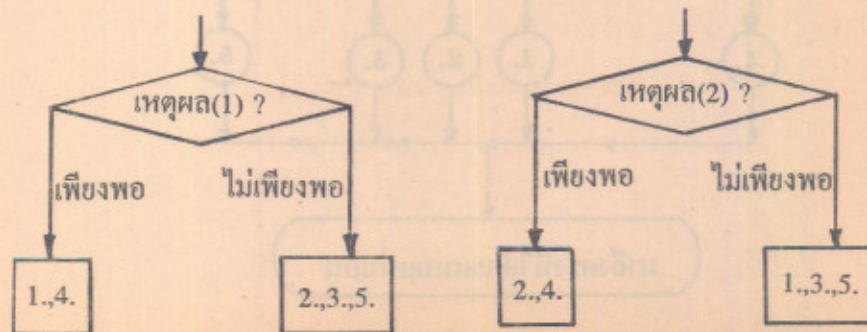
และใช้ เหตุผล (2) เพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอ

แต่ถ้าใช้ทั้งสองเหตุผลพร้อมกันเพียงพอ

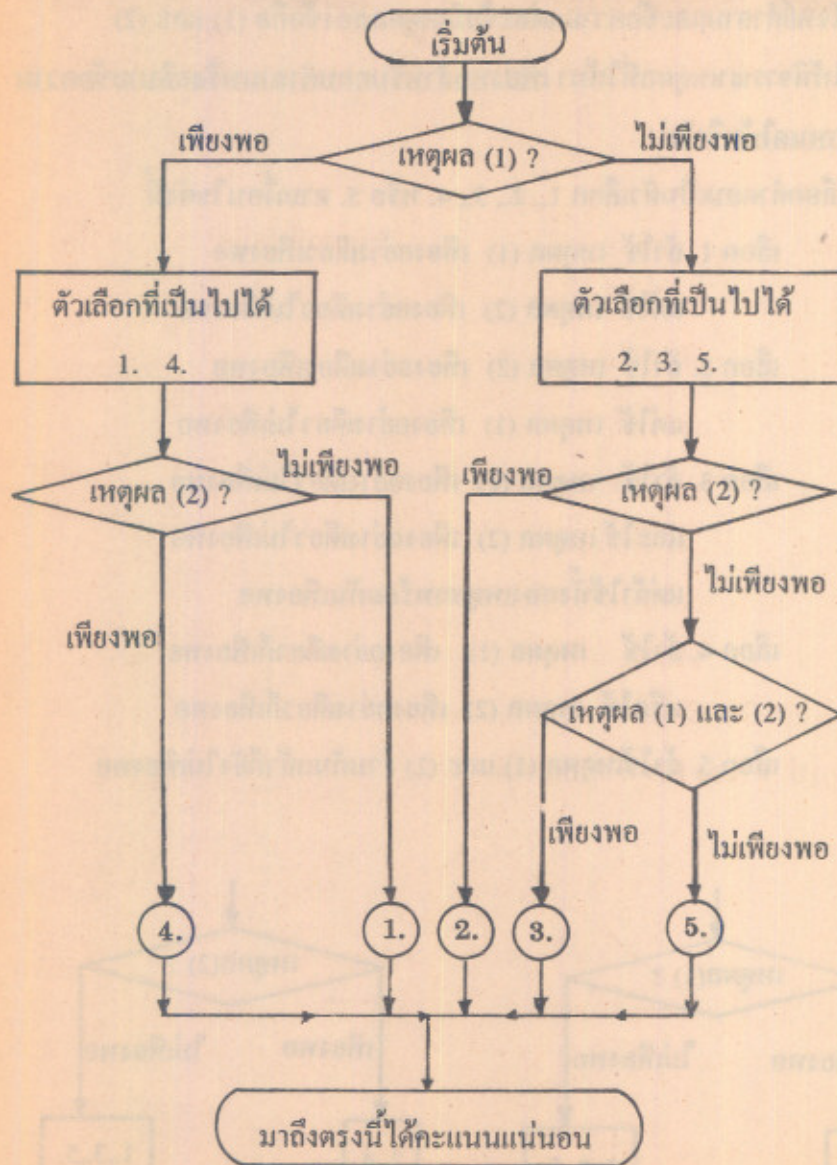
เลือก 4. ถ้าใช้ เหตุผล (1) เพียงอย่างเดียวก็เพียงพอ

หรือใช้ เหตุผล (2) เพียงอย่างเดียวก็เพียงพอ

เลือก 5. ถ้าใช้เหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันแล้วก็ยังไม่เพียงพอ

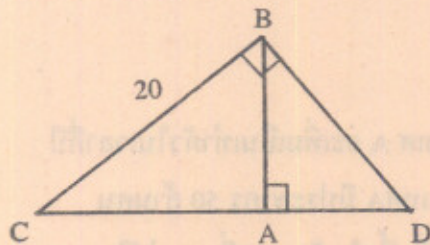


แผนภูมิแสดงตัวเลือกที่เป็นไปได้



ข้อสอบ การใช้เหตุผล ฉบับที่ 3

- $x > 0$ หรือไม่
 - $x^4 - 16 = 0$
 - $x^3 - 8 = 0$
- เชือกยาว 6 เมตรถูกตัดออกเป็น 3 ท่อน ท่อนที่ยาวที่สุดมีความยาวเท่าใด
 - เชือก 2 ท่อนมีความยาวเท่ากัน
 - เชือกเส้นหนึ่งยาว 3.5 เมตร
- 3^n หารด้วย 9 ลงตัวหรือไม่
 - n เป็นจำนวนเต็มบวกและเป็นเลขคู่
 - n เป็นจำนวนเต็มบวกและมีค่ามากกว่า 2
- นักเรียนสอบตกเป็นร้อยละเท่าไรของพวกที่สอบได้
 - นักเรียนสอบได้มีมากกว่านักเรียนสอบตกอยู่ 200 คน
 - มีนักเรียนเข้าสอบทั้งหมด 800 คน
- จากรูป ค่าของ BD เท่ากับเท่าใด



- $AC = 16$
- $AB = 12$

6. พ่อค้าคิดราคาสินค้าชนิดหนึ่งแบบรวมกำไรไว้แล้ว 25% ผู้ซื้อได้ซื้อไปใน

ราคาที่ลดลง 10% ของราคาที่คิดเอาไว้ ต้นทุนของสินค้าชิ้นนี้เท่ากับเท่าใด

1. พ่อค้าขาดเงินกำไรไปเท่ากับ 12.5 บาท
2. ผู้ซื้อซื้อสินค้าได้ในราคา 112.5 บาท

7. ครอบครัวหนึ่งมีสมาชิก 7 คน

มีสมาชิกที่จบการศึกษาในประเทศและรับราชการ

1. สำเร็จการศึกษาในประเทศ 5 คน ต่างประเทศ 2 คน
2. รับราชการ 2 คน ทำงานเอกชน 5 คน

8. x ถูกหารด้วย 15 เหลือเศษเท่ากับเท่าใด

1. 3 หาร x ลงตัว
2. 5 หาร x ลงตัว

9. $p + q$ มีค่าเท่าใด

1. $p - 2q = 2$
2. $6p^2 + 4q^2 - 36p + 16q + 70 = 0$

10. ผลคูณใดมีค่ามากกว่ากันระหว่าง ac กับ bd

1. $a > b$
2. $c > d$

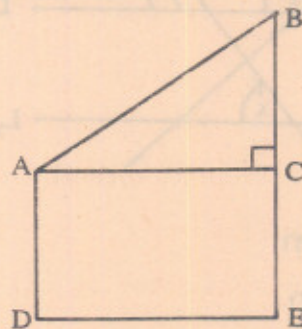
11. ประชากรของประเทศ A จะเพิ่มเป็นเท่าตัวในเวลากี่ปี

1. ขณะนี้ประเทศ A มีประชากร 50 ล้านคน
2. ประชากรเพิ่มขึ้นในอัตราคงที่ 4% ต่อปี

12. จากการสำรวจผู้มีโทรทัศน์และโทรศัพท์จำนวน 100 บ้าน พบว่า 70 บ้าน มีโทรทัศน์หรือโทรศัพท์อย่างน้อยหนึ่งเครื่อง มี 30 บ้านที่มีโทรทัศน์และ

โทรศัพท์ อยากรหาว่าบ้านที่มีโทรศัพท์และบ้านที่ไม่มีโทรศัพท์อย่างใดมากกว่ากัน

1. มี 25 บ้านที่มีโทรศัพท์อย่างเดียว
 2. มี 45 บ้านที่มีโทรศัพท์อย่างเดียว
13. ปรีชาทำงานเร็วกว่าลูกชาย 2 เท่า จงหาว่าถ้าปรีชาทำงานจะใช้เวลาที่วันจึงจะเสร็จงาน
1. ปรีชาและลูกชายทำงานร่วมกันจะเสร็จในเวลา 6 วัน
 2. ลูกชายปรีชาคนเดียวทำงานชิ้นนั้นเสร็จใช้เวลา 18 วัน
14. สี่เหลี่ยมจัตุรัส ถ้าเพิ่มความยาวด้านหนึ่งไป 2 ฟุต ลดความยาวอีกด้านหนึ่งไป 1 ฟุต อยากรหาว่าพื้นที่สี่เหลี่ยมรูปเดิมเท่ากับเท่าไร
1. หลังเพิ่มและลดความยาวของด้านแล้วสี่เหลี่ยมมีพื้นที่เท่ากับ 28 ตารางฟุต
 2. ความยาวของแต่ละด้านที่เพิ่มขึ้นคิดเป็น 25% ของความยาวด้านเดิม
15. จากรูป DE ยาวเท่ากับเท่าใด



1. $AD = 15$ และ $BE = 20$
2. มุม $BAC =$ มุม ABC

16. โรงงานมีคนงานชาย 80 คน คนงานหญิง 60 คน 80% ของคนงานชายทั้ง

หมดพักหอพักของโรงงาน จะมีคนงานหญิงพักที่หอพักของโรงงานกี่คน

1. คนงานชายพักหอพักโรงงาน 55 คน
2. คนงานหญิงพักหอพักโรงงาน 3 คน

17. จำนวนเต็ม 7 หลักคือ $6,34x,510$ x มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. ผลรวมของเลข 7 หลักหารด้วย 4 ลงตัว
2. x มีค่าต่างจากทุกตัวในหลักอื่นๆ

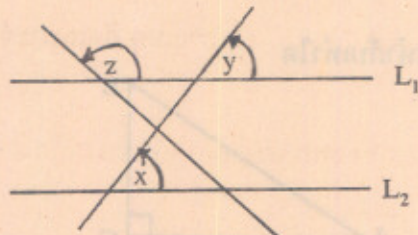
18. A มีเงินเดือนมากกว่า B A ได้โบนัสมากกว่า B หรือไม่

1. A ได้โบนัส 5 เท่าของเงินเดือน
2. B ได้โบนัส 6 เท่าของเงินเดือน

19. $x > y$ หรือไม่

1. $(x-y)^2 > 0$
2. x มีค่าเป็นบวก

20. จากรูป L_1 ขนาน L_2 มุม x เท่ากับเท่าใด



1. $y = 60$ องศา
2. $z = 120$ องศา

เฉลยข้อสอบการใช้เหตุผล ฉบับที่ 3.

1. ตอบ 2.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $x^4 - 16 = 0$

$$x^4 - 16 = 0$$

$$(x^2 + 4)(x^2 - 4) = 0$$

$$x^2 + 4 \neq 0; \quad x^2 - 4 = 0$$

$$(x+2)(x-2) = 0$$

$$x = 2, -2$$

ดังนั้นสรุปไม่ได้ว่า $x > 0$

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (2) $x^3 - 8 = 0$

$$x^3 - 8 = 0$$

$$x^3 = 8$$

$$x = 2$$

(หมายเหตุ คิดเฉพาะจำนวนจริงเท่านั้น)

ดังนั้นสรุปได้ว่า $x > 0$

เพราะฉะนั้น เหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 4.

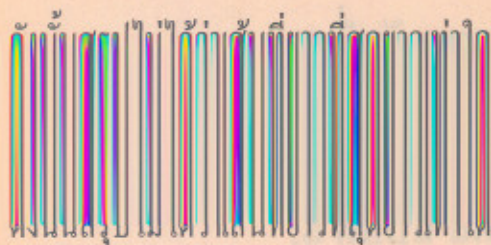
คำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 2.

2. ตอบ 2.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) เชือก 2 ท่อนมีความยาวเท่ากัน

ความยาวเชือก 1, 1, 4 เส้นที่ยาวที่สุดยาวเท่ากับ 4 เมตร

ความยาวเชือก 1.5, 1.5, 3 เส้นที่ยาวที่สุดยาวเท่ากับ 3 เมตร



เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (2) เชือกเส้นหนึ่งยาว 3.5 เมตร

เพราะว่ามีเชือกเส้นหนึ่งยาว 3.5 เมตร เพราะฉะนั้น 2 เส้นที่เหลือต้องแบ่งจาก 2.5 เมตร ดังนั้นสรุปได้ว่าเส้นที่ยาวที่สุดต้องยาวเท่ากับ 3.5 เมตร

เพราะฉะนั้น เหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 4.

คำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 2.

3. ตอบ 4.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) n เป็นจำนวนเต็มบวกและเป็นเลขคู่
 n เป็นจำนวนเต็มบวกและเป็นเลขคู่ ดังนั้น $n = 2, 4, 6, 8, 10, \dots$

เพราะฉะนั้น $3^n = 3^2, 3^4, 3^6, 3^8, 3^{10}, \dots$ เป็นพหุคูณของ 3^2 เสมอ

ดังนั้น 9 หาร 3^n ลงตัวทุกค่า $n = 2, 4, 6, 8, 10, \dots$

สรุปเหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 4.

พิจารณาเหตุผล (2) n เป็นจำนวนเต็มบวกและมีค่ามากกว่า 2

n เป็นจำนวนเต็มบวกและมีค่ามากกว่า 2 ดังนั้น $n = 2, 3, 4, 5, 6, \dots$

เพราะฉะนั้น $3^n = 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6, \dots$ เป็นพหุคูณของ 3^2

ดังนั้น 9 หาร 3^n ลงตัวทุกค่า $n = 2, 3, 4, \dots$

สรุปเหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 4.

คำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 4.

4. ตอบ 3.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) นักเรียนสอบได้มีมากกว่านักเรียนสอบตกอยู่ 200 คน

สอบได้ 400, สอบตก 200 : สอบตกคิดเป็น 50% ของพวกสอบได้

สอบได้ 500, สอบตก 300 : สอบตกคิดเป็น 60% ของพวกสอบได้

จากทั้งสองกรณีมีนักเรียนสอบได้มากกว่าพวกสอบตก 200 คนแต่สรุปไม่ได้ว่านักเรียนสอบตกเป็นร้อยละเท่าไรของนักเรียนที่สอบได้

สรุปเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2.,3.,5.

พิจารณาเหตุผล (2) มีนักเรียนเข้าสอบทั้งหมด 800 คน

สอบได้ 400, สอบตก 400 : สอบตกคิดเป็น 100% ของพวกสอบได้

สอบได้ 500, สอบตก 300 : สอบตกคิดเป็น 60% ของพวกสอบได้

ดังนั้นคนเข้าสอบ 800 คนสรุปไม่ได้ว่านักเรียนสอบตกคิดเป็นร้อยละเท่าไรของพวกที่สอบได้

ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1.,3.,5.

ต่อไปพิจารณาเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกัน

ให้ x = จำนวนนักเรียนที่สอบได้

y = จำนวนนักเรียนที่สอบตก

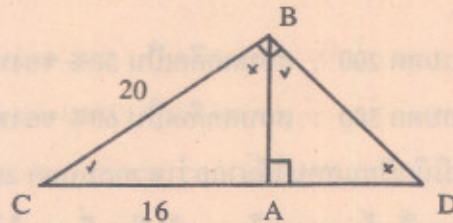
$$\text{จากเหตุผล (1)} \quad x - y = 200$$

$$\text{จากเหตุผล (2)} \quad x + y = 800$$

โดยการแก้สมการจะได้ $x = 500$ และ $y = 300$ สรุปนักเรียนสอบตกคิดเป็น 60% ของนักเรียนที่สอบได้ ดังนั้นเหตุผล (1) และ (2) ใช้พร้อมกันเพียงพอ ตัวเลือกของข้อนี้คือ ตัวเลือก 3.



แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $AC = 16$



$$AB^2 = BC^2 - AC^2 = (20)^2 - (16)^2 = 400 - 256 = 144$$

เพราะฉะนั้น $AB = 12$

เพราะว่า $\angle DAB = \angle BAC$, $\angle ABC = \angle BAD$, $\angle BCA = \angle ABD$

เพราะฉะนั้น $\triangle ABC$ และ $\triangle ABD$ เป็นสามเหลี่ยมคล้าย

$$\text{ดังนั้น } \frac{BC}{BD} = \frac{AC}{AB}$$

$$\frac{20}{BD} = \frac{16}{12}$$

$$BD = \frac{(20)(12)}{16} = 15$$

สรุปเหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1.,4.

พิจารณาเหตุผล (2) $AB = 12$

เมื่อได้ $AB = 12$ จะได้ว่า $BD = 15$ ตามการคำนวณข้างต้น

ดังนั้นเหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2.,4.

สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 4.

6. ตอบ 4.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) พ่อค้าขาดเงินกำไรไปเท่ากับ 12.5 บาท

สมมติต้นทุนราคาสินค้า = x บาท กำไร 25% เท่ากับ $(0.25)x$ บาท

ราคาที่ยรวมกำไร 25% แล้วมีราคาขายเท่ากับ $(1.25)x$ บาท

เมื่อราคาลดลง 10% ผู้ซื้อจะซื้อได้ในราคา $(0.9)(1.25x)$ บาท

กำไรที่ได้จากการขายมีค่าเท่ากับ $(0.9)(1.25)x - x$ บาท

เพราะว่าพ่อค้าขาดเงินกำไรไปเท่ากับ 12.5 บาท

เพราะฉะนั้น $0.25x - [(0.9)(1.25)x - x] = 12.5$ บาท

$$0.25x - 1.125x + x = 12.5$$

$$0.125x = 12.5$$

$$x = 100$$

เพราะฉะนั้นต้นทุนราคาสินค้าเท่ากับ 100 บาท

สรุปเหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1.,4.

พิจารณาเหตุผล (2) ผู้ซื้อซื้อสินค้าได้ในราคา 112.5 บาท

ให้ x เป็นราคาต้นทุน

ราคารวมกำไร 25% มีค่าเท่ากับ $(1.25)x$ บาท

เมื่อลดราคาให้ผู้ซื้อ 10% ผู้ซื้อซื้อได้ในราคาเท่ากับ $(0.9)(1.25)x$ บาท

เพราะฉะนั้น $(0.9)(1.25)x = 112.5$

$$1.125x = 112.5$$

$$x = 100$$

เพราะฉะนั้นต้นทุนราคาสินค้าเท่ากับ 100 บาท

ดังนั้นเหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2.,4.

สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 4.

7. ตอบ 5.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) สำเร็จการศึกษาในประเทศ 5 คน ต่างประเทศ 2 คน

รู้ว่าจบการศึกษาในประเทศ 5 คนเท่านั้นแต่ไม่รู้ว่ามี 5 คนนี้รับราชการด้วยหรือไม่ ดังนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2.,3.,5.

พิจารณาเหตุผล (2) รับราชการ 2 คน ทำงานเอกชน 5 คน

รู้ว่ารับราชการ 2 คนแต่ไม่รู้ว่ามี 2 คนนี้จบการศึกษาในประเทศหรือไม่ ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1.,3.,5.

ต่อไปพิจารณาเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันก็ยังไม่สรุปไม่ได้ ตัวอย่างเช่น

	ในประเทศ	นอกประเทศ	
รับราชการ	1	1	2
เอกชน	4	1	5
	5	2	7

หรือ

	ในประเทศ	นอกประเทศ	
รับราชการ	2	0	2
เอกชน	3	2	5
	5	2	7

จากทั้งสองตัวอย่างสอดคล้องเหตุผล (1) และ (2) แต่สรุปไม่ได้ว่าจบการศึกษาในประเทศและรับราชการเป็น 1 หรือ 2 คน เพราะฉะนั้นเหตุผล (1) และ (2) ใช้ร่วมกันก็ไม่เพียงพอ สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 5.

8. ตอบ 3.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) 3 หาร x ลงตัว

$$x = 3 ; 15 \text{ หาร } 3 \text{ เหลือเศษ } 3$$

$$x = 6 ; 15 \text{ หาร } 6 \text{ เหลือเศษ } 6$$

ดังนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอที่จะสรุปว่า x หารด้วย 15 เหลือเศษเท่าใด
ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2, 3, 5.

พิจารณาเหตุผล (2) 5 หาร x ลงตัว

$$x = 5 ; 15 \text{ หาร } 5 \text{ เหลือเศษ } 5$$

$$x = 10 ; 15 \text{ หาร } 10 \text{ เหลือเศษ } 10$$

ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1, 3, 5.

ต่อไปพิจารณาเหตุผล (1) และ (2) พร้อมกัน

เพราะว่า 3 หาร x ลงตัว และ 5 หาร x ลงตัว และ 3 กับ 5 ไม่มีตัวประกอบ
ร่วมกัน เพราะฉะนั้น (3)(5) หาร x ลงตัว นั่นคือ 15 หาร x ลงตัว

ดังนั้น เหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันเพียงพอ

สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 3.

9. ตอบ 2.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $p - 2q = 2$

$$p = 2, q = 0 \text{ ทำให้ } p - 2q = 2 \text{ และ } p + q = 2$$

$$p = 0, q = -1 \quad \text{ทำให้} \quad p - 2q = 2 \quad \text{และ} \quad p + q = -1$$

ดังนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2,3,5.

พิจารณาเหตุผล (2)

$$6p^2 + 4q^2 - 36p + 16q + 70 = 0$$

$$6p^2 - 36p + 4q^2 + 16q = -70$$

$$6(p^2 - 6p + 9) + 4(q^2 + 4q + 4) = -70 + 54 + 16$$

$$6(p - 3)^2 + 4(q + 2)^2 = 0$$

$$6(p - 3)^2 = 0 \quad \text{และ} \quad 4(q + 2)^2 = 0$$

$$p - 3 = 0 \quad \text{และ} \quad q + 2 = 0$$

$$p = 3 \quad \text{และ} \quad q = -2$$

$$\text{สรุป} \quad p + q = 3 - (-2) = 5$$

ดังนั้นเหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2,4.

สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 2.

10.ตอบ 5.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $a > b$

$$a = 2, b = 1, c = 1, d = 1 \quad \text{จะได้} \quad a > b \quad \text{และ} \quad ac = 2 > 1 = bd$$

$$a = -1, b = -2, c = -1, d = -1 \quad \text{จะได้} \quad a > b \quad \text{แต่} \quad ac = 1 < 2 = bd$$

ดังนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2,3,5.

พิจารณาเหตุผล (2) $c > d$

$$c = 2, d = 1, a = 1, b = 1 \quad \text{จะได้} \quad c > d \quad \text{และ} \quad ac = 2 > 1 = bd$$

$c = -1, d = -2, a = -1, b = -1$ จะได้ $c > d$ และ $ac = 1 < 2 = bd$

ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1.,3.,5.

พิจารณาเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกัน

$a = 4, b = 3, c = 2, d = 1$ จะได้ $a > b$ และ $c > d$ และ $ac = 8 > 3 = bd$

$a = -1, b = -2, c = -3, d = -4$ จะได้ $a > b$ และ $c > d$

แต่ $ac = (-1)(-3) = 3 < 8 = (-2)(-4) = bd$

ดังนั้นเหตุ (1) และ (2) ร่วมกันก็สรุปผลไม่ได้

สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 5.

11.ตอบ 4.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) ขณะนี้ประเทศ A มีประชากร 50 ล้านคน
รู้แค่ปัจจุบันมีคน 50 ล้านคน และไม่รู้อัตราการเพิ่ม ดังนั้นสรุปไม่ได้หรือว่า
จะมีคน 100 ล้านคนในเวลากี่ปี

ดังนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2.,3.,5.

พิจารณาเหตุผล (2) ประชากรเพิ่มขึ้นในอัตราคงที่ 4% ต่อปี

ให้ x เป็นจำนวนคนเมื่อเริ่มต้น

$$\text{ปีที่ 1 มีจำนวนคน} = (1.04)x$$

$$\text{ปีที่ 2 มีจำนวนคน} = (1.04)^2 x$$

$$\text{ปีที่ 3 มีจำนวนคน} = (1.04)^3 x$$

⋮

$$\text{ปีที่ } n \text{ มีจำนวนคน} = (1.04)^n x$$

โดยการแก้สมการ $(1.04)^n x = 2x$

$$(1.04)^n = 2$$

$$\log(1.04)^n = \log 2$$

$$n \log(1.04) = \log 2$$

$$n = \frac{\log(1.04)}{\log 2} \quad (\text{ไม่ต้องคำนวณค่าจริงก็ได้})$$

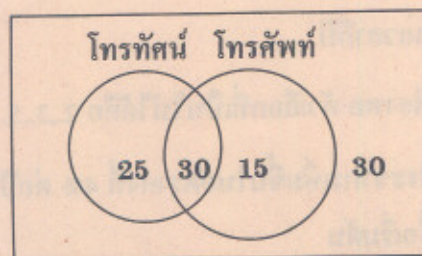
สรุปเราสามารถหาจำนวนปีที่มีคนเพิ่มขึ้นเป็นเท่าตัวได้

ดังนั้นเหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2.,4.

สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 2.

12.ตอบ 4.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) มี 25 บ้านที่มีโทรทัศน์อย่างเดียว
สามารถแสดงได้ว่าบ้านที่มีโทรทัศน์อย่างเดียว 15 หลังดังนี้

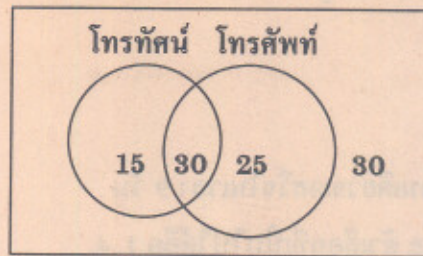


เพราะฉะนั้นสรุปได้ว่าจำนวนบ้านที่มีโทรทัศน์มีมากกว่า

สรุปเหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1.,4.

พิจารณาเหตุผล (2) มี 45 บ้านที่มีโทรทัศน์อย่างเดียว

เพราะบ้านที่มีโทรทัศน์อย่างเดียว = $45 - 30 = 15$ หลัง



เพราะฉะนั้นสรุปได้ว่าจำนวนบ้านที่มีโทรศัพท์มีมากกว่า

ดังนั้นเหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2.,4.

สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 4.

13. ตอบ 4.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) ปรีชาและลูกชายทำงานร่วมกันจะเสร็จ

ในเวลา 6 วัน

ปรีชาทำงานคนเดียวจะเสร็จในเวลา x วัน

ลูกชายปรีชาทำงานคนเดียวจะเสร็จในเวลา $2x$ วัน

ใน 1 วัน ปรีชาทำงานได้ $\frac{1}{x}$

ใน 1 วัน ลูกชายปรีชาทำงานได้ $\frac{1}{2x}$


ใน 1 วัน ปรีชาและลูกชายปรีชาทำงานได้ $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{3}{2x}$

โดยการเทียบบัญญัติไตรยางค์

งาน $\frac{3}{2x}$ ใช้เวลาทำงาน 1 วัน

งาน 1 ใช้เวลาทำงาน $\frac{2x}{3}$ วัน

จากเหตุผล (1) ปรีชาและลูกชายทำงานร่วมกันจะเสร็จในเวลา 6 วัน



 ดั่งนั้น $\frac{x}{3} = 6$

 $x = 9$

สรุปปรีชาทำงานคนเดียวจะเสร็จในเวลา 9 วัน

เหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1.,4.

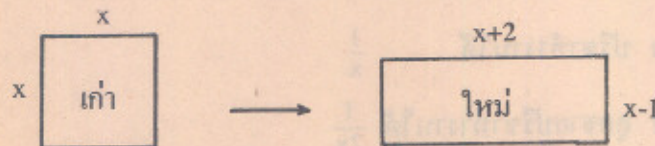
พิจารณาเหตุผล (2) ลูกชายปรีชาคนเดียวทำงานชิ้นนั้นเสร็จใช้เวลา 18 วัน
 ปรีชาทำงานเร็วกว่าลูกชาย 2 เท่า ดังนั้นปรีชาต้องทำงานเสร็จใน 9 วันเท่านั้น
 ดังนั้นเหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2.,4.

สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 4.

14. ตอบ 4.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1)

หลังเพิ่มและลดความยาวของด้านแล้วสี่เหลี่ยมมีพื้นที่เท่ากับ 28 ตารางฟุต



เพราะว่า $(x+2)(x-1) = \text{พื้นที่ใหม่}$

เพราะฉะนั้น $(x+2)(x-1) = 28$

$$x^2 + x - 2 = 28$$

$$x^2 + x - 30 = 0$$

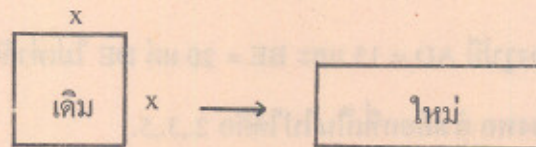
$$(x+6)(x-5) = 0$$

$$x = 5, -6$$

เพราะว่า $x > 0$ เพราะฉะนั้น $x=5$ เท่านั้น พื้นที่เดิม $= 5^2 = 25$

สรุปเหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1.,4.

พิจารณาเหตุผล (2) ความยาวของแต่ละด้านที่เพิ่มขึ้นคิดเป็น 25% ของความยาวด้านเดิม



ด้านที่เพิ่มขึ้นคิดเป็น 25% ของด้านเดิม เพราะฉะนั้น

$$x+2 = x + 25\% \text{ of } x = x + 0.25x = 1.25x$$

$$0.25x = 2$$

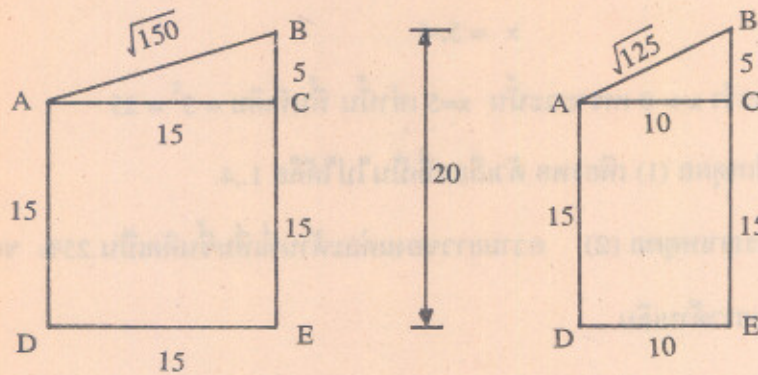
$$x = 8$$

เพราะฉะนั้น พื้นที่เดิม $= 8^2 = 64$

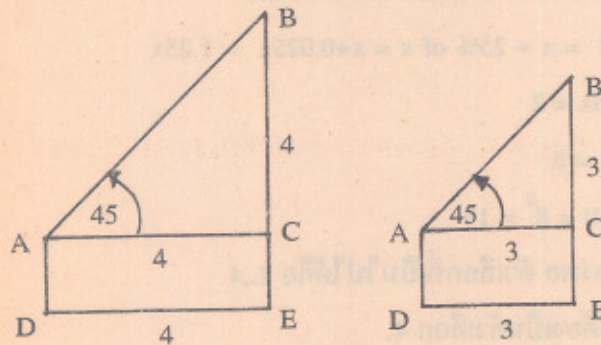
ดังนั้นเหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2.,4.

สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 4.

15. ตอบ 3.

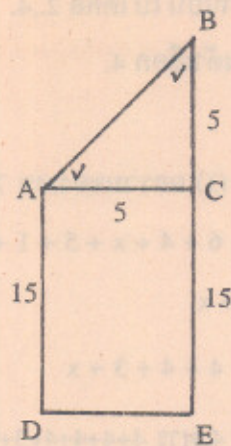
แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $AD = 15$ และ $BE = 20$ จะเห็นได้ว่าทั้งสองรูปมี $AD = 15$ และ $BE = 20$ แต่ DE ไม่เท่ากัน

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (2) มุม $BAC =$ มุม ABC จะเห็นได้ว่ารูปทั้งสองมีมุม $BAC =$ มุม ABC แต่ DE ต่างกัน

ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 3., 5.

ต่อไปใช้เหตุผล (1) และ (2) พร้อมกัน



$$CE = AD = 15, BC = BE - CE = 20 - 15 = 5$$

$$\angle BAC = \angle ABC, AC = BC = 5, DE = AC = 5$$

ดังนั้นใช้เหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันเพียงพอ

สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 3.

16. ตอบ 4.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) คนงานชายพักหอพักโรงงาน 55 คน

คนงานทั้งหมด = $80 + 60 = 140$ คน

80% ของคนงานทั้งหมด = $(0.8)(140) = 112$

เมื่อรู้ว่ามีคนงานชายพักหอพักโรงงาน 55 คน

จะได้ว่ามีคนงานหญิงพักหอพักโรงงาน = $112 - 55 = 57$ คน

สรุปเหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 4.

พิจารณาเหตุผล (2) คนงานหญิงหักหอพักโรงงาน 3 คน



เหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2.,4.

สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 4.

17. ตอบ 3.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) ผลรวมของเลข 7 หลักหารด้วย 4 ลงตัว

ผลรวมของเลข 7 หลัก = $6 + 6 + 4 + x + 5 + 1 + 0$

$$= 19 + x$$

$$= 4 + 4 + 4 + 3 + x$$

4 หาร $19 + x$ ลงตัว ก็ต่อเมื่อ 4 หาร $4+4+4+4+3+x$ ลงตัว

ก็ต่อเมื่อ 4 หาร $3+x$ ลงตัว

เพราะว่า $x = 1$ ทำให้ 4 หาร $3+1$ ลงตัว

$x = 5$ ทำให้ 4 หาร $3+5$ ลงตัว

เพราะฉะนั้นสรุปค่า x ไม่ได้

สรุปเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2.,3.,5.

พิจารณาเหตุผล (2) x มีค่าต่างจากทุกตัวในหลักอื่นๆ

เพราะฉะนั้น x อาจจะเป็น 2,7,8,9 ก็ได้

ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1.,3.,5.

ต่อไปพิจารณาเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกัน

จากค่า x ที่เป็นไปได้คือ 2,7,8,9 มี 3+9 เท่านั้นที่หารด้วย 4 ลงตัว

เพราะฉะนั้น $x=9$ ดังนั้นเหตุผล (1) และ (2) รวมกันเพียงพอ

สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 3.

18. ตอบ 5.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) A ได้โบนัส 5 เท่าของเงินเดือน
เราไม่รู้ว่า B ได้โบนัสเท่าไรจึงสรุปไม่ได้

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2,3,5.

พิจารณาเหตุผล (2) B ได้โบนัส 6 เท่าของเงินเดือน
ในทำนองเดียวกันเราไม่รู้ว่า A ได้โบนัสเท่าไรจึงสรุปไม่ได้

เหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1,3,5.

พิจารณาเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกัน

A ได้เงินเดือน 1000 ได้โบนัส 5 เท่าคิดเป็นเงิน 5000 บาท

B ได้เงินเดือน 900 ได้โบนัส 6 เท่าคิดเป็นเงิน 5400 บาท

โบนัสของ A < โบนัสของ B

A ได้เงินเดือน 10000 ได้โบนัส 5 เท่าคิดเป็นเงิน 50000 บาท

B ได้เงินเดือน 5000 ได้โบนัส 6 เท่าคิดเป็นเงิน 30000 บาท

โบนัสของ A > โบนัสของ B

ดังนั้นเหตุผล (1) และ (2) ไม่เพียงพอ

สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 5.

19. ตอบ 5.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $(x-y)^2 > 0$

$x = 2, y = 1; (x-y)^2 = (2-1)^2 = 1 > 0$ และ $x > y$

$x = 1, y = 2; (x-y)^2 = (1-2)^2 = 1 > 0$ แต่ $x < y$

ดังนั้นสรุปไม่ได้ว่า $x > y$

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2,3,5.

พิจารณาเหตุผล (2) x มีค่าเป็นบวก

$$x = 4, y = 3; \quad x > y$$

$$x = 4, y = 5; \quad x < y$$

เหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1.,3.,5.

ต่อไปใช้เหตุผล (1) และ (2) พร้อมกัน

$$x = 4, y = 3; \quad (x-y)^2 = (4-3)^2 = 1 > 0 \quad \text{และ } x > y$$

$$x = 4, y = 5; \quad (x-y)^2 = (4-5)^2 = 1 > 0 \quad \text{และ } x < y$$

ดังนั้นสรุปไม่ได้ว่า $x > y$

เหตุผล (1) และ (2) พร้อมกันไม่เพียงพอ

สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 5.

20. ตอบ 1.

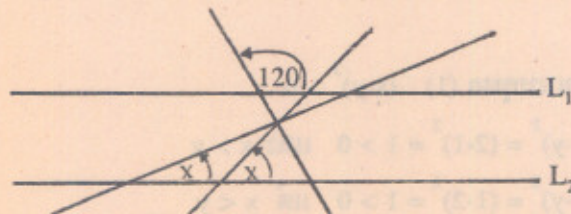
แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $y = 60$ องศา

เพราะว่า L_1 ขนานกับ L_2 และ x, y เป็นมุมในด้านกึ่งขนานเดียวกัน

เพราะฉะนั้น $x = y = 60$

เหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1.,4.

พิจารณาเหตุผล (2) $z = 120$ องศา



จากรูปจะเห็นว่า $z = 120$ แต่สรุปค่า x ไม่ได้

เหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1.,3.,5.

สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 1.

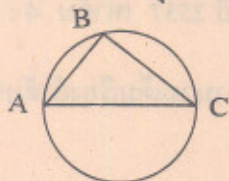
ข้อสอบ การใช้เหตุผล ฉบับที่ 4

1. x เป็นจำนวนเต็ม 2 หลัก 9หาร x ลงตัวหรือไม่

1. x หารด้วย 7 เหลือเศษ 2

2. x หารด้วย 8 เหลือเศษ 3

2. จากรูป ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่



1. มุม A = มุม C

2. AC เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

3. รูปสี่เหลี่ยม เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือไม่

1. มุมทั้งสี่ของสี่เหลี่ยมเท่ากัน

2. เส้นทแยงมุมเท่ากัน

4. ยอดจำหน่ายรถยนต์โตโยต้าต่อปี 2537 เป็น 4 : 1

ยอดจำหน่ายรถยนต์โตโยต้าในปี 2537 เท่ากับเท่าใด

1. ยอดจำหน่ายโตโยต้าและนิสสันรวมกันในปี 2537 เท่ากับ 150,000 คัน

2. ยอดจำหน่ายโตโยต้าและนิสสันรวมกันในปี 2536 เท่ากับ 150,000 คัน และในปี 2537 ยอดขายของโตโยต้าเพิ่มขึ้น 10 % และยอดขายนิสสันลดลง 10 %



5. $(A+B)(A-C)$
- $B+C = 7$ และ $A+B = 12$
 - $A+C = 5$ และ $B+A = 7$
6. บริษัทแห่งหนึ่งมีรายได้ปี 2536 เท่ากับ 4 ล้านบาท ใช้จ่าย 3.5 ล้านบาท บริษัทมีกำไรเท่าใดในปี 2537
- ปี 2537 รายได้เพิ่ม 15% ใช้จ่ายเพิ่ม 20%
 - สัดส่วนรายได้ต่อรายจ่ายในปี 2537 เท่ากับ 4 : 3
7. ถ้า A, B, C, D และ E เป็นเลขจำนวนเต็มเรียงลำดับจากน้อยไปมาก แล้วค่า C เท่ากับเท่าใด
- $B = 3$
 - $D = 7$
8. n เป็นจำนวนเต็มบวกมีค่าเท่าใด
- เลข 24, 25, 26 หารด้วย n เหลือเศษ 11, 12 และ 0 ตามลำดับ
 - n เป็นเลขจำนวนเต็มคี่
9. x และ y เป็นจำนวนเต็ม 3 หาร $xy+1$ ลงตัวหรือไม่
- 3 หาร x เหลือเศษ 1
 - 9 หาร y เหลือเศษ 8
10. x เป็นจำนวนเต็มบวกมีค่าเท่ากับเท่าใด
- 3 หาร x ลงตัว
 - x หาร 3 ลงตัว
11. ผลคูณของจำนวนเต็ม A, B, C มากกว่าค่าของ A, B, C ทุกตัวหรือไม่
- ค่าน้อยสุดของตัวเลข A, B, C มีค่าน้อยกว่าศูนย์
 - ค่ามากที่สุดของตัวเลข A, B, C มีค่าเท่ากับ 1

12. ถ้า $t > 0$, $t\%$ ของ y เท่ากับ x , ค่า x เท่ากับเท่าใด
1. x เท่ากับ $t\%$ ของ 500
 2. y เท่ากับ $t\%$ ของ 400
13. ถ้า $K + L + M = 300$ แล้ว K มีค่าเท่าใด
1. $L + M = 2K$
 2. $L = 4K - M$
14. $x^2 - y^2$ มีค่าเป็นบวกหรือไม่
1. $x - y$ เป็นจำนวนบวก
 2. $x + y$ เป็นจำนวนบวก
15. $x > y$ หรือไม่
1. $x + y > 2x$
 2. $x^2 > y^2$
16. x และ y เป็นจำนวนจริง $x > y$ หรือไม่
1. $\frac{1}{x} = \frac{2}{y}$
 2. $2y = x$
17. อัตราส่วนระหว่างปริมาตรทรงกระบอก A ต่อปริมาตรทรงกระบอก B เท่ากับเท่าไร
1. ทรงกระบอก A มีรัศมีเป็น 3 เท่าของทรงกระบอก B
 2. ความสูงทรงกระบอก A : ความสูงทรงกระบอก B = 3 : 1
18. นายสมชาติขับรถด้วยความเร็วคงที่เท่ากับเท่าใด
1. เขาใช้เวลา 2 ชั่วโมง ขับรถจนถึงปลายทาง
 2. เมื่อเขาขับรถได้ 90 นาที เขาอยู่ห่างจากปลายทาง 50 กิโลเมตร

19. $0 < A < B < C$ และ $A + B + C = 3500$ A, B, C มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. $B = 1700$
 2. $C = 2A$
20. จำนวนคู่วกสี่ตัวที่มีค่าเรียงกันจากน้อยไปมากเท่ากับเท่าใด
1. ผลคูณของ 2 พจน์แรก = 24
 2. ผลบวก 3 พจน์แรก มากกว่าพจน์ที่ 4 เท่ากับ 8

เฉลยข้อสอบการใช้เหตุผล ฉบับที่ 4.

1. ตอบ 8.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) x หารด้วย 7 เหลือเศษ 2

$x = 72$ หารด้วย 7 เหลือเศษ 2 และหารด้วย 9 ลงตัว

$x = 16$ หารด้วย 7 เหลือเศษ 2 แต่ หารด้วย 9 ไม่ลงตัว

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ ตัวเลือก 2., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (2) x หารด้วย 8 เหลือเศษ 3

$x = 27$ หารด้วย 8 เหลือเศษ 3 และหารด้วย 9 ลงตัว

$x = 11$ หารด้วย 8 เหลือเศษ 3 แต่หารด้วย 9 ไม่ลงตัว

พิจารณาเหตุผล (1) และ (2) พร้อมกัน

ตัวเลขสองหลักที่หารด้วย 7 เหลือเศษ 2 คือ

16, 23, 30, 37, 44, 51, 58, 65, 72, 79, 86, 93

ตัวเลขสองหลักที่หารด้วย 8 เหลือเศษ 3 คือ

11, 19, 27, 35, 43, 51, 59, 67, 75, 83, 91, 99

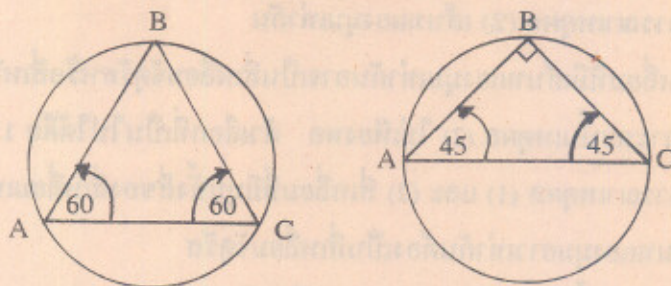
สรุปจำนวนเต็มสองหลักที่หารด้วย 7 เหลือเศษ 2 และหารด้วย 8

เหลือเศษ 3 คือ 51 หารด้วย 9 ไม่ลงตัว

ดังนั้นเหตุผล (1) และ (2) เพียงพอที่จะสรุปว่า 9 หาร x ไม่งตัว
คำตอบของข้อสอบข้อนี้คือ ตัวเลือก 3.

2. ตอบ 2.

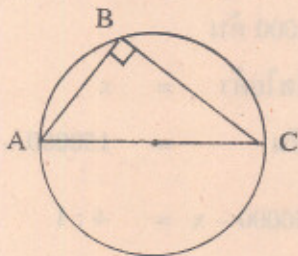
แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) มุม A = มุม C



จากรูปทั้งสองจะได้ว่า มุม A = มุม C แต่สรุปไม่ได้ว่า ABC เป็น
สามเหลี่ยมมุมฉาก

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (2) AC เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม



จากทฤษฎีทางเรขาคณิตสามเหลี่ยมบรรจุในวงกลมมีฐานเป็นเส้นผ่าน
ศูนย์กลางต้องเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

เหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือตัวเลือก 2., 4.

สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 2.

3. ตอบ 1.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) มุมทั้งสี่ของสี่เหลี่ยมเท่ากัน
 สี่เหลี่ยมที่มีมุมทั้งสี่เท่ากัน อาจเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือสี่เหลี่ยมผืนผ้า
 เพราะฉะนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 3., 5.
 พิจารณาเหตุผล (2) เส้นทแยงมุมเท่ากัน
 สี่เหลี่ยมที่มีเส้นทแยงมุมเท่ากันอาจเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือสี่เหลี่ยมผืนผ้า
 เพราะฉะนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 3., 5.
 พิจารณาเหตุผล (1) และ (2) สี่เหลี่ยมที่มีมุมทั้งสี่ของสี่เหลี่ยมเท่ากันและ
 เส้นทแยงมุมยาวเท่ากันต้องเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส
 เพราะฉะนั้นเหตุผล (1) และ (2) พร้อมกันเพียงพอ
 สรุปคำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 3.

4. ตอบ 4.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) ยอดจำหน่ายโตโยต้าและนิสสันรวมกัน
 ในปี 2537 เท่ากับ 150,000 คัน

$$\text{สมมติยอดขายรถยนต์โตโยต้า} = x$$

$$\text{ดังนั้นยอดขายของนิสสัน} = 150000 - x$$

$$\text{เพราะฉะนั้น} \quad x : 150000 - x = 4 : 1$$

$$\frac{x}{150000 - x} = \frac{4}{1}$$

$$x = 600000 - 4x$$

$$5x = 600000$$

$$x = 120,000$$

สรุปยอดจำหน่ายของโตโยต้า = 120,000 คัน

เหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 4.

พิจารณาเหตุผล (2) ยอดจำหน่ายโตโยต้าและนิสสันรวมกันในปี 2536

เท่ากับ 150,000 คันและในปี 2537 ยอดขายของโตโยต้าเพิ่มขึ้น 10 %

และยอดขายนิสสันลดลง 10 %

สมมติยอดขายรถยนต์โตโยต้าในปี 2536 = x คัน

ยอดขายรถยนต์นิสสันในปี 2536 = $150000 - x$ คัน

ในปี 2537 ยอดขายโตโยต้าเพิ่ม 20 %

ดังนั้นโตโยต้าขายรถได้ $1.2x$ คัน

ในปี 2537 ยอดขายนิสสันลดลง 10 %

ดังนั้นนิสสันขายรถได้ $0.9(150000 - x)$ คัน

ในปี 2537 ยอดขายโตโยต้าต่อนิสสัน = 4 : 1

$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{1.2x}{0.9(150000 - x)} = \frac{4}{1}$$

$$1.2x = 4(0.9)(150000 - x)$$

$$1.2x = 540000 - 3.6x$$

$$4.8x = 540000$$

$$x = \frac{540000}{4.8} = 112500$$

เพราะฉะนั้นในปี 2537 โตโยต้าขายรถยนต์ได้ $1.2x = 1.2(112500)$

$$= 135,000 \text{ คัน}$$

เหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 4.

คำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 4.

5. ตอบ 1.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $B + C = 7$ และ $A + B = 12$

$$\begin{aligned} (A + B)(A - C) &= (12)(A - C) \\ &= (12)[(12 - B) - (7 - B)] \\ &= (12)(12 - B - 7 + B) \\ &= (12)(5) \\ &= 60 \end{aligned}$$

เหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 4.

พิจารณาเหตุผล (2) $A + C = 5$ และ $B + A = 7$

$A = 1, C = 4, B = 6$ จะได้

$$A + C = 5, B + A = 7, (A + B)(A - C) = -21$$

$A = 5, C = 0, B = 2$ จะได้

$$A + C = 5, B + A = 7 \text{ แต่ } (A + B)(A - C) = 35$$

เหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 3., 5.

ตัวเลือกที่ถูกต้องของข้อนี้คือ ตัวเลือก 1.

6. ตอบ 1.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) ปี 2537 รายได้เพิ่ม 15% รายจ่ายเพิ่ม 20%

รายได้ปี 2536 เท่ากับ 4 ล้านบาท รายได้ปี 2537 เพิ่ม 15 %

เพราะฉะนั้นรายได้ปี 2537 เท่ากับ $(1.15)(4) = 4.6$ ล้านบาท

รายจ่ายปี 2536 เท่ากับ 3.5 ล้าน รายจ่ายปี 2537 เพิ่ม 20 %

เพราะฉะนั้นรายจ่ายปี 2537 เท่ากับ $(1.20)(3.5) = 4.2$ ล้านบาท

สรุปกำไรปี 2537 เท่ากับ รายได้ - รายจ่าย

$$= 4.6 - 4.2 = 0.4 \text{ ล้านบาท}$$

เหตุผล (1) เพียงพอ ต้องเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 4.

พิจารณาเหตุผล (2) สัดส่วนรายได้ต่อรายจ่ายในปี 2537 เท่ากับ 4 : 3

รายได้ 4 ล้านบาท รายจ่าย 3 ล้านบาท

สัดส่วน รายได้ : รายจ่าย = 4 : 3 จะได้กำไร = 1 ล้านบาท
รายได้ 8 ล้านบาท รายจ่าย 6 ล้านบาท

สัดส่วน รายได้ : รายจ่าย = 4 : 3 จะได้กำไร = 2 ล้านบาท

ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 3., 5.

สรุปคำตอบของข้อนี้คือ ตัวเลือก 1.

7. ตอบ 4.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $B = 3$

เมื่อ $B = 3$ จะได้ $C = 4$

เหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 4.

พิจารณาเหตุผล (2) $D = 7$

เมื่อ $D = 7$ จะได้ $C = 6$

เหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 4.

คำตอบของข้อนี้คือ ตัวเลือก 4.

8. ตอบ 1.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) เลข 24, 25, 26 หารด้วย n เหลือเศษ 11, 12 และ 0 ตามลำดับ

n หาร 26 เหลือเศษ 0 ดังนั้น n อาจเป็น 1, 2, 13, 26

เพราะว่า n หาร 25 เหลือเศษ 12 ดังนั้น $n = 13$ ได้

เพราะว่า n หาร 24 เหลือเศษ 11 ดังนั้น $n = 13$ ได้

สรุป n ต้องเท่ากับ 13 เท่านั้น



เหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 4.

พิจารณาเหตุผล (2) n เป็นเลขจำนวนเต็มก็

$n = 3, 5$ เป็นจำนวนเต็มก็ ดังนั้นสรุปค่า n ไม่ได้

เหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 3., 5.

คำตอบของข้อนี้คือตัวเลือก 1.

9. ตอบ 8.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) 3 หาร x เหลือเศษ 1

$x = 1, y = 0$, 3 หาร x เหลือเศษ 1 และ 3 หาร $xy+1 = 1$ เหลือเศษ 1

$x = 1, y = 2$, 3 หาร x เหลือเศษ 1 แต่ 3 หาร $xy+1 = 3$ ลงตัว

ดังนั้นสรุปไม่ได้ว่า 3 หาร $xy+1$ ลงตัว

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (2) 9 หาร y เหลือเศษ 8

$y = 8, x = 0$, 9 หาร y เหลือเศษ 8 และ 3 หาร $xy+1 = 1$ เหลือเศษ 1

$y = 8, x = 1$, 9 หาร y เหลือเศษ 8 แต่ 3 หาร $xy+1 = 9$ ลงตัว

ดังนั้นสรุปไม่ได้ว่า 3 หาร $xy+1$ ลงตัว

เหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (1) และ (2) พร้อมกัน

3 หาร x เหลือเศษ 1 $\rightarrow x = 3k+1$

9 หาร y เหลือเศษ 8 $\rightarrow y = 9t+8$

$$xy + 1 = (3k+1)(9t+8) + 1$$

$$= 27kt + 24k + 9t + 8 + 1$$

$$= 27kt + 24k + 9t + 9$$

$$= 3(9kt + 8k + 3t + 3)$$

สรุป 3 หาร $xy+1$ ลงตัว ดังนั้นเหตุผล (1) และ (2) ใช้ร่วมกันเพียงพอ
คำตอบของข้อนี้คือ ตัวเลือก 3.

10. ตอบ 3.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) 3 หาร x ลงตัว

$x = 3, 6, 9, \dots$ จะได้ 3 หาร x ลงตัว แต่สรุปค่า x ไม่ได้

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (2) x หาร 3 ลงตัว

$x = 1, 3$ เป็นตัวเลขที่หาร 3 ลงตัว ดังนั้นสรุปค่า x ไม่ได้

เหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกัน

x หาร 3 ลงตัว และ 3 หาร x ลงตัว $x = 3$ เท่านั้น

สรุปเหตุผล (1) และ (2) ใช้ร่วมกันเพียงพอ

คำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 3.

11. ตอบ 5.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) ค่าน้อยสุดของตัวเลข A, B, C มีค่าน้อยกว่าศูนย์

$A = -1, B = -2, C = -3$ ค่าน้อยสุดมีค่าน้อยกว่าศูนย์ $ABC = -6 < A$

$A = 1, B = -2, C = -3$ ค่าน้อยสุดมีค่าน้อยกว่าศูนย์ แต่ $ABC = 6$

มีค่ามากกว่า A, B, C ทุกตัว

ดังนั้นสรุปไม่ได้ว่า ABC มากกว่า A, B, C ทุกตัว

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (2) ค่ามากที่สุดของตัวเลข A, B, C มีค่าเท่ากับ 1

A = 1, B = 0, C = 0 จะได้ $ABC = 0$ ไม่มากกว่า A

A = 1, B = -2, C = -2 จะได้ $ABC = 4$ มากกว่า A, B, C ทุกตัว
เหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (1) และ (2) พร้อมกัน

ค่ามากที่สุดของ A, B, C คือ 1 ดังนั้นให้ A = 1

ค่าน้อยสุดของ B, C ต้องน้อยกว่าศูนย์ ให้ C = -4

ถ้า B = 0 จะได้ $ABC = 0$ ไม่มากกว่า 0

ถ้า B = -2 จะได้ $ABC = 8$ มากกว่า A, B, C ทุกตัว

ดังนั้นใช้เหตุผล (1) และ (2) พร้อมกันก็ไม่เพียงพอ

คำตอบของข้อนี้ต้องเป็นตัวเลือก 5.

12. ตอบ 3.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) x เท่ากับ % ของ 500

เพราะว่า % ของ y เท่ากับ x

$$\text{เพราะฉะนั้น } \left(\frac{t}{100}\right)y = x$$

จากเหตุผล (1) x เท่ากับ % ของ 500

$$\text{ดังนั้น } \left(\frac{t}{100}\right)500 = x, \quad x = 5t$$

$$\left(\frac{t}{100}\right)y = x = 5t$$

$$\left(\frac{t}{100}\right)y = 5t$$

$$y = 500$$

t = 50 ; 50% ของ y = 500 มีค่าเท่ากับ 250

$t = 20$; 20% ของ $y = 500$ มีค่าเท่ากับ 100

ดังนั้นสรุปค่า x ไม่ได้

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (2) y เท่ากับ $t\%$ ของ 400

y เท่ากับ $t\%$ ของ 400 ; $(\frac{t}{100})(400) = y$

$$y = 4t$$

จาก $t\%$ ของ y เท่ากับ x ดังนั้น $(\frac{t}{100})y = x$

เพราะฉะนั้น $(\frac{t}{100})(4t) = x$

$$x = \frac{t^2}{25}$$

ค่า t ต่างกัน จะได้ค่า x ต่างกัน

ดังนั้นสรุปค่า x ไม่ได้

เหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกัน

$$x = t\% \text{ ของ } 500 \rightarrow (\frac{t}{100})500 = x \rightarrow x = 5t$$

$$y = t\% \text{ ของ } 400 \rightarrow (\frac{t}{100})400 = y \rightarrow y = 4t$$

จาก $t\%$ ของ y เท่ากับ x จะได้ $(\frac{t}{100})y = x$

$$(\frac{t}{100})(4t) = 5t$$

$$t = 125$$

$$x = 5t = 500$$

ดังนั้นเหตุผล (1) และ (2) ใช้พร้อมกันเพียงพอ

คำตอบของข้อสอบข้อนี้คือตัวเลือก 3.

13. ตอบ 4.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $L + M = 2K$

$$\text{จาก } K + L + M = 300$$

$$K + 2K = 300$$

$$3K = 300$$

$$K = 100$$

เหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 4.

พิจารณาเหตุผล (2) $L = 4K - M$

$$\text{จาก } K + L + M = 300$$

$$K + (4K - M) + M = 300$$

$$5K = 300$$

$$K = 60$$

เหตุผล (2) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 4.

สรุปคำตอบของข้อนี้คือ ตัวเลือก 4.

14. ตอบ 3.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $x - y$ เป็นจำนวนบวก

$$x = 4, y = 3, x - y = 1 > 0 \text{ และ } x^2 - y^2 = 16 - 9 = 7 > 0$$

$$x = 4, y = -5, x - y = 9 > 0 \text{ และ } x^2 - y^2 = 16 - 25 = -9 \not> 0$$

ดังนั้นเหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (2) $x + y$ เป็นจำนวนบวก

$$x = 4, y = 5, x + y > 0 \text{ และ } x^2 - y^2 = 16 - 25 = -9 \not> 0$$

$$x = 4, y = 3, x + y > 0 \text{ และ } x^2 - y^2 = 16 - 9 = 7 > 0$$

ดังนั้นเหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 3., 5.

ต่อไปพิจารณาเหตุผล (1) และ (2) พร้อมกัน

เพราะว่า $x - y > 0$

$$x + y > 0$$

จะได้ $(x - y)(x + y) > 0$

เพราะฉะนั้น $x^2 - y^2 > 0$

สรุปเหตุผล (1) และ (2) ใช้พร้อมกันเพียงพอ

คำตอบของข้อนี้คือ ตัวเลือก 3.

15. ตอบ 1.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $x + y > 2x$

จาก $x + y > 2x$

$$y > 2x - x$$

$$y > x$$

สรุปได้ว่า x ไม่มากกว่า y

เหตุผล (1) เพียงพอสรุปได้ว่า x ไม่มากกว่า y

ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 4.

พิจารณาเหตุผล (2) $x^2 > y^2$

$x = -4, y = -3$ จะได้ $x^2 > y^2$ และ $x < y$

$x = 4, y = 3$ จะได้ $x^2 > y^2$ แต่ $x > y$

ดังนั้นสรุปไม่ได้ว่า $x > y$

เหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 3., 5.

คำตอบที่ถูกต้องของข้อนี้คือ ตัวเลือก 1.

16. ตอบ 5.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $\frac{1}{x} = \frac{2}{y}$

$x = 1, y = 2$ จะได้ $\frac{1}{x} = \frac{2}{y}$ และ $x < y$

$x = -1, y = -2$ จะได้ $\frac{1}{x} = \frac{2}{y}$ แต่ $x > y$

ดังนั้นสรุปไม่ได้ว่า $x > y$

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (2) $2y = x$

$x = 2, y = 1$ จะได้ $2y = x$ และ $x > y$

$x = -2, y = -1$ จะได้ $2y = x$ แต่ $x < y$

ดังนั้นสรุปไม่ได้ว่า $x > y$

เหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกัน

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{y} \quad \text{และ} \quad 2y = x$$

$$y = 2x \quad \text{และ} \quad y = \frac{x}{2}$$

$$2x = \frac{x}{2}$$

$$4x = x$$

จะได้ $x = 0, y = 0$ แต่ $\frac{1}{x}$ จะหาค่าไม่ได้ ดังนั้นสรุปค่า x, y ไม่ได้

เหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันไม่เพียงพอ ตัวเลือกของข้อนี้เป็นตัวเลือก 5.

17. ตอบ 3.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) ทรงกระบอก A มีรัศมีเป็น 3 เท่าของ
ทรงกระบอก B

	รัศมี (r)	สูง (h)	ปริมาตรทรงกระบอก ($\pi r^2 h$)
A	3	1	9π
B	1	1	π
B	1	2	2π

ดังนั้นสรุปอัตราส่วนระหว่างปริมาตรของทรงกระบอก A และ B ไม่ได้
เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (2) ความสูง ทรงกระบอก A : ทรงกระบอก B = 3 : 1

	รัศมี (r)	สูง (h)	ปริมาตรทรงกระบอก ($\pi r^2 h$)
A	1	3	9π
B	1	1	π
B	2	1	4π

ดังนั้นสรุปอัตราส่วนระหว่างปริมาตรของทรงกระบอก A และ B ไม่ได้
เหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกัน

$$\text{รัศมีทรงกระบอก B} = r \qquad \text{รัศมีทรงกระบอก A} = 3r$$

$$\text{ความสูงทรงกระบอก B} = h \qquad \text{ความสูงทรงกระบอก A} = 3h$$

$$\text{ปริมาตรทรงกระบอก B} = \pi r^2 h$$

$$\text{ปริมาตรทรงกระบอก A} = \pi(3r)^2(3h) = 27\pi r^2 h$$

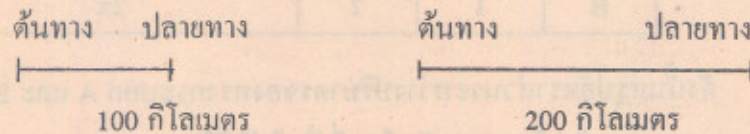
$$\frac{\text{vol}_A}{\text{vol}_B} = \frac{27 \pi r^2 h}{\pi r^2 h} = 27$$

ดังนั้นเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกันเพียงพอ

ตัวเลือกของข้อนี้คือ ตัวเลือก 3.

18. ตอบ 3.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) เขาใช้เวลา 2 ชั่วโมงขับรถจนถึงปลายทาง

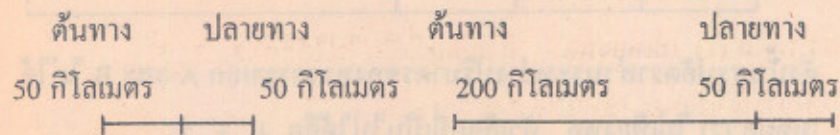


ความเร็วเฉลี่ย = 50 ก.ม./ชม. ความเร็วเฉลี่ย = 100 ก.ม./ชม.

ดังนั้นสรุปไม่ได้ว่า นายสมชาติขับรถด้วยความเร็วเฉลี่ยเท่าใด

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (2) เมื่อเขาขับรถได้ 90 นาที เขาอยู่ห่างจากปลายทาง 50 กิโลเมตร



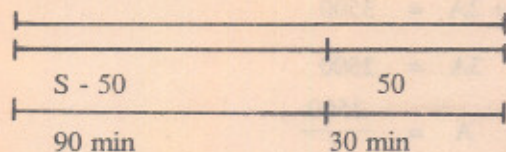
จากทั้งสองกรณีตัวอย่างจะเห็นได้ว่า ไม่สามารถสรุปได้ว่านายสมชาติ
ขับรถด้วยความเร็วเฉลี่ยเท่าใด

เหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (1) และ (2) ร่วมกัน

ให้ v เป็นความเร็วคงที่ของการขับรถ

S เป็นระยะทางทั้งหมด



ในเวลา 30 นาที ขับรถได้ 50 กิโลเมตร

ในเวลา 60 นาที ขับรถได้ 100 กิโลเมตร

สรุปความเร็วเฉลี่ย = 100 กิโลเมตร/ชั่วโมง

เหตุผล (1) และ (2) ใช้พร้อมกันเพียงพอ

สรุปคำตอบของข้อนี้คือ ตัวเลือก 3.

19. ตอบ 3.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) $B = 1000$

$A = 900$, $C = 1600$ จะได้ $A + B + C = 3500$

$A = 800$, $C = 1700$ จะได้ $A + B + C = 3500$

ดังนั้นสรุปค่าของ A , B , C ไม่ได้

เหตุผล (1) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (2) $C = 2A$

$A = 800$, $C = 1600$, $B = 1100$, $A + B + C = 3500$

$A = 750$, $C = 1500$, $B = 1250$, $A + B + C = 3500$

ดังนั้นสรุปค่าของ A , B , C ไม่ได้

เหตุผล (2) ไม่เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 3., 5.

พิจารณาเหตุผล (1) และ (2) พร้อมกัน

$$B = 1000, \quad C = 2A$$

$$A + B + C = 3500$$

$$A + 1000 + 2A = 3500$$

$$3A = 2500$$

$$A = \frac{2500}{3}$$

$$B = 1000$$

$$C = \frac{5000}{3}$$

ดังนั้นสรุปค่า A, B, C ได้ เหตุผล (1) และ (2) พร้อมกันเพียงพอ
ตัวเลือกของข้อนี้คือ ตัวเลือก 3.

20. ตอบ! 3.

แนวคิด พิจารณาเหตุผล (1) ผลคูณของ 2 พจน์แรก = 24

x เป็นเลขคู่ x, x+2, x+4, x+6

$$x(x+2) = 24$$

$$x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$(x+6)(x-4) = 0$$

$$x = -6, 4$$

เพราะว่า $x > 0$ เพราะฉะนั้น $x = 4$ สรุปเลขคู่ทั้งสี่ตัวคือ 4, 6, 8, 10
เหตุผล (1) เพียงพอ ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 1., 4.

พิจารณาเหตุผล (2) ผลบวก 3 พจน์แรก มากกว่าพจน์ที่ 4 เท่ากับ 8

$$(x) + (x+2) + (x+4) = (x+6) + 8$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

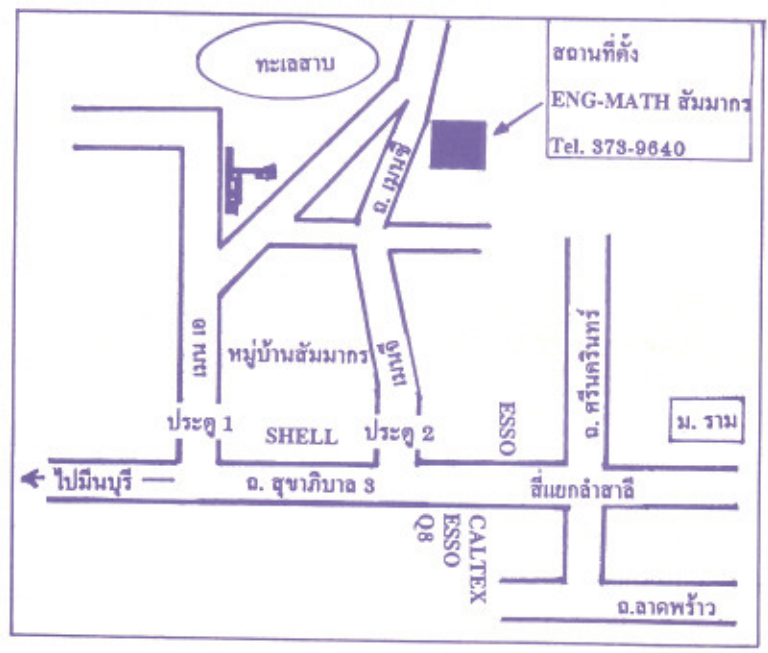
เลขคู่ทั้ง 4 ตัวคือ 4, 6, 8, 10 เหตุผล (2) เพียงพอ
ตัวเลือกที่เป็นไปได้คือ 2., 4. คำตอบของข้อนี้คือ ตัวเลือก 4.

สถาบันกวดวิชา
ENG-MATH สัมมากร

159/10 ถนนแมน C หมู่บ้านสัมมากร ถนน สุขุมวิท 3 ซี่งกุ่ม 10240 โทร. 3739640
เปิดทำการทุกวัน (เว้นวันจันทร์)

เปิดสอน ป. 6 ม. 1-2-3 ม. 4-5-6 และเตรียม ENTRANCE และ MBA
วิชา ภาษาอังกฤษ คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ภาษาฝรั่งเศส
ฟิสิกส์ เคมี CONVERSATION GMAT MBA
โดย ทีมงานอาจารย์มหาวิทยาลัย โรงเรียนสาธิตและโรงเรียน
มัธยมที่มีชื่อเสียงหลายสถาบัน

หลักสูตรการคัดเลือก
คณิตศาสตร์ ม. ต้น ม. ปลาย GMAT และ MBA
สอนโดยผู้เขียน รองศาสตราจารย์ ดำรงค์ ทิพย์โยธา



คู่มือตัดตัวเลือก คณิตศาสตร์ GMAT และ MBA

ข้อสอบคณิตศาสตร์ GMAT และ MBA ต้องใช้ความรู้และความรวดเร็ว
ในการหาคำตอบ หากผู้เข้าสอบมีเทคนิคการตัดตัวเลือกติดตัวไว้บ้างก็จะ
ทำคะแนนได้เร็วขึ้น ตัวอย่างของข้อสอบเช่น

ค่าของ $18x^6y^2 - 2x^2y^4$ เท่ากับเท่าใด

1. $(3x-y)(3x+y)$ 2. $2(3y-x)(3y+x)$ 3. $2x^2y^2(3x^2-y^2)$
4. $9x^4y^2(3x-y)^2$ 5. $2x^2y^2(3x+y)(3x-y)$

แทนค่า $x=1, y=0$ จะได้ $18x^6y^2 - 2x^2y^4 = 0$ ค่าในตัวเลือกคือ

1. 9 2. -2 3. 0 4. 0 5. 0

ดังนั้นตัดตัวเลือก 1. และ 2. ทิ้งได้

แทนค่า $x=1, y=1$ จะได้ $18x^6y^2 - 2x^2y^4 = 16$ ตัวเลือกที่เหลือคือ

3. 4 4. 36 5. 16

ดังนั้นตัดตัวเลือก 3. และ 4. ทิ้งได้อีก

จะเห็นได้ว่าแม้แยกตัวประกอบไม่เป็นแต่ก็ยังได้คะแนน

ถ้าต้องการได้คะแนนเร็วกว่านี้ต้องอ่านเนื้อหาภายในเล่ม

จัดจำหน่ายโดย

ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อาคารศาลาพระเกี้ยว จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

โทร. 2183980-2, 2187000 โทรสาร 2554441

คู่มือตัดตัวเลือกคณิตศาสตร์ ฯ
ISBN 974-7101-43-2



9 789747 101430

C112
7000 120.00 บาท