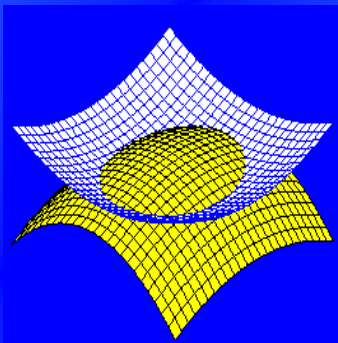
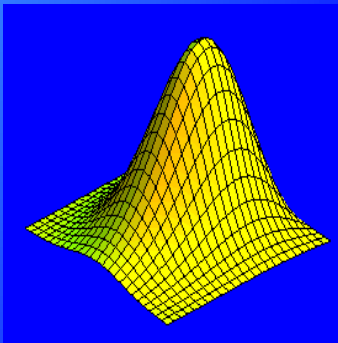
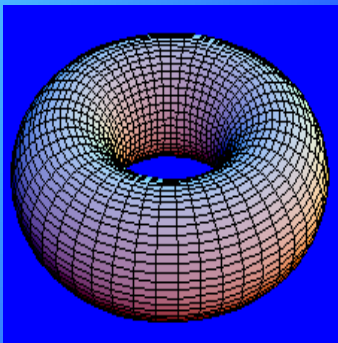
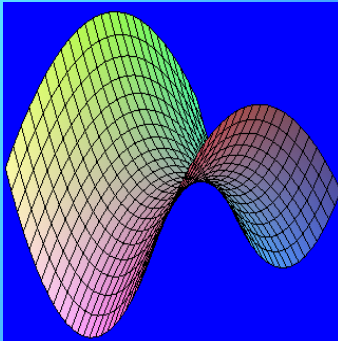


คณิตศาสตร์ปริบัย เล่มที่ 28

คู่มือโปรแกรมสำเร็จรูป

MATHCAD
MATHEMATICA
MATLAB
MAPLE



ประยุกต์การคำนวณกับเนื้อหาวิชา
คณิตศาสตร์ ม. ปลาย
แคลคูลัส
สมการเชิงอนุพันธ์
การวิเคราะห์เชิงตัวเลข
พีชคณิตเชิงเส้น
ความน่าจะเป็นและสถิติ
คณิตศาสตร์ขั้นสูง

รองศาสตราจารย์ ดำรงค์ ทิพย์โยธา
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คณิตศาสตร์ปริยาย เล่มที่ 28

คู่มือ โปรแกรมสำเร็จรูป

Mathcad
Mathematica
MATLAB
Maple

รองศาสตราจารย์ ดำรงค์ ทิพย์โยธา
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คณิตศาสตร์ปริยาย เล่มที่ 28

คู่มือโปรแกรมสำเร็จรูป Mathcad Mathematica MATLAB Maple

ผู้เขียน รองศาสตราจารย์ ดำรงค์ ทิพย์โยธา

พิมพ์ครั้งที่ 1 ตุลาคม พ.ศ. 2546

สงวนลิขสิทธิ์ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์

ข้อมูลบรรณานุกรมหอสมุดแห่งชาติ

ดำรงค์ ทิพย์โยธา

คณิตศาสตร์ปริยาย เล่มที่ 28 คู่มือโปรแกรมสำเร็จรูป mathcad mathematica

- - กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2546.

408 หน้า

1. โปรแกรมคอมพิวเตอร์ 2. การเขียนโปรแกรม(คอมพิวเตอร์) .I. ชื่อเรื่อง

005.1

ISBN 974-13-2564-9

จัดจำหน่ายโดย ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถนนพญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330

ศาลาพระเกี้ยว โทร. 0-2218-7000 โทรสาร 0-2255-4441

สยามสแควร์ โทร. 0-2218-9888 โทรสาร 0-2254-9495

สาขา ม.นเรศวร จ.พิษณุโลก โทร. 0-5526-0162-5 โทรสาร 0-5526-0165

CALL CENTER 0-2255-4433

<http://www.chulabook.com>

พิมพ์ที่

โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โทร. 0-2218-3563-4, 0-2215-3612

<http://www.cuprint.chula.ac.th>

คำนำ

การประยุกต์ใช้งานทางด้านคณิตศาสตร์ ในสาขาต่าง ๆ เช่น สาขาวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิทยาศาสตร์ และสาขาอื่น ๆ ที่จำเป็นต้องใช้การคำนวณ เครื่องมือที่ใช้ในการคำนวณทางด้านคณิตศาสตร์ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันจึงมีความสำคัญมากเช่น เครื่องคำนวณแบบใช้เฟืองของนักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศส Blaise Pascal เครื่องคำนวณของนักคณิตศาสตร์ชาวเยอรมัน Gottfried Wilhelm von Leibniz ลูกคิดของชาวจีน ไม้บรรทัดคำนวณ (slide rule) เครื่องคิดเลข เมื่อมาสู่ยุคของคอมพิวเตอร์ ก็เริ่มมีภาษาคอมพิวเตอร์ที่สนับสนุนการคำนวณทางคณิตศาสตร์ เช่น ภาษาเบสิก ภาษาฟอร์แทรน ภาษาปาสคาส แต่ในปัจจุบันหากต้องการคำนวณเพื่อให้ได้ผลเร็วที่สุด นักเรียน นิสิต นักศึกษา ครูและอาจารย์ผู้สอนทุกท่าน น่าจะเลือกใช้โปรแกรมสำเร็จรูปที่ช่วยในการคำนวณทางคณิตศาสตร์

ในปัจจุบันโปรแกรมสำเร็จรูปที่มีความสามารถสูงและได้รับความนิยมในการใช้งานกันมากคือ โปรแกรม Mathcad Mathematica MATLAB และ Maple

ตัวอย่างความสามารถในการคำนวณของ Mathcad Mathematica MATLAB และ Maple เช่น

- ทำการคำนวณได้แบบเครื่องคิดเลขและมีฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ให้ใช้มากมายเช่น \sin \cos \tan \log
- สามารถคำนวณในรูปแบบ เวกเตอร์ เมทริกซ์ จำนวนเชิงซ้อน
- สามารถเขียนกราฟได้มากมายหลายรูปแบบ เช่นกราฟ 2 มิติ 3 มิติ พิกัดเชิงขั้ว กราฟพื้นผิว
- มีฟังก์ชันในกลุ่มของคณิตศาสตร์ขั้นสูงให้ใช้งานเช่น ฟังก์ชันแกมมา ฟังก์ชันเบสเซล ฟังก์ชันเลอจองด์
- สามารถทำการจัดรูปพีชคณิต เช่น การกระจาย การแยกตัวประกอบ ทั้งพหุนามและฟังก์ชันตรีโกณมิติ
- สามารถคำนวณ ลิมิต อนุพันธ์ อินทิกรัล เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ทั้งแบบเป็นค่าตัวเลขและเป็นสูตร
- สามารถหา รากสมการ ผลเฉลยระบบสมการ ผลเฉลยสมการเชิงอนุพันธ์ และ ระบบสมการเชิงอนุพันธ์
- สามารถนำคำสั่งต่าง ๆ มาเขียนเป็นโปรแกรมเพื่อทำการคำนวณทางคณิตศาสตร์ที่ยุ่ยากซับซ้อนได้

ในการเขียนหนังสือคู่มือเล่มนี้ ผู้เขียนได้แบ่งเนื้อหาการใช้งานของทุกโปรแกรมออกเป็น 7 บทเหมือนกัน เพื่อให้ผู้อ่านจะได้เห็นเนื้อหาในลักษณะเปรียบเทียบกัน และสามารถเลือกใช้งานโปรแกรมทั้ง 4 โปรแกรมได้อย่างเหมาะสมกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ เนื้อหาทั้ง 7 บทเป็นดังนี้

บทที่ 1. ความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรม

ในบทนี้ขอแนะนำให้อ่านให้ครบทั้ง 4 โปรแกรม เพื่อจะได้เห็นความสามารถโดยรวมของโปรแกรมสำเร็จรูปที่มีชื่อเสียงในปัจจุบัน

บทที่ 2. การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป

ในบทนี้กล่าวถึงการเรียกโปรแกรมขึ้นมาใช้งาน การพิมพ์คำสั่งคำนวณ การคำนวณค่าทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ในบทนี้ขอแนะนำให้อ่านศึกษาด้วยการทำงานหน้าคอมพิวเตอร์ ฝึกหัดด้วยการพิมพ์ตามคำแนะนำของคู่มือ จะได้เข้าใจวิธีการใช้งานมากยิ่งขึ้น

บทที่ 3. การเขียนกราฟ

งานทางด้านคณิตศาสตร์ กราฟ เป็นเรื่องที่สำคัญมาก จึงแยกออกมาเป็นหนึ่งบทต่างหาก เพื่อให้ผู้อ่านจะได้เห็นการเขียนกราฟในรูปแบบต่างๆ และปรับเปลี่ยนรูปแบบของกราฟให้สวยงาม

- บทที่ 4. การใช้งานเบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรม**
ในบทนี้จะกล่าวถึงการทำการโดยทั่วไปเมื่ออยู่หน้าจอภาพของโปรแกรมสำเร็จรูป เช่น การ copy สูตร การ paste สูตร การเปิดการปิดแฟ้มข้อมูล และคำสั่งทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ
- บทที่ 5. การเขียนโปรแกรมด้วยคำสั่งของโปรแกรมสำเร็จรูป**
โปรแกรมทั้ง 4 โปรแกรมมีคำสั่งและโครงสร้างที่สนับสนุนการทำงานแบบโปรแกรม ดังนั้นเราจึงสามารถเขียนโปรแกรมเพื่อคำนวณค่าทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนได้
- บทที่ 6. การคำนวณคณิตศาสตร์ ม. ปลาย**
ในบทนี้จะนำความสามารถของโปรแกรมสำเร็จรูปไปช่วยในการคำนวณค่าต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียน ม. ปลาย และแนวทางในการเฉลยข้อสอบ entrance
- บทที่ 7. การคำนวณระดับอุดมศึกษา**
เป็นการประยุกต์ความสามารถของการคำนวณกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา เช่น แคลคูลัส สมการเชิงอนุพันธ์ การหาผลเฉลยเชิงตัวเลข ความน่าจะเป็นและสถิติ พีชคณิตเชิงเส้น และ คณิตศาสตร์ขั้นสูง

จากประสบการณ์ของผู้เขียน ในการสอนคณิตศาสตร์และการใช้งานโปรแกรมสำเร็จรูปให้กับนิสิต ขอแนะนำว่าโปรแกรม Mathcad จะเป็นโปรแกรมที่ใช้งานได้ง่าย แต่ถ้าสนใจการประยุกต์ใช้งานด้วยการเขียนโปรแกรมขอให้เริ่มต้นศึกษากับ Mathematica MATLAB และ Maple เมื่อใช้โปรแกรมเป็นอย่างน้อย 1 โปรแกรมแล้ว จะเข้าใจการใช้งานโปรแกรมที่เหลือง่ายขึ้น

ผู้เขียนขอฝากความคิดเห็นไปยัง ผู้มีหน้าที่จัดทำหลักสูตรทางการเรียนการสอนในสาขาที่ต้องมีการคำนวณมาก ๆ เช่น สาขาวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิทยาศาสตร์ จะเห็นว่าเมื่อประมาณ 30 - 40 ปีที่แล้ว นิสิตนักศึกษาทุกคนต้องใช้ไม้บรรทัดคำนวณ (slide rule) เป็น และในช่วง 20 ปีที่ผ่านมา นิสิตนักศึกษาทุกคนต้องใช้เครื่องคิดเลขและเรียนภาษาคอมพิวเตอร์อย่างน้อย 1 ภาษา จุดมุ่งหมายก็คือต้องการแก้ปัญหาทางการคำนวณ ปัจจุบันนี้โปรแกรม Mathcad Mathematica MATLAB และ Maple นับได้ว่ามีความสามารถเทียบเท่าภาษาคอมพิวเตอร์และมีความสามารถในการคำนวณดีกว่า น่าจะสอนให้นิสิตนักศึกษาทุกคนในสาขาวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิทยาศาสตร์ ใช้โปรแกรม Mathcad Mathematica MATLAB และ Maple อย่างน้อย 1 โปรแกรม เพื่อประโยชน์ในการคำนวณระดับสูงต่อไป

สุดท้ายนี้หวังว่าหนังสือเล่มนี้จะเป็นประโยชน์ต่อผู้อ่านทุกท่านที่ต้องการเครื่องมือในการคำนวณ และขอขอบคุณผู้อ่านทุกท่านที่ติดตามผลงานของผู้เขียนมาจนถึง คณิตศาสตร์ปรนัย เล่มที่ 28 นี้

ดำรงค์ ทิพย์โยธา

สารบัญ

Mathcad

บทที่ 1.	ความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรม Mathcad.....	1 – 10
บทที่ 2.	การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Mathcad.....	11 – 48
บทที่ 3.	การเขียนกราฟด้วย Mathcad.....	49 – 72
บทที่ 4.	การใช้งานเบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรม Mathcad.....	73 – 84
บทที่ 5.	การเขียนโปรแกรมด้วยคำสั่งของ Mathcad.....	85 – 90
บทที่ 6.	การคำนวณคณิตศาสตร์ ม. ปลาย ด้วย Mathcad.....	95 – 104
บทที่ 7.	การคำนวณระดับอุดมศึกษาด้วย Mathcad.....	105 – 120

Mathematica

บทที่ 1.	ความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรม Mathematica.....	1 – 10
บทที่ 2.	การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Mathematica.....	11 – 34
บทที่ 3.	การเขียนกราฟด้วย Mathematica.....	35 – 50
บทที่ 4.	การใช้งานเบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรม Mathematica.....	51 – 62
บทที่ 5.	การเขียนโปรแกรมด้วยคำสั่งของ Mathematica.....	63 – 68
บทที่ 6.	การคำนวณคณิตศาสตร์ ม. ปลาย ด้วย Mathematica.....	69 – 78
บทที่ 7.	การคำนวณระดับอุดมศึกษาด้วย Mathematica.....	79 – 94

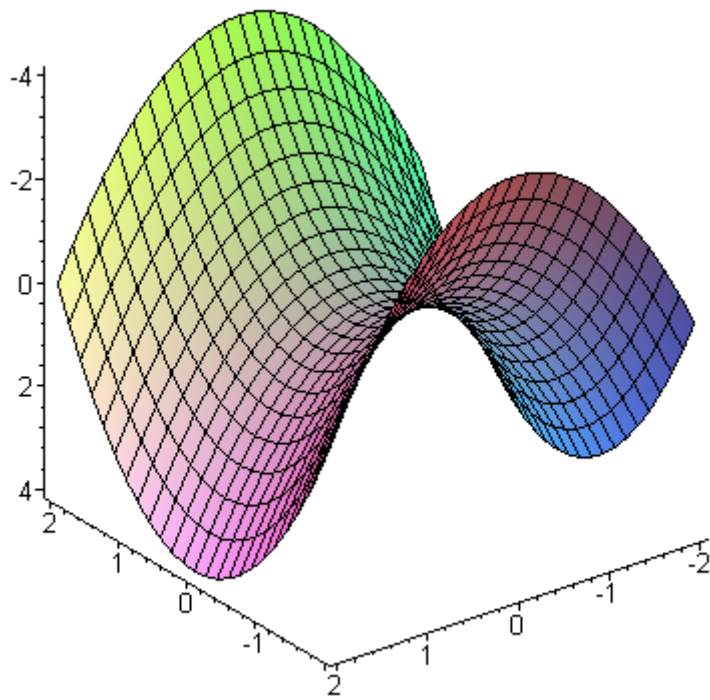
MATLAB

บทที่ 1.	ความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรม MATLAB.....	1 – 10
บทที่ 2.	การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB.....	11 – 30
บทที่ 3.	การเขียนกราฟด้วย MATLAB.....	31 – 46
บทที่ 4.	การใช้งานเบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรม MATLAB.....	47 – 62
บทที่ 5.	การเขียนโปรแกรมด้วยคำสั่งของ MATLAB.....	63 – 72
บทที่ 6.	การคำนวณคณิตศาสตร์ ม. ปลาย ด้วย MATLAB.....	73 – 80
บทที่ 7.	การคำนวณระดับอุดมศึกษาด้วย MATLAB.....	81 – 90

สารบัญ Maple

บทที่ 1.	ความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรม Maple.....	1 – 8
บทที่ 2.	การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Maple.....	9 – 28
บทที่ 3.	การเขียนกราฟด้วย Maple.....	29 – 44
บทที่ 4.	การใช้งานเบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรม Maple.....	45 – 56
บทที่ 5.	การเขียนโปรแกรมด้วยคำสั่งของ Maple.....	57 – 64
บทที่ 6.	การคำนวณคณิตศาสตร์ ม. ปลาย ด้วย Maple.....	65 – 74
บทที่ 7.	การคำนวณระดับอุดมศึกษาด้วย Maple.....	75 – 92

Mathcad



บทนำ

Mathcad

โปรแกรมสำเร็จรูป Mathcad เป็นโปรแกรมช่วยแก้ปัญหาต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ทั้งระดับมัธยมศึกษา และ ระดับอุดมศึกษา โปรแกรม Mathcad เป็นโปรแกรมที่มีความสะดวกต่อการใช้เป็นอย่างมาก เพราะสามารถที่จะทำการคำนวณโดยตรงแบบเครื่องคิดเลขหรือจะคำนวณในรูปแบบโปรแกรมก็ได้ การใช้งานของโปรแกรมคล้ายกับการทดเลขบนกระดาษหรือบนกระดานดำ กล่าวคือเมื่อเราเขียนสูตรหรือพิมพ์สูตรเสร็จ เมื่อกดเครื่องหมายเท่ากับก็จะได้ผลของการคำนวณตามที่ต้องการ

การใช้งานของโปรแกรม Mathcad เมื่อเปรียบเทียบกับโปรแกรมอื่น ๆ จะมีข้อแตกต่างบางอย่างที่สำคัญเช่น

- บนจอภาพของ Mathcad เราจะพิมพ์สูตรคำนวณ ณ ตำแหน่งที่ว่างใด ๆ บนจอได้ แต่โปรแกรมอื่น ๆ ต้องพิมพ์ที่บรรทัดของการรอรับคำสั่ง แต่การใช้งานก็ต้องระวัง เพราะว่าการติกาการคำนวณของ Mathcad จะคำนวณสูตรจากสูตรบนลงล่าง และคำนวณสูตรจากสูตรทางซ้ายไปทางขวา
- ในการใช้งาน ถ้ามีการเปลี่ยนค่าของตัวแปร การเปลี่ยนแปลงสูตร โปรแกรม Mathcad จะทำการคำนวณใหม่โดยอัตโนมัติทุกครั้ง
- ระหว่างการพิมพ์สูตร โปรแกรม Mathcad จะจัดรูปแบบของสูตรให้ตามความเหมาะสมของสูตร ดังนั้นการพิมพ์สูตรในครั้งแรก ๆ อาจจะทำให้งั้นได้ แต่เมื่อพิมพ์เป็นแล้ว การจัดรูปแบบระหว่างการพิมพ์สูตรของ Mathcad ถือได้ว่าเป็นความสามารถที่ดีเด่นมาก
- การปรับเปลี่ยนค่าต่าง ๆ เช่น การแสดงทศนิยม การกำหนดวิธีแสดงผลที่ได้จากการคำนวณ การปรับรูปแบบกราฟ ส่วนใหญ่จะใช้การกำหนดค่าต่าง ๆ ที่ต้องการผ่านคำสั่งย่อยของเมนูบาร์
- สามารถนำแถบเครื่องมือเช่น Calculus Graph แสดงบนจอภาพ เพื่อเลือกใช้งานได้สะดวกขึ้น
- สามารถเขียนกราฟได้ถึง 16 เส้นพร้อมกัน การปรับเปลี่ยนรูปแบบของกราฟ ใช้การเลือกคำสั่งผ่านเมนู format graph ทำให้การปรับเปลี่ยนรูปแบบกราฟสะดวกที่สุด
- ด้วยความสามารถในการจัดรูปแบบการพิมพ์อัตโนมัติทำให้โปรแกรม Mathcad สามารถพิมพ์สูตรทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนมาก ๆ ได้ดีกว่าโปรแกรมอื่น ๆ

สารบัญ

บทที่ 1.	ความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรม Mathcad.....	1 – 10
บทที่ 2.	การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Mathcad.....	11 – 48
บทที่ 3.	การเขียนกราฟด้วย Mathcad.....	49 – 72
บทที่ 4.	การใช้งานเบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรม Mathcad.....	73 – 84
บทที่ 5.	การเขียนโปรแกรมด้วยคำสั่งของ Mathcad.....	85 – 90
บทที่ 6.	การคำนวณคณิตศาสตร์ ม. ปลาย ด้วย Mathcad.....	91 – 104
บทที่ 7.	การคำนวณระดับอุดมศึกษาด้วย Mathcad.....	105 – 120

บทที่ 1.

ความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรม Mathcad

ในบทนี้จะเป็นการนำความสามารถต่าง ๆ ที่โปรแกรมสำเร็จรูป Mathcad ทำได้มานำเสนอให้ดูก่อน เพื่อผู้อ่านจะได้เห็นความสามารถทางการคำนวณที่สำคัญของโปรแกรมสำเร็จรูป Mathcad ในส่วนของการพิมพ์คำสั่ง การเข้าสู่โปรแกรม Mathcad และการประยุกต์ต่าง ๆ จะกล่าวในบทต่อไป

1. การคำนวณเบื้องต้น บวก ลบ คูณ หาร

$$3.25 + 16.5 = 19.75$$

$$7.5 - 3.25 = 4.25$$

$$12 \cdot 3 = 36$$

$$\frac{15}{4} = 3.75$$

$$\frac{(9 + 3) \cdot 12}{4} = 36$$

หมายเหตุ Mathcad สามารถทำการคำนวณได้อย่างต่อเนื่อง และ จัดรูปแบบการพิมพ์ได้

2. สามารถเลือกแสดงผลการคำนวณเป็นทศนิยมได้หลายตำแหน่ง

$$\frac{2}{9} = 0.222 \quad \frac{2}{9} = 0.22222 \quad \frac{2}{9} = 0.22222222$$

$$\pi = 3.142 \quad \pi = 3.14159265 \quad \pi = 3.14159265358979$$

3. มีฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ให้เลือกใช้มากมาย

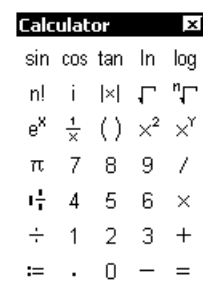
$$\cos(\pi) = -1 \quad \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \quad \tan(45\text{-deg}) = 1$$

$$\text{asin}(0.5) = 0.524 \quad \text{asin}(1) = 90\text{ deg} \quad \text{atan}(1) = 0.785$$

$$\log(2) = 0.301 \quad \ln(2) = 0.693 \quad \log(100, 10) = 2$$

หมายเหตุ

1. asin คือ arcsin, acos คือ arccos, atan คือ arctan
2. log คือ ลอการิทึมฐาน 10 และ ln คือ ลอการิทึมฐาน e
log(A, x) คือ ลอการิทึมของ x ฐาน A
3. การหาค่า sin, cos, tan, ... สามารถคำนวณได้ทั้งหน่วย องศาและเรเดียน
4. ค่าของ acrsin, arccos, arctan, ... สามารถแสดงได้ทั้งหน่วย องศาและเรเดียน
5. ตัวอย่างฟังก์ชันอื่นๆ ดูได้จากแถบเครื่องคิดเลขนี้



4. ความสามารถที่จะกำหนดสูตรของฟังก์ชันใช้งานเองได้

$$f(x) := x^2 + 3 \cdot x + 1$$

$$f(1) = 5 \quad f(5) = 41 \quad f(f(1)) = 41$$

5. สามารถสร้างตารางคำนวณค่าของฟังก์ชันได้โดยง่าย

เมื่อเรากำหนดค่า $x = 1, 2, \dots, 5$

และกำหนดสูตร $f(x), g(x)$

โปรแกรม Mathcad จะแสดงผลการคำนวณ

ในรูปแบบของตารางได้โดยง่าย

$x := 1..5$	$f(x) := x^2$	$g(x) := 2 \cdot x + 1$
$x =$	$f(x) =$	$g(x) =$
1	1	3
2	4	5
3	9	7
4	16	9
5	25	11

6. สามารถเปลี่ยนหน่วยของการคำนวณได้โดยง่าย

$$\sin(30\text{-deg}) = 0.5$$

$$\cos(60\text{-deg}) = 0.5$$

$$\tan(45\text{-deg}) = 1$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0.5$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.707$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1.732$$

$$\text{asin}(0.5) = 0.524\text{rad}$$

$$\text{asin}(0.5) = 30\text{deg}$$

การคำนวณค่า ฟังก์ชันตรีโกณมิติ sin, cos, tan, ... สามารถคำนวณได้ทั้งหน่วย องศาและเรเดียน

การคำนวณค่า อินเวอร์สฟังก์ชันตรีโกณมิติ arcsin, arccos, ... สามารถแสดงผลได้ทั้งหน่วย องศาและเรเดียน

7. สามารถแสดงหน่วยของผลการคำนวณได้

กำหนดให้ s มีหน่วยเป็น เมตร

t มีหน่วยเป็น วินาที

ผลการคำนวณของ Mathcad

ค่า $v = \frac{s}{t}$ มีหน่วยเป็น เมตรต่อวินาที

ผลลัพธ์ของ Mathcad จะแสดงหน่วยการคำนวณ

$$s := 1000\text{-m}$$

$$t := 20\text{-sec}$$

$$v := \frac{s}{t}$$

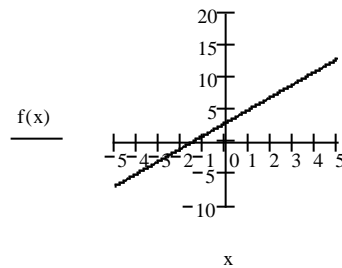
$$v = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

8. ความสามารถในการเขียนกราฟได้หลายแบบ

8.1 กราฟในระบบพิกัดมุมฉาก

ตัวอย่าง กราฟของ $f(x) = 2x + 3$ บนช่วง $[-5, 5]$

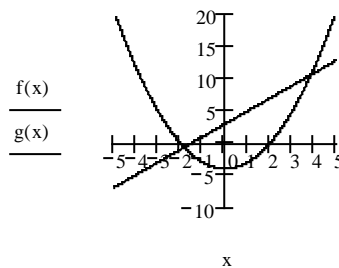
$$x := -5, -4.99..5 \quad f(x) := 2 \cdot x + 3$$



8.2 สามารถเขียนกราฟได้หลายเส้นพร้อมกัน

ตัวอย่าง กราฟของ $f(x) = 2x + 3$ กับ $g(x) = x^2 - 4$ บนช่วง $[-5, 5]$

$$x := -5, -4.99..5 \quad f(x) := 2 \cdot x + 3 \quad g(x) := x^2 - 4$$



8.3 สามารถเขียนกราฟแบบคู่ลำดับ

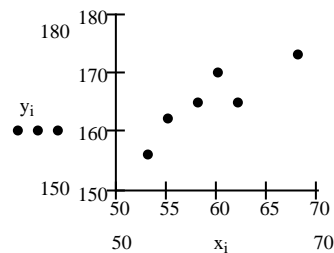
ตัวอย่าง การเขียนกราฟของข้อมูล

น้ำหนักและส่วนสูง

น้ำหนัก	ความสูง
53	156
58	165
55	162
60	170
62	165
68	173

$$\text{ORIGIN} := 1 \quad i := 1..6$$

$$x := \begin{pmatrix} 53 \\ 58 \\ 55 \\ 60 \\ 62 \\ 68 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} 156 \\ 165 \\ 162 \\ 170 \\ 165 \\ 173 \end{pmatrix}$$



8.4 สามารถเขียนกราฟแท่ง (Bar graph) ของข้อมูลทางสถิติ

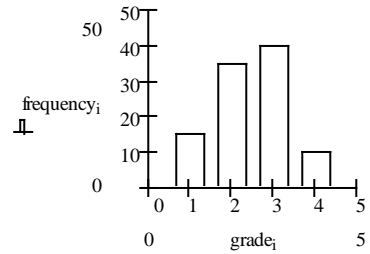
ตัวอย่าง การเขียนกราฟของข้อมูล

คะแนน และ ความถี่

คะแนน	ความถี่
1	15
2	35
3	40
4	10

$$\text{ORIGIN} := 1 \quad i := 1..4$$

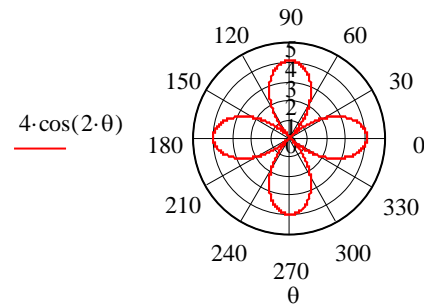
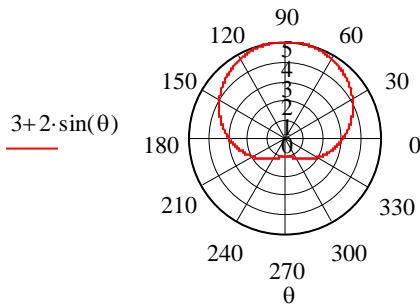
$$\text{grade} := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{frequency} := \begin{pmatrix} 15 \\ 35 \\ 40 \\ 10 \end{pmatrix}$$



8.5 สามารถเขียนกราฟในระบบพิกัดเชิงขั้ว

ตัวอย่าง การเขียนกราฟรูปหัวใจ $r = 3 + 2\sin\theta$, กราฟรูปกลีบกุหลาบ $r = 4\cos 2\theta$

$$\theta := 0, 0.01.. 2 \cdot \pi$$

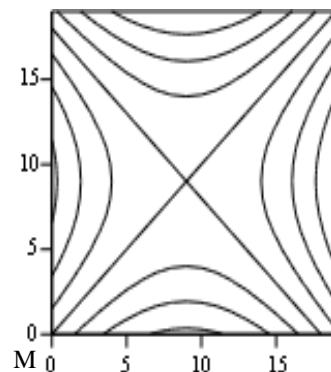
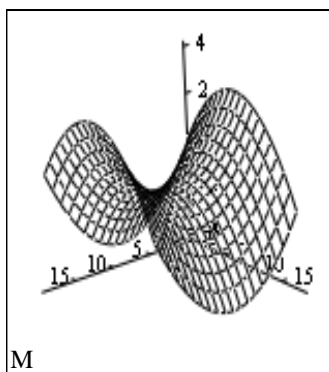


8.6 สามารถเขียนกราฟในระบบพิกัด 3 มิติ เช่นกราฟพื้นผิว กราฟ contour

ตัวอย่าง กราฟของพื้นผิวไฮเพอร์โบลิกพาราโบลอยด์

หรือพื้นผิวรูปอานม้า $f(x, y) = x^2 - y^2$

$$i := 1..20 \quad j := 1..20 \quad x_i := -2 + 0.2 \cdot i \quad y_j := -2 + 0.2 \cdot j \quad f(x, y) := x^2 - y^2 \quad M_{(i, j)} := f(x_i, y_j)$$



8.7 สามารถปรับเปลี่ยนรูปแบบของกราฟให้เหมาะสมกับการใช้งาน

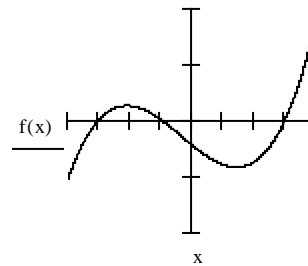
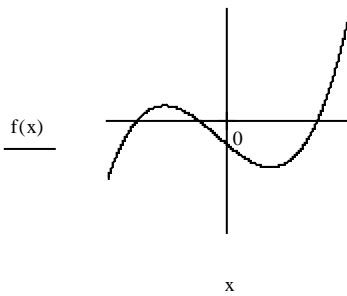
ตัวอย่าง กราฟของ $f(x) = x^3 + x^2 - 9x - 9$ บนช่วง $[-4, 4]$

แบบที่ 1. มีแกน X และแกน Y แต่ไม่มีสเกล

แบบที่ 2. มีแกน X และแกน Y มีสเกล แต่ไม่มีตัวเลขที่สเกล

$$x := -4, -3.99..4 \quad f(x) := x^3 + x^2 - 9x - 9$$

$$x := -4, -3.99..4 \quad f(x) := x^3 + x^2 - 9x - 9$$

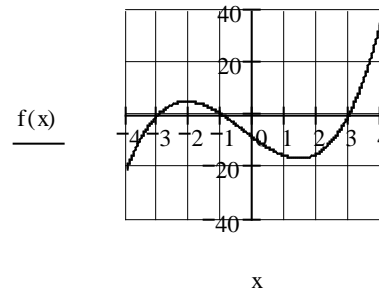
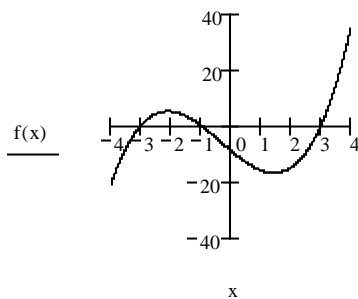


แบบที่ 3. มีแกน X และแกน Y มีสเกลและมีตัวเลขที่สเกล

แบบที่ 4. มีแกน X และแกน Y มีสเกล มีตัวเลขที่สเกล มีเส้นกริดช่วยในการประมาณค่า

$$x := -4, -3.99..4 \quad f(x) := x^3 + x^2 - 9x - 9$$

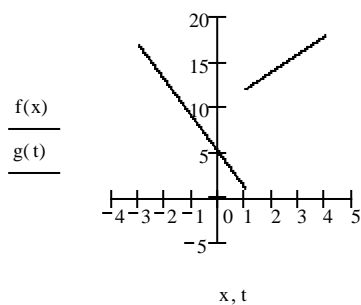
$$x := -4, -3.99..4 \quad f(x) := x^3 + x^2 - 9x - 9$$



8.8 สามารถเขียนกราฟ 2 ฟังก์ชันที่มีโดเมนต่างกันได้

ตัวอย่าง กราฟของ $f(x) = 5 - 4x$ บนช่วง $[-3, 1]$ และ $g(t) = 2t + 10$ บนช่วง $[1, 4]$

$$x := -3, -2.99..1 \quad f(x) := 5 - 4x \quad t := 1, 1.01..4 \quad g(t) := 2t + 10$$



9. การคำนวณในรูปแบบของเลขฐานอื่น ๆ

ตัวอย่าง 12 ฐาน 8 บวกกับ 15 ฐาน 8 ได้ 23 ฐาน 10

$$12_8 + 15_8 = 23_{10}$$

12 ฐาน 16 บวกกับ 15 ฐาน 16 ได้ 39 ฐาน 10

$$12_{16} + 15_{16} = 39_{10}$$

หมายเหตุ อักษร o ท้ายตัวเลขหมายถึงเลขฐาน 8 และ อักษร h ท้ายตัวเลขหมายถึงเลขฐาน 16

10. การคำนวณในรูปแบบเวกเตอร์

Mathcad สามารถหาผลบวก ผลต่าง dot product cross product และ ขนาดของเวกเตอร์ได้

$$u := \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \quad v := \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$u + v = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix} \quad u - v = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix} \quad u \times v = \begin{pmatrix} -24 \\ 18 \\ -1 \end{pmatrix} \quad u \cdot v = 18 \quad |u| = 7$$

11. การคำนวณในรูปแบบเมทริกซ์

Mathcad สามารถหา ผลบวก ผลต่าง อินเวอร์ส ค่ากำหนด ของเมทริกซ์ได้

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \quad A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 6 & 20 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 9 \end{pmatrix} \quad 4 \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 12 & 20 \end{pmatrix} \quad |B| = 8 \quad |A| = -1 \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

12. การคำนวณจำนวนเชิงซ้อน

Mathcad สามารถหาผลบวก ผลต่าง อินเวอร์ส ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนได้

$$z := 3 + 4i \quad w := 5 + 12i$$

$$z + w = 8 + 16i \quad z \cdot w = -33 + 56i \quad |z| = 5 \quad z^{-1} = 0.12 - 0.16i$$

13. การหาผลบวกในรูปแบบผลบวก \sum

ตัวอย่าง การหาผลบวกของตัวเลข

$$\sum_{i=1}^{10} i = 55 \quad \sum_{i=1}^{10} i^2 = 385 \quad \sum_{i=1}^{10} i \cdot (i + 1) = 440$$

ตัวอย่าง การหาผลบวกของตัวแปร x_i เมื่อ $i = 1, 2, 3, \dots, n$

ORIGIN := 1 $i := 1..5$ $x_i :=$

2
3
7
12
16

$$\sum_{i=1}^5 x_i = 40$$

$$\sum_{i=1}^5 (x_i)^2 = 462$$

14. การคำนวณค่าสถิติเบื้องต้น

ตัวอย่าง การหาค่าสถิติเบื้องต้นของข้อมูล 2, 3, 7, 12, 16

mean = ค่าเฉลี่ย min = ค่าต่ำสุด
 median = มัธยฐาน max = ค่าสูงสุด

$$\text{var} = \text{ความแปรปรวนของประชากร} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\text{stdev} = \text{ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร} = \sqrt{\text{var}(x)}$$

$$\text{Var} = \text{ความแปรปรวนของตัวอย่าง} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$\text{Stdev} = \text{ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง} = \sqrt{\text{Var}(x)}$$

ORIGIN := 1 $i := 1..5$

$x_i :=$	mean(x) = 8					
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td>2</td></tr><tr><td>3</td></tr><tr><td>7</td></tr><tr><td>12</td></tr><tr><td>16</td></tr></table>	2	3	7	12	16	median(x) = 7
2						
3						
7						
12						
16						
	stdev(x) = 5.329					
	var(x) = 28.4					
	Stdev(x) = 5.958					
	Var(x) = 35.5					
	max(x) = 16					
	min(x) = 2					

15. สามารถหาความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลในรูปแบบ $y = mx + c$ ได้

ตัวอย่าง การหาความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงระหว่าง น้ำหนัก (x) กับส่วนสูง (y)

น้ำหนัก	ความสูง
53	156
58	165
55	162
60	170
62	165
68	173

x เป็นตัวแปรอิสระ

y เป็นตัวแปรตาม

slope(x, y) คือ สัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้น

intercept(x, y) คือค่าคงตัวของสมการเส้นตรง $y = mx + c$

corr(x, y) คือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงเส้นตรง

ORIGIN := 1 $i := 1..6$

$$x := \begin{pmatrix} 53 \\ 58 \\ 55 \\ 60 \\ 62 \\ 68 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} 156 \\ 165 \\ 162 \\ 170 \\ 165 \\ 173 \end{pmatrix}$$

$m := \text{slope}(x, y)$ $m = 0.995$

$c := \text{intercept}(x, y)$ $c = 106.109$

$r := \text{corr}(x, y)$ $r = 0.891$

16. ความสามารถในการจัดรูปพีชคณิต การแยกตัวประกอบ การกระจายพหุนาม

16.1 การกระจายพหุนาม

ตัวอย่าง

$$(x - 1) \cdot (x + 2) \text{ expand} \rightarrow x^2 + x - 2$$

$$(x + 1) \cdot (x + 2)^2 \text{ expand} \rightarrow x^3 + 5 \cdot x^2 + 8 \cdot x + 4$$

16.2 การแยกตัวประกอบ

ตัวอย่าง

$$x^2 + 5 \cdot x + 6 \text{ factor} \rightarrow (x + 3) \cdot (x + 2)$$

$$x^3 + 5 \cdot x^2 + 8 \cdot x + 4 \text{ factor} \rightarrow (x + 1) \cdot (x + 2)^2$$

16.3 การจัดรูปแบบทางพีชคณิต

ตัวอย่าง

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \text{ factor} \rightarrow \frac{7}{6}$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{2}} \text{ factor} \rightarrow \sqrt{2} - 1$$

$$\frac{1}{1 - x} + \frac{1}{1 + x} \text{ factor} \rightarrow \frac{-2}{[(x - 1) \cdot (x + 1)]}$$

17. ความสามารถในการหาอนุพันธ์ และอนุพันธ์ย่อย ทั้งแบบค่าตัวเลขและเป็นสูตร

17.1 การหาอนุพันธ์เป็นค่าตัวเลข

ตัวอย่าง การหาอนุพันธ์

$$x := 1 \quad f(x) := x^3 + 4 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 4$$

$$f(x) = 6 \quad \frac{d}{dx} f(x) = 16 \quad \frac{d^2}{dx^2} f(x) = 14 \quad \frac{d^3}{dx^3} f(x) = 6$$

ตัวอย่าง การหาอนุพันธ์ย่อย

$$x := 2 \quad y := 1$$

$$\frac{d}{dx} (x^3 + 2 \cdot x^2 \cdot y + y^4) = 20 \quad \frac{d}{dy} \left[\frac{d}{dy} (x^3 + 2 \cdot x^2 \cdot y + y^4) \right] = 12$$

17.2 การหาอนุพันธ์เป็นสูตร

ตัวอย่าง การหาอนุพันธ์

$$\frac{d}{dx} (x^3 + 4 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 4) \text{ expand} \rightarrow 3 \cdot x^2 + 8 \cdot x + 5$$

$$\frac{d^2}{dx^2} (x^3 + 4 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 4) \text{ expand} \rightarrow 6 \cdot x + 8$$

ตัวอย่าง การหาอนุพันธ์ย่อย

$$\frac{d}{dx} (x^3 + 2 \cdot x^2 \cdot y + y^4) \text{ simplify} \rightarrow 3 \cdot x^2 + 4 \cdot x \cdot y$$

$$\frac{d}{dy} \left[\frac{d}{dy} (x^3 + 2 \cdot x^2 \cdot y + y^4) \right] \text{ simplify} \rightarrow 12 \cdot y^2$$

18. ความสามารถในการหาปริพันธ์เป็นสูตรและค่าตัวเลข

18.1 การหาปริพันธ์เป็นค่าตัวเลข

$$\int_0^2 (x^3 + 1) dx = 6 \quad \int_0^1 \int_0^2 (x^3 y) dx dy = 2 \quad \int_0^1 \int_1^2 \int_{-1}^1 (x y^3 + z) dx dy dz = 1$$

18.2 การหาปริพันธ์เป็นสูตร

$$\int (x^3 + 1) dx \text{ simplify } \rightarrow \frac{1}{4} \cdot x^4 + x$$

$$\int \int (x^3 \cdot y) dx dy \text{ simplify } \rightarrow \frac{1}{8} \cdot x^4 \cdot y^2$$

$$\int \int \int (x \cdot y^3 + z) dx dy dz \text{ simplify } \rightarrow \frac{1}{8} \cdot x^2 \cdot y^4 \cdot z + \frac{1}{2} \cdot z^2 \cdot x y$$

$$\int_1^{x^2} (4 \cdot t^3 + 1) dt \rightarrow x^8 + x^2 - 2 \quad \int_1^t \int_0^{t^2} (2x + 4 \cdot y) dx dy \rightarrow t^5 + t^4 - 2 \cdot t^2$$

19. สามารถหาค่าลิมิตได้

$$\lim_{x \rightarrow 1} x^2 + x + 1 \rightarrow 3 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} \rightarrow 2 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} \rightarrow 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{|x|} \rightarrow 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{|x|} \rightarrow -1 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2 \cdot x} \rightarrow \exp(2)$$

20. ความสามารถในการคำนวณเป็นโปรแกรม

ตัวอย่าง โปรแกรมหาพื้นที่สามเหลี่ยมเมื่อรู้ความยาวทั้งสามด้าน

$$a := 3$$

$$b := 4$$

$$c := 5$$

$$s := \frac{a + b + c}{2}$$

$$\text{Area} := \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)}$$

$$\text{Area} = 6$$

Mathcad – 10

เมื่อเปลี่ยนค่า a, b, c ใหม่จะได้ผลการคำนวณเป็นดังนี้

21. ความสามารถในการหารากของสมการ $f(x) = 0$

ตัวอย่าง การหารากของสมการ $x^2 - 2 = 0$

เพราะฉะนั้นรากของสมการ

คือ $x = 1.414$ และ -1.414

ตัวอย่าง การหารากของสมการ $\sin x - \cos x = 0$

รากสมการ $\sin x - \cos x = 0$ คือ $x = 0.785$ radian หรือ 45 degree

22. ความสามารถในการหาผลเฉลยของระบบสมการ

22.1 การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$2x + y = 4$$

$$9x - 4y = 1$$

เพราะฉะนั้น $x = 1, y = 2$

22.2 การหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้น

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$x^2 + y^2 = 1$$

และ $x - y = 0$

เพราะฉะนั้น $x = 0.707, y = 0.707$

23. ความสามารถในการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์

$$\frac{dy}{dx} = 1 + 4x, y(0) = 1$$

โปรแกรม Mathcad จะสามารถหาผลเฉลย $y(x)$ ได้

ความสามารถอื่น ๆ ในการประยุกต์

เนื้อหาคณิตศาสตร์ขอให้ศึกษาในบทต่อไป

บทที่ 1. ความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรม Mathcad

$$a := 5$$

$$b := 12$$

$$c := 13$$

$$s := \frac{a + b + c}{2}$$

$$\text{Area} := \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)}$$

$$\text{Area} = 30$$

$$x := 1 \quad \text{root}(x^2 - 2, x) = 1.414$$

$$x := -1 \quad \text{root}(x^2 - 2, x) = -1.414$$

$$x := 1 \quad \text{root}(\sin(x) - \cos(x), x) = 45 \text{ deg}$$

$$\text{root}(\sin(x) - \cos(x), x) = 0.785 \text{ rad}$$

$$x := 0 \quad y := 0$$

Given

$$2 \cdot x + y = 4$$

$$9x - 4 \cdot y = 1$$

$$\text{Find}(x, y) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$x := 0 \quad y := 0$$

Given

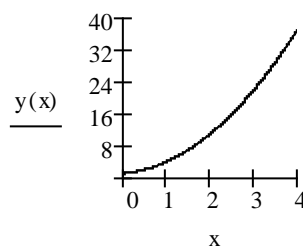
$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x - y = 0$$

$$\text{Find}(x, y) = \begin{pmatrix} 0.707 \\ 0.707 \end{pmatrix}$$

$$\text{Given} \quad \frac{d}{dx} y(x) = 1 + 4 \cdot x \quad y(0) = 1$$

$$y := \text{Odesolve}(x, 10)$$



$$y(1) = 4$$

$$y(2) = 11$$

ในบทนี้จะเรียนรู้เกี่ยวกับการนำโปรแกรมสำเร็จรูป Mathcad เข้ามาทำงาน และการทำงานเบื้องต้นกับคำสั่งของ Mathcad

หมายเหตุ โปรแกรม Mathcad ที่ใช้ในขณะนี้คือ Mathcad2001i Professional หากเป็น Mathcad Version อื่น ๆ เช่น version 5.0 – 9.0 หรือ Mathcad2000 Professional จะมีลักษณะใช้งานที่ใกล้เคียงกัน

2.1 การเรียกโปรแกรม Mathcad ขึ้นมาใช้งาน

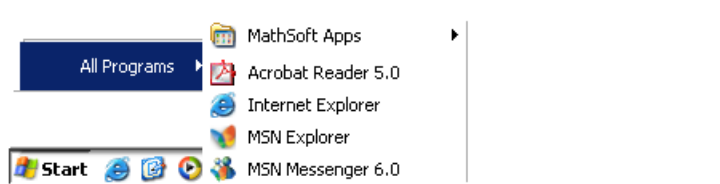
1. เปิดเครื่องคอมพิวเตอร์
2. รอนจนจอภาพขึ้นข้อความ ภาพและ icon ต่าง ๆ ครบสมบูรณ์



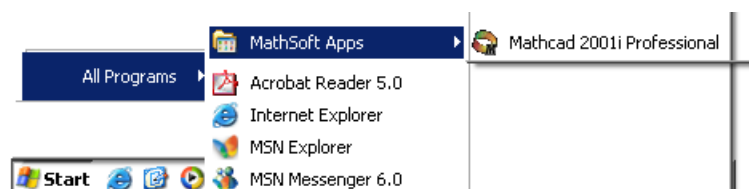
คลิกที่ปุ่ม Start จะมีเมนูให้เลือก



คลิกที่เมนู All Programs จะมีเมนูย่อยให้เลือก

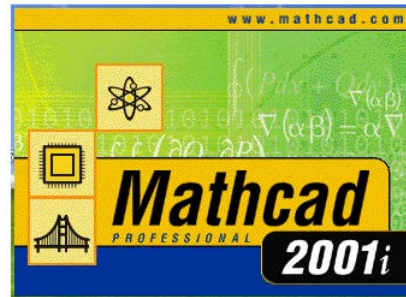


คลิกที่ MathSoft Apps จะขึ้นเมนูย่อยให้เลือก



คลิกที่ **Mathcad 2001i Professional**

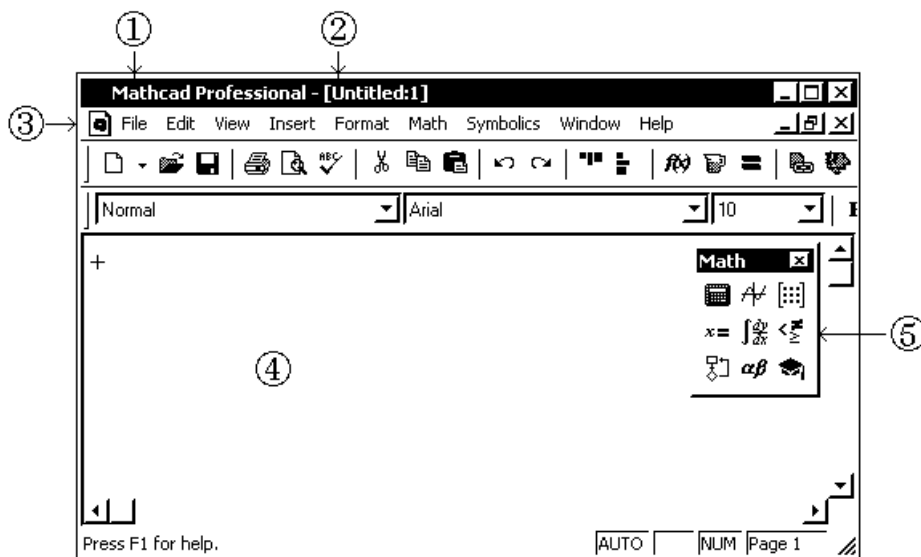
บนจอภาพจะมี Logo ของ Mathcad เพื่อเข้าสู่การทำงานของโปรแกรม Mathcad



หมายเหตุ Logo ของ Mathcad

อาจแตกต่างกันใน version อื่น ๆ

เมื่อเข้าสู่การทำงานของโปรแกรม Mathcad เรียบร้อยแล้วจอภาพจะเป็นดังนี้



1. แสดงว่าเข้ามาทำงานในหน้าต่างของ Mathcad Professional
2. แสดงชื่อแฟ้มที่กำลังทำงานเมื่อมีการบันทึกแฟ้มหรือนำแฟ้มเดิมกลับมาใช้ แต่ถ้าเป็นการเข้ามาทำงานครั้งแรกชื่อแฟ้มที่กำหนดให้มีชื่อว่า Untitled:1
3. แถบเครื่องมือในการทำงานเช่น File เปิดปิดแฟ้มข้อมูล Edit คัดลอกหรือลบทิ้ง
4. บริเวณของการทำงานต่าง ๆ ที่เราต้องการ
5. แถบเครื่องมือของการคำนวณต่าง ๆ
(หมายเหตุ ถ้าไม่มีแถบเครื่องมือ ให้คลิกที่เมนู View แล้วเลือก Toolbars และเลือก Math)

2.2 การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Mathcad

โปรแกรมสำเร็จรูป Mathcad เป็นโปรแกรมที่ช่วยในด้านการคำนวณทางคณิตศาสตร์ ที่สามารถใช้งานได้ง่ายเช่น การหาผลบวกของ $45.25 + 17.5$

1. ให้พิมพ์ $45.25 + 17.5$

$$45.25 + 17.5 = 62.75$$

2. แล้วพิมพ์ = จะได้ผลลัพธ์ทันทีดังนี้

ตัวอย่างการคำนวณแบบอื่น ๆ เช่น

$$15 \cdot 32 = 480$$

$$\frac{47}{5} = 9.4$$

$$\log(2) = 0.301$$

$$4^4 = 256$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0.5$$

เนื่องจากทำงานของโปรแกรม Mathcad

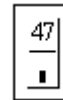
จะทำการจัดรูปแบบการพิมพ์บนจอภาพให้สอดคล้องกับความหมายทางคณิตศาสตร์เสมอเช่น

การหาค่า $\frac{47}{5} = 9.4$

ขั้นที่ 1. พิมพ์ 47

ขั้นที่ 2. เมื่อเรากดเครื่องหมายหาร (/)

บนจอภาพจะจัดรูปแบบเป็นลักษณะของเศษส่วน (ดังรูป) ทันที



ขั้นที่ 3. ต่อไปจึงพิมพ์ 5 แล้วกด = จะได้ผลการคำนวณที่ต้องการ

$$\frac{47}{5} = 9.4$$

เพราะฉะนั้น การใช้งานโปรแกรม Mathcad จะขอเขียนในรูปแบบตารางโดยที่ ตารางช่องที่ 1 หมายถึงการพิมพ์ผ่านทางแป้นพิมพ์ ตารางในช่องที่ 2 เป็นผลที่เกิดจากการคำนวณของ Mathcad และการจัดรูปแบบการพิมพ์ของ Mathcad

ข้อแนะนำ ในการใช้งานเบื้องต้นขอให้ทดลองพิมพ์ซ้ำ ๆ และ ดูผลของการจัดรูปแบบของ Mathcad ในตารางแสดงผลลัพธ์ของการคำนวณเบื้องต้น

ตัวอย่างการคำนวณและวิธีการพิมพ์ด้วยโปรแกรม Mathcad

1. การหาผลบวก $45.25 + 17.5$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$45.25+17.5=\downarrow$	$45.25 + 17.5 = 62.75$

- หมายเหตุ
1. การคำนวณใหม่หรือขึ้นบรรทัดใหม่ต้องกด <ENTER>
 2. เครื่องหมาย = เป็นการสั่งให้ทำการคำนวณ

2. การหาผลหาร $\frac{47}{5}$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
47	$\frac{47}{5}$

/	$\frac{47}{5}$
5	$\frac{47}{5}$
=	$\frac{47}{5} = 9.4$
↵	$\frac{47}{5} = 9.4$



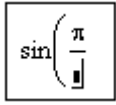
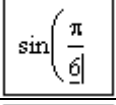
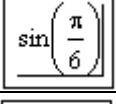
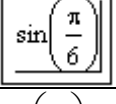





3. การหาผลคูณของ 15 กับ 32

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
15	15
*	15·
32	15·32
=	15·32 = 480
↵	15·32 = 480




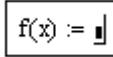
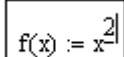
4. การคำนวณเลขยกกำลัง 4^3 และ e^4

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
4	4
^	4^
3	4 ³
=	4 ³ = 64
↵	4 ³ = 64
e	e
^	e^
4=↵	e ⁴ = 54.598

5. การคำนวณโดยใช้ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ $\log(2)$, $\ln(2)$, $\sin(\frac{\pi}{6})$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{32}$, $5!$


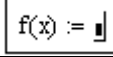
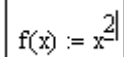
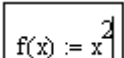
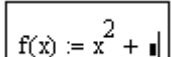
พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$\log(2)=\leftarrow$	$\log(2) = 0.301 \blacksquare$
$\ln(2)=\leftarrow$	$\ln(2) = 0.693 \blacksquare$
sin(
<Ctrl + Shift>+P หมายเหตุ กด Ctrl และ Shift ค้างไว้ แล้วกด P	 Mathcad บาง version เช่น version 7.0 กด <Ctrl>+P จึงจะได้ π
/	
6	
)	
=	
\leftarrow	$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0.5 \blacksquare$
การหารากที่ n	
\	
หมายเหตุ กด \ ได้สัญลักษณ์การหารากที่ 2	
$3=\leftarrow$	$\sqrt{3} = 1.732 \blacksquare$
<Ctrl>+\	
หมายเหตุ กด <Ctrl>+ \ ได้สัญลักษณ์การหารากที่ n	
32	
<Tab>	
5	
$=\leftarrow$	$\sqrt[5]{32} = 2 \blacksquare$
การหาค่า 5! แฟกทอเรียล	
$5!=\leftarrow$	$5! = 120 \blacksquare$


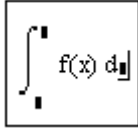
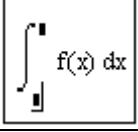
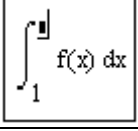
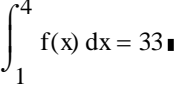
6. การกำหนดค่าให้กับตัวแปร, การกำหนดสูตรฟังก์ชัน

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
x	
: หมายเหตุ กด : จะได้ := ซึ่งหมายถึง การ กำหนดค่าให้กับตัวแปร	
4←	x := 4 . ความหมาย คือ กำหนดตัวแปร x มีค่าเป็น 4
การกำหนดสูตรฟังก์ชัน	
f(x)	
:	
x^2	
←	f(x) := x ²
f(x)=←	f(x) = 16 เป็นค่าของ f เมื่อ x = 4
f(3)=←	f(3) = 9 .

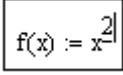
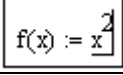

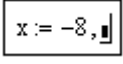
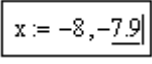
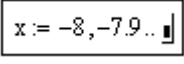
หมายเหตุ สัญลักษณ์ := หมายถึงการกำหนดค่าให้เป็น หรือ การกำหนดสูตรให้เป็น

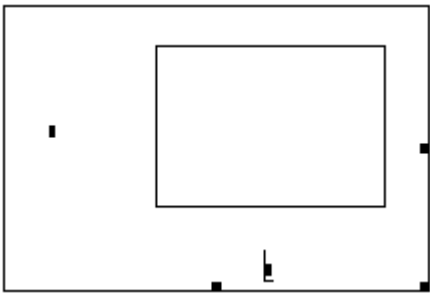
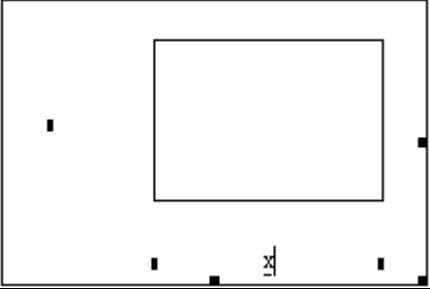
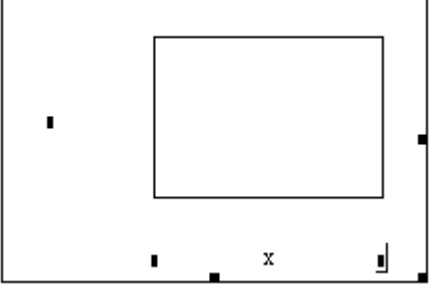
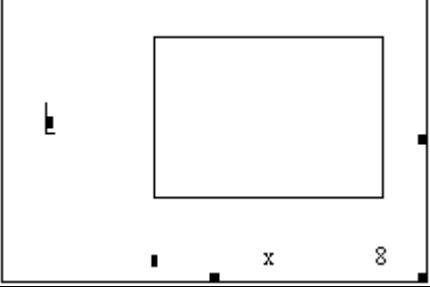
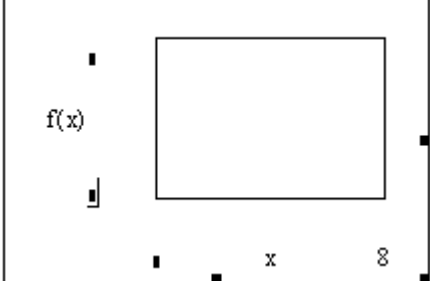
7. การหาค่าอินทิกรัล $\int_a^b f(x)dx$ ตัวอย่างเช่น $\int_1^4 (x^2 + 4)dx$

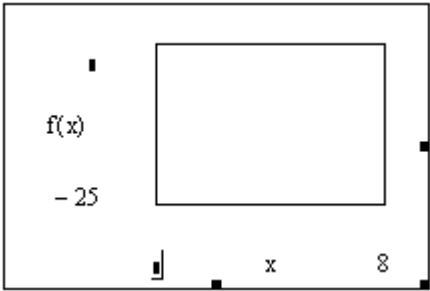
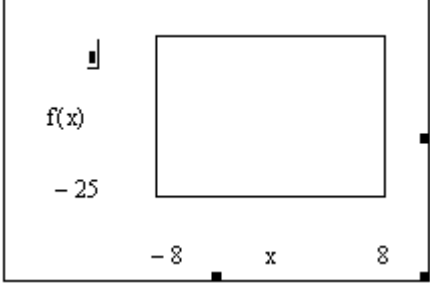
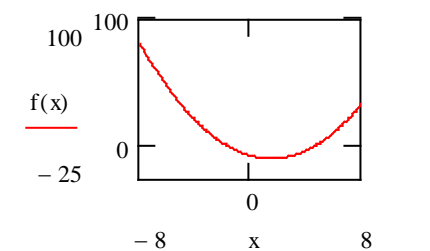
พิมพ์	ผลบนจอภาพ
f(x)	
:	
x^2	
<Space bar> หมายเหตุ การกด Space bar จะทำให้กรอบ curser ขยายมาคลุมทั้ง x ²	
+	
4←	f(x) := x ² + 4 .

& หมายเหตุ กด & จะได้เครื่องหมายปริพันธ์	
f(x)<Tab> หมายเหตุ การกด Tab จะทำให้ curser เลื่อนตำแหน่งไปตำแหน่งถัดไป	
x<Tab>	
1<Tab>	
4=↵	

2.3 การเขียนกราฟของฟังก์ชัน ตัวอย่าง การเขียนกราฟของ $f(x) = x^2 - 3x - 7$ บนช่วง $[-8, 8]$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
กำหนดสูตรของ f(x) โดยพิมพ์ f(x):x^2	
<Space bar>	
-3*x-7↵	$f(x) := x^2 - 3 \cdot x - 7$
กำหนดช่วงของ x โดยพิมพ์ x:-8	
,	 หมายเหตุ กด , เพื่อบอกค่าถัดไปของ x
-7.9 หมายเหตุ x เพิ่มค่าครั้งละ 0.1	
; หมายเหตุ กด ; จะได้สัญลักษณ์ ..	
8↵	$x := -8, -7.9.. 8$ หมายเหตุ x มีค่าจาก -8 ถึง 8 โดยเพิ่มค่าครั้งละ 0.1

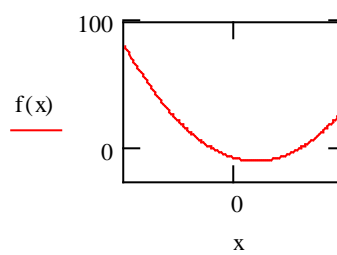
<p>@</p> <p>หมายเหตุ กด @ จะได้รูปแบบการเขียน กราฟ</p>	
<p>x</p>	
<p><Tab></p>	
<p>8<Tab></p>	
<p>f(x)<Tab></p>	

<p>-25<Tab></p>	
<p>-8<Tab></p>	
<p>100↵</p>	

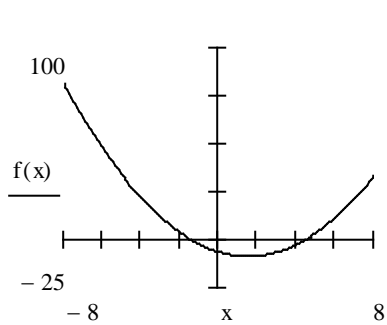
ผลการคำนวณบนจอภาพคือ

$$f(x) := x^2 - 3 \cdot x - 7$$

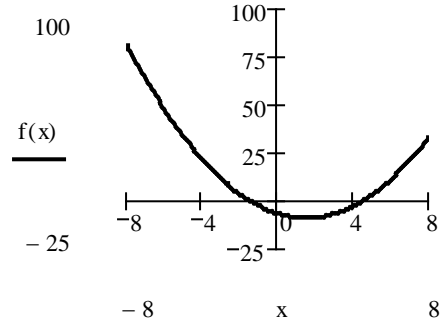
$$x := -8, -7.9.. 8$$



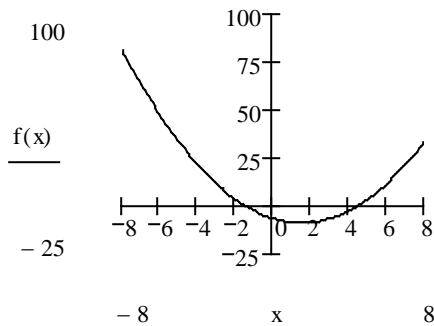
หมายเหตุ โปรแกรม Mathcad สามารถจัดรูปแบบการแสดงผลของกราฟได้หลายลักษณะเช่น



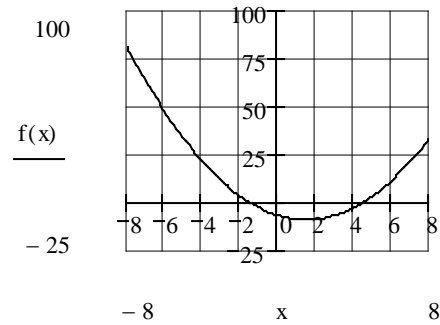
แบบที่ 1. มีสเกลที่แกน X และ แกน Y



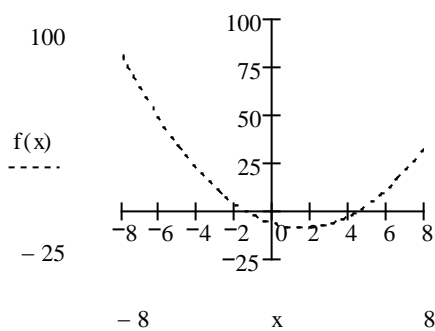
แบบที่ 2. มีสเกลแกน X และ Y และมีตัวเลขสามารถกำหนดให้เส้นกราฟหนาขึ้น



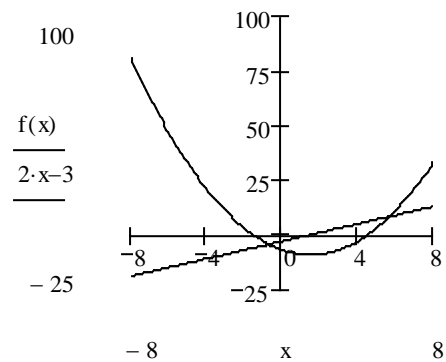
แบบที่ 3. แกน X แบ่งเป็น 8 ส่วน



แบบที่ 4. มีเส้นตาข่ายช่วยในการประมาณค่า เช่น $f(-4)$ มีค่าประมาณ 24



แบบที่ 5. เหมือนแบบที่ 2 แต่เปลี่ยนลักษณะของเส้นกราฟ เป็นการ plot แบบ dot


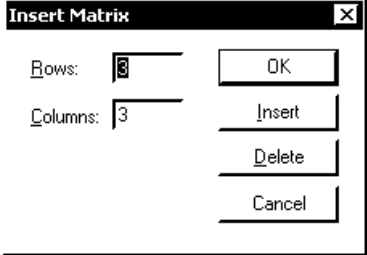
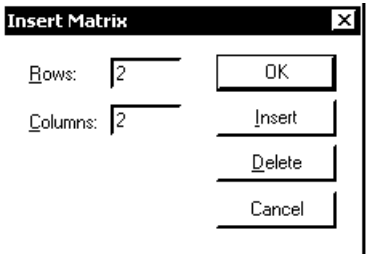
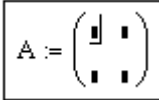
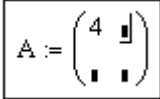
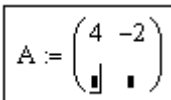
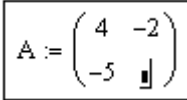
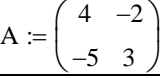


แบบที่ 6. ความสามารถในการเขียนกราฟได้หลายเส้นพร้อมกัน

การเขียนกราฟแบบต่างๆ นี้จะได้เรียนรู้คำสั่งต่างๆ ในบทต่อไป







2.4 การกำหนดค่าและการคำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์

ตัวอย่าง การกำหนด $A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
A:	
<Ctrl>+M	<p>บนจอภาพจะมีเมนูให้เติมจำนวนแถวและ</p>  <p>หลัก</p> <p>ให้พิมพ์ Rows: 2 และ Columns:</p>  <p>2.</p> <p>เสร็จแล้วคลิก OK จะได้ผลบนจอเป็น </p>
4<Tab> หมายเหตุ การกด Tab ทำให้ Curser กระโดดไปตำแหน่งถัดไป	
-2<Tab>	
-5<Tab>	
3↵	


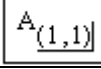
ในทำนองเดียวกันกำหนด $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

การคำนวณค่าของเมทริกซ์ $A + B$, $4A$, AB , A^2 , A^{-1} , A^T , $\det(A)$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$A = \leftarrow$	$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} .$
$B = \leftarrow$	$B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} .$
การหาผลบวกของเมทริกซ์	
$A+B = \leftarrow$	$A + B = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -4 & 6 \end{pmatrix} \blacksquare$
สเกลาร์คูณเมทริกซ์	
$4 * A$	
$= \leftarrow$	$4 \cdot A = \begin{pmatrix} 16 & -8 \\ -20 & 12 \end{pmatrix} \blacksquare$
การหาเมทริกซ์ยกกำลัง	
A^{\wedge}	
$2 = \leftarrow$	$A^2 = \begin{pmatrix} 26 & -14 \\ -35 & 19 \end{pmatrix} \blacksquare$
การหาผลคูณของเมทริกซ์	
$A * B = \leftarrow$	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 6 & 14 \\ -7 & -16 \end{pmatrix} \blacksquare$
การหาเมทริกซ์ผกผัน	
A^{\wedge}	
$-1 = \leftarrow$	$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1.5 & 1 \\ 2.5 & 2 \end{pmatrix} \blacksquare$
การหาค่ากำหนดของเมทริกซ์	
	
$A = \leftarrow$	$ A = 2 \blacksquare$
เมทริกซ์สลับเปลี่ยน	
A	
<Ctrl>+!	

=↵	$A^T = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$
----	--


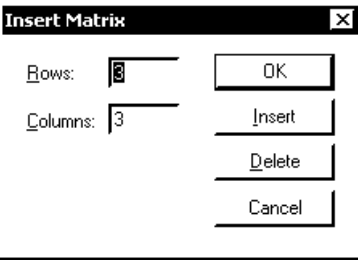
การกำหนดตรรกษาล่าง (subscript) สำหรับอ้างอิงใช้งานกับสมาชิกของเมทริกซ์

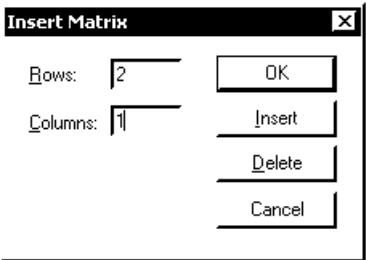
พิมพ์	ผลบนจอภาพ
A=↵	$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$
ORIGIN:1↵	ORIGIN := 1 หมายเหตุ เป็นการกำหนดค่าของ Subscript เริ่มที่ 1
i:1;2↵	i := 1..2
j:1;2↵	j := 1..2
A[
(1, 1)	
=↵	$A_{(1,1)} = 4$
A[(1, 2)=↵	$A_{(1,2)} = -2$

หมายเหตุ ตัวแปรที่มีตรรกษาล่างอาจมีจุดเริ่มต้นเป็น 0 หรือ 1 ตามความเหมาะสมของเนื้อหาคณิตศาสตร์ เช่น ลำดับ อนุกรม มีค่าเริ่มต้นที่ 1 แต่ในเรื่องของเมทริกซ์ตรรกษาล่าง ของ A_{ij} ต้องเริ่มที่ 1 เราจึงต้องกำหนด ORIGIN := 1 เพื่อกำหนดจุดเริ่มต้นของตัวตรรกษาล่างเป็นเลข 1

2.5 การกำหนดค่าและการคำนวณเกี่ยวกับเวกเตอร์

สำหรับข้อมูลที่อยู่ในรูปแบบของเวกเตอร์เช่น $u = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ และ $v = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
u:	
<Ctrl>+M	บนจอภาพจะมีเมนูให้เติมจำนวนแถวและหลัก  ให้พิมพ์ Rows: 2 และ Columns: 1

	 <p>เสร็จแล้วคลิก OK จะได้ผลบนจอเป็น $u := \begin{pmatrix} \blacksquare \\ \blacksquare \end{pmatrix}$</p>
-3<Tab>	$u := \begin{pmatrix} -3 \\ \blacksquare \end{pmatrix}$
4<↓>	$u := \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

ในทำนองเดียวกันกำหนด $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

การหาค่า $u + v, 4u, u \cdot v, |u|$



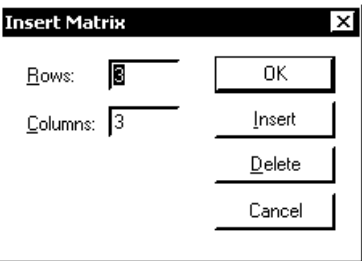
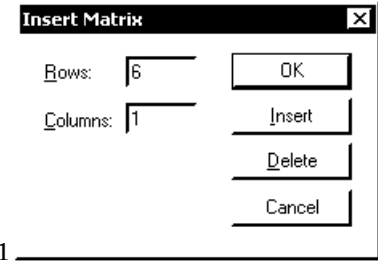

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$u = \leftarrow$	$u = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \blacksquare$
$v = \leftarrow$	$v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \blacksquare$
การบวกเวกเตอร์	
$u + v = \leftarrow$	$u + v = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix} \blacksquare$
สเกลาร์คูณเวกเตอร์	
$4 * u = \leftarrow$	$4 \cdot u = \begin{pmatrix} -12 \\ 16 \end{pmatrix} \blacksquare$
u dot v	
$u * v = \leftarrow$	$u \cdot v = 5 \blacksquare$
การหาขนาดของเวกเตอร์	
	$ \blacksquare $
$u = \leftarrow$	$ u = 5 \blacksquare$
$v = \leftarrow$	$ v = 2.236 \blacksquare$


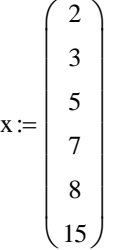
ผลการคำนวณบนจอภาพคือ

$$\begin{aligned}
 u &:= \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} & v &:= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \\
 u &= \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} & v &= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} & u \cdot v &= 5 \\
 u + v &= \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix} & 4 \cdot u &= \begin{pmatrix} -12 \\ 16 \end{pmatrix} & |u| &= 5 & |v| &= 2.236
 \end{aligned}$$

2.6 การกำหนดข้อมูล

2.6.1 ในรูปแบบเวกเตอร์ สำหรับข้อมูลที่อยู่ในรูปแบบของเวกเตอร์เช่น $x = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \\ 8 \\ 15 \end{bmatrix}$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
x	
:	
<Ctrl>+M	<p>บนจอภาพจะมีเมนูให้เติมจำนวนแถวและหลัก</p>  <p>ให้พิมพ์ Rows: 6 และ Columns:</p>  <p>1</p> <p>เสร็จแล้วคลิก OK จะได้ผลบนจอเป็น</p> 

<p>2<Tab> หมายเหตุ การกด Tab จะทำให้ cursor กระโดดไปที่ตำแหน่งของสี่เหลี่ยมสีดำ เพื่อให้ใส่ค่าต่อไป</p>	
<p>3<Tab> 5<Tab> 7<Tab> 8<Tab> 15<Tab>↵</p>	

ใน Mathcad มีฟังก์ชันที่ช่วยคำนวณค่าทางด้านสถิติของข้อมูลดังนี้

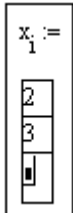
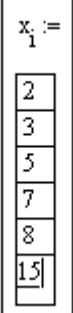

- | | |
|--|---|
| mean(x) = ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลใน x | median(x) = มัธยฐานของข้อมูลใน x |
| var(x) = ความแปรปรวน(ประชากร) x | Var(x) = ค่าความแปรปรวน(ตัวอย่าง) x |
| stdev(x) = ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(ประชากร) x | Stdev(x) = ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(ตัวอย่าง) x |
| max(x) = ค่าสูงสุดของข้อมูลใน x | min(x) = ค่าต่ำสุดของข้อมูลใน x |
| length(x) = จำนวนข้อมูลใน x | |

ตัวอย่างของการคำนวณเช่น

mean(x) = 6.667	median(x) = 6	length(x) = 6
Stdev(x) = 4.676	Var(x) = 21.867	max(x) = 15
stdev(x) = 4.269	var(x) = 18.222	min(x) = 2

2.6.2 ในรูปแบบตัวแปรมิติ

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
ORIGIN:1↵	ORIGIN := 1
i:1;10↵	i := 1..10 .
x[i:	
2	
<p>,</p> <p>หมายเหตุ การกด , จะทำให้เกิดตำแหน่งของสี่เหลี่ยมสีดำ เพื่อให้ใส่ค่าต่อไป</p>	

3,	
5,7,8,15	
↵	

หมายเหตุ 1. การกำหนดข้อมูลแบบนี้มีความสะดวกในกรณีที่เราไม่ทราบจำนวนข้อมูลทั้งหมด


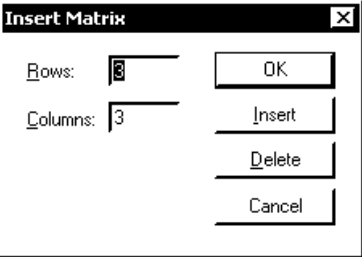
2. การกำหนดในรูปแบบที่ 2. ตัวแปร x จะมี $x_1 = 2, x_2 = 3, \dots, x_6 = 15$

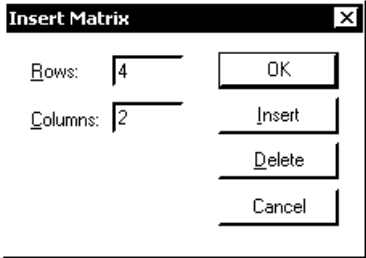
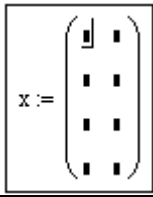
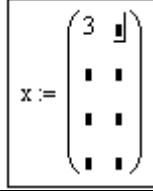
และตัวแปร $x_7 = x_8 = x_9 = x_{10} = 0$

2.7 การกำหนดข้อมูลในรูปแบบเมทริกซ์

ตัวอย่างเช่นต้องการกำหนดข้อมูลเป็น

x	y
3	12
5	15
9	21
12	32

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
x:	
<Ctrl>+M	<p>บนจอภาพจะมีเมนูให้เติมจำนวนแถวและหลัก</p> 

	<p>ให้พิมพ์ Rows: 4 และ Columns: 2</p>  <p>จะได้ผลบนจอภาพเป็น</p> 
<p>3<Tab> หมายเหตุ การกด Tab จะทำให้ cursor กระโดดไปที่ตำแหน่งของสี่เหลี่ยมสีดำ เพื่อให้ใส่ค่าต่อไป</p>	
<p>12<Tab> 5<Tab>15<Tab> 9<Tab>21<Tab> 12<Tab>32<Tab>↵</p>	$x := \begin{pmatrix} 3 & 12 \\ 5 & 15 \\ 9 & 21 \\ 12 & 32 \end{pmatrix}$
<p>การแสดงผลที่ละ 1 column</p>	
<p>ORIGIN:1↵</p>	<p>ORIGIN := 1</p>
<p>x<Ctrl>^1=↵ หมายเหตุ x<1> เป็นการเลือกเฉพาะ column 1 มาใช้งาน</p>	$x^{(1)} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 9 \\ 12 \end{pmatrix}$
<p>x<Ctrl>^2=↵</p>	$x^{(2)} = \begin{pmatrix} 12 \\ 15 \\ 21 \\ 32 \end{pmatrix}$
<p>x[(1, 1)=↵</p>	$x_{(1, 1)} = 3$
<p>x[(2, 1)=↵</p>	$x_{(2, 1)} = 5$
<p>mean(x<Ctrl>^2)=↵</p>	$\text{mean}(x^{(2)}) = 20$

2.8 การคำนวณค่าเกี่ยวกับผลบวกในรูปแบบ \sum

ตัวอย่าง การหาค่าของ $\sum_{i=1}^{10} i$, $\sum_{i=1}^{10} i^2$, $\sum_{i=1}^{10} (i^2 - 4i - 5)$

ขั้นตอนการนำแถบเครื่องมือคำนวณขึ้นมาใช้งาน

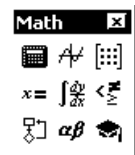
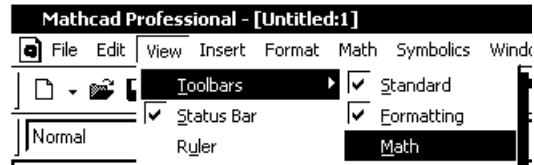
ขั้นที่ 1. เลือกเมนู View


ขั้นที่ 2. เลื่อนมาที่ Toolbars

ขั้นที่ 3. เลื่อนเมาส์มาที่ Math

ขั้นที่ 4. คลิกเมาส์ที่คำสั่ง Math

จะได้แถบเครื่องมือของการคำนวณ Math





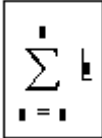

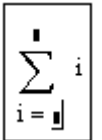
ขั้นที่ 5. คลิกเมาส์ที่ Icon  จะได้แถบเครื่องมือของ Calculus

หมายเหตุ การเข้ามาใช้งานโปรแกรม Mathcad

ในบางครั้งอาจมีแถบเครื่องมือของการคำนวณต่าง ๆ ปรากฏอยู่บนจอภาพแล้ว



การหาค่าของ $\sum_{i=1}^{10} i$, $\sum_{i=1}^{10} i^2$, $\sum_{i=1}^{10} (i^2 - 4i - 5)$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
การหาผลบวก $\sum_{i=1}^{10} i$	
คลิกที่สัญลักษณ์  จะได้แถบเครื่องมือดังนี้	
คลิกที่สัญลักษณ์ $\sum_{i=1}^n$	
i<Tab>	
i<Tab>	

1<Tab>	
10=↵	$\sum_{i=1}^{10} i = 55$

ในการทำงานเดียวกันจะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^{10} i^2 = 385 \quad \sum_{i=1}^{10} (i^2 - 4 \cdot i - 5) = 115$$

2.9 การคำนวณค่าปริพันธ์ $\int_a^b f(x)dx$ ตัวอย่างการหาค่าของ $\int_0^1 x^2 dx$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
จากแถบเครื่องมือ Calculus คลิกที่สัญลักษณ์	
x^2<Tab>	
x<Tab>	
0<Tab>	
1=↵	$\int_0^1 x^2 dx = 0.333$





หมายเหตุ ในกรณีที่เรากำหนด $f(x) = x^2$ จะทำให้การคำนวณสะดวกขึ้นดังนี้

$$f(x) := x^2$$



$$\int_0^1 f(x) dx = 0.333 \quad \int_{-3}^3 f(x) dx = 18 \quad \int_0^3 f(x) dx = 9$$

2.10 การคำนวณค่าอนุพันธ์ $\frac{d}{dx}f(x)$ หรือ $\frac{d^n}{dx^n}f(x)$

ตัวอย่าง การคำนวณ $\frac{d}{dx}f(x)$ เมื่อ $f(x) = x^2$ ที่ $x = 1$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$f(x):x^2$	$f(x) := x^2$
$x:1$	$x := 1$
จากแถบเครื่องมือ Calculus  คลิกที่สัญลักษณ์ 	
$x<Tab>$	
$f(x)=$	$\frac{d}{dx}f(x) = 2$

การคำนวณ $\frac{d^2}{dx^2}f(x)$ เมื่อ $f(x) = x^4$ ที่ $x = 2$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$f(x):x^4$	$f(x) := x^4$
$x:2$	$x := 2$
จากแถบเครื่องมือ Calculus คลิกที่สัญลักษณ์ 	

f(x)<Tab>	$\frac{d}{d_j} f(x)$
x<Tab>	$\frac{d}{dx} f(x)$
2=↵	$\frac{d^2}{dx^2} f(x) = 48$

- หมายเหตุ 1. กดเครื่องหมาย ? บนแป้นพิมพ์จะได้สัญลักษณ์ $\frac{d}{d_j}$
 2. กด <Ctrl> + ? บนแป้นพิมพ์จะได้สัญลักษณ์ $\frac{d}{dx}$

2.11 การกำหนดหน่วยให้กับผลการคำนวณ

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
sin(30)=↵	sin(30) = -0.988 หมายเหตุ ขณะนี้คอมพิวเตอร์จะคิดเป็นหน่วย เรเดียน
sin(30*deg)=↵	sin(30·deg) = 0.5 หมายเหตุ 30.deg คือ 30 องศา
atan(1)=	$\text{atan}(1) = 0.785$ หมายเหตุ ขณะนี้ผลลัพธ์มีหน่วยเป็น เรเดียน
<Tab>	$\text{atan}(1) = 0.785$
d	$\text{atan}(1) = \text{d}$
eg↵	atan(1) = 45 deg

ในทำนองเดียวกัน $\cos(30) = 0.154$ $\cos(30\text{-deg}) = 0.866$ $\text{asin}(1) = 1.571$ $\text{asin}(1) = 90\text{deg}$
 $s := 1000\text{-m}$ $t := 5\text{-sec}$ $\frac{s}{t} = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 $s := 60\text{-km}$ $t := 2\text{-min}$ $\frac{s}{t} = 500 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $\frac{s}{t} = 30 \frac{\text{km}}{\text{min}}$

2.12 การคำนวณในรูปแบบของเลขฐานอื่นๆ

ตัวอย่าง $12o + 17o = 25$ o หมายถึงเลขฐาน 8
 (12o)(11o) =
 $10h + 12h = 34$ h หมายถึงเลขฐาน 16
 (2h)(11h) = 32



พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$12o+17o=$ ↵	$12o + 17o = 25$ หมายเหตุ 12 ฐาน 8 บวก 17 ฐาน 8 ได้ 25 ฐาน 10
$12o*11o=$ ↵	$12o \cdot 11o = 90$ หมายเหตุ 10 ฐาน 8 คูณ 11 ฐาน 8 ได้ 90 ฐาน 10
$10h+12h=$ ↵	$10h + 12h = 34$ หมายเหตุ 10 ฐาน 16 บวก 12 ฐาน 16 ได้ 34 ฐาน 10
$2h*11h=$ ↵	$2h \cdot 10h = 32$ หมายเหตุ 2 ฐาน 16 คูณ 11 ฐาน 16 ได้ 32 ฐาน 10

2.13 การหาผลบวกในรูปแบบ $\sum_{i=1}^n x_i$

ตัวอย่างเช่น

$$\text{ORIGIN} := 1 \quad x := \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} 12 \\ 15 \\ 14 \\ 19 \end{pmatrix}$$

$$\sum_{i=1}^4 x_i = 20 \quad \sum_{i=1}^4 y_i = 60 \quad \sum_{i=1}^4 (x_i)^2 = 130 \quad \sum_{i=1}^4 (y_i)^2 = 926 \quad \sum_{i=1}^4 x_i \cdot y_i = 324$$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
ORIGIN:1↵	ORIGIN := 1
กำหนดเมทริกซ์ x และ y การกำหนดเมทริกซ์ x และ y ดูที่หัวข้อ 2.6	$x := \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} 12 \\ 15 \\ 14 \\ 19 \end{pmatrix}$
การพิมพ์เพื่อหาผลบวก	
จากแถบเครื่องมือ Calculus  คลิกที่สัญลักษณ์ $\sum_{i=1}^n$	

x[i<Tab>	$\sum_{j=i}^i x_j$
i<Tab>	$\sum_{i=j}^i x_i$
1<Tab>	$\sum_{i=1}^j x_i$
4=↵	$\sum_{i=1}^4 x_i = 20$
การพิมพ์เพื่อหาผลบวก $\sum_{i=1}^4 x_i^2$	
คลิกที่สัญลักษณ์ $\sum_{i=1}^m$	$\sum_{i=1}^i i$
x[i	$\sum_{i=1}^i x_j$
<Space Bar>	$\sum_{i=1}^i x_j$
^	$\sum_{i=1}^i (x_i)^j$
2<Tab>	$\sum_{j=1}^i (x_i)^2$
i<Tab>	$\sum_{i=j}^i (x_i)^2$

1<Tab>	$\sum_{i=1}^4 (x_i)^2$
4=↵	$\sum_{i=1}^4 (x_i)^2 = 130 \blacksquare$
การพิมพ์เพื่อหาผลบวก $\sum_{i=1}^4 x_i y_i$ คลิกที่สัญลักษณ์ $\sum_{i=1}^m$	$\sum_{i=1}^4$
x[i	$\sum_{i=1}^4 x_i$
<Space Bar>	$\sum_{i=1}^4 x_i$
*	$\sum_{i=1}^4 x_i \cdot$
y[i<Tab>	$\sum_{i=1}^4 x_i \cdot y_i$
i<Tab>	$\sum_{i=1}^4 x_i \cdot y_i$
1<Tab>	$\sum_{i=1}^4 x_i \cdot y_i$
4=↵	$\sum_{i=1}^4 x_i \cdot y_i = 324 \blacksquare$

2.14 การสร้างตารางฟังก์ชัน

การสร้างตารางฟังก์ชันมีขั้นตอนที่สำคัญดังต่อไปนี้

- ขั้นที่ 1. กำหนดช่วงของตัวแปร x
- ขั้นที่ 2. กำหนดสูตรของฟังก์ชัน f(x)
- ขั้นที่ 3. พิมพ์ค่าของ x และ f(x)

ตัวอย่างเช่น

$$x := 1..4$$

$$f(x) := 2 \cdot x + 4$$

x =	f(x) =
1	6
2	8
3	10
4	12

พิมพ์	ผลบนจอภาพ				
$x:1;4 \downarrow$	$x := 1..4$.				
$f(x):2*x+4 \downarrow$	$f(x) := 2 \cdot x + 4$.				
$x=\downarrow$	$x =$ <table style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">3</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">4</td></tr> </table>	1	2	3	4
1					
2					
3					
4					
$f(x)=\downarrow$	$f(x) =$ <table style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">6</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">8</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">10</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">12</td></tr> </table>	6	8	10	12
6					
8					
10					
12					

หมายเหตุ ในกรณีที่ค่า x เพิ่มไม่เท่ากันสามารถคำนวณในรูปแบบตารางได้ดังนี้

$$x := \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \\ 12 \end{pmatrix} \quad f(x) := 2 \cdot x + 4 \quad f(x) = \begin{pmatrix} 8 \\ 14 \\ 18 \\ 28 \end{pmatrix}$$

2.15 การคำนวณค่าเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน

ตัวอย่าง $(3 + 4i) + (5 - 9i) = 8 - 5i$

$$|3 + 4i| = 5$$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$z : 3+4i \downarrow$	$z := 3 + 4i$.
$w : 5-9i \downarrow$	$w := 5 - 9i$.

$z+w=$	$z + w = 8 - 5i$
	$ z $
$z=$	$ z = 5$

2.16 การหารากของสมการ $f(x) = 0$

ตัวอย่าง การหารากของสมการ $x^2 - 2 = 0$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$f(x):x^2$	$f(x) := x^2$
<Space Bar>	$f(x) := x^2$
-2	$f(x) := x^2 - 2$
$x:1$	$x := 1$
$root(f(x), x)=$	$root(f(x), x) = 1.414$

หมายเหตุ คำสั่ง root เป็นคำสั่งที่ใช้หารากของสมการ $f(x) = 0$ โดยวิธีของนิวตัน โดยกำหนดจุดเริ่มต้นของการหารากที่ $x = 1$

ตัวอย่างการหารากของสมการอื่น ๆ เช่น

$$f(x) := x^2 - x - 20$$

$$x := 1 \quad root(f(x), x) = 5$$

$$x := -2 \quad root(f(x), x) = -4$$

2.17 การผลเฉลยของระบบสมการ

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการ $2x + 3y = 8$
 $x + y = 3$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$x:0$	$x := 0$
$y:0$	$y := 0$
Given	Given
$2*x+3*y$	$2 \cdot x + 3 \cdot y$
<Ctrl>+=	$2 \cdot x + 3 \cdot y =$
	หมายเหตุ กด <Ctrl>+= จึงจะได้สัญลักษณ์ = ที่มีสีดำ เข้ม ตามรูปแบบของชุดคำสั่ง Given
8	$2 \cdot x + 3 \cdot y = 8$
$x+y$	$x + y$

<Ctrl>+=	$x + y =$
3↵	$x + y = 3$
Find(x, y)=↵	$\text{Find}(x, y) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

หมายเหตุ ชุดคำสั่ง Given และ Find เป็นคำสั่งที่ใช้หาผลเฉลยของระบบสมการด้วยวิธีของนิวตัน โดยกำหนดจุดเริ่มต้นของการหาผลเฉลย $x = 0$ และ $y = 0$

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้น

การหาจุดตัดของวงกลม $x^2 + y^2 = 25$

และเส้นตรง $3x + 4y = 0$

$x := 1 \quad y := 1$

Given

$x^2 + y^2 = 25 \quad 3x + 4y = 0$

$\text{Find}(x, y) = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

2.18 การคำนวณค่า ${}^n C_r$ และ ${}^n P_r$

สูตร ${}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ สามารถกำหนดเป็นสูตรในโปรแกรม Mathcad ได้ดังนี้

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$C(n, r):n!$	$C(n, r) := \frac{n!}{r!(n-r)!}$
/	$C(n, r) := \frac{n!}{r!(n-r)!}$
$r!*$	$C(n, r) := \frac{n!}{r!(n-r)!}$
$(n-r)!↵$	$C(n, r) := \frac{n!}{r!(n-r)!}$
$C(5, 1)=↵$	$C(5, 1) = 5$
$C(5, 2)=↵$	$C(5, 2) = 10$
การกำหนดสูตร ${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$	
$P(n, r):$	$P(n, r) := \frac{n!}{(n-r)!}$
/	$P(n, r) := \frac{n!}{(n-r)!}$
$(n-r)!↵$	$P(n, r) := \frac{n!}{(n-r)!}$
$P(5, 1)=↵$	$P(5, 1) = 5$
$P(5, 2)=↵$	$P(5, 2) = 20$

ตัวอย่างการคำนวณในรูปแบบตาราง

$r := 0..4$	$r =$	$C(4, r) =$	$P(4, r) =$
	0	1	1
	1	4	4
	2	6	12
	3	4	24
	4	1	24

2.19 การคำนวณที่ให้ผลลัพธ์เป็นสูตร

โปรแกรม Mathcad สามารถคำนวณและแสดงผลออกมาในรูปแบบของสูตรได้เช่น

การกระจายพหุนาม $(x - 1)(x + 2)$ กระจายได้เป็น $x^2 + x - 2$

การแยกตัวประกอบ $x^4 - 2x^2 - 3x - 2$ แยกตัวประกอบได้เป็น $(x - 2)(x + 1)(x^2 + x + 1)$

การแสดงผลเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ $\frac{3}{\frac{5}{12} + \frac{11}{15}}$ จัดรูปเป็น $\frac{15}{23}$

การหาอนุพันธ์เป็นสูตร $\frac{d}{dx} x^2$ ผลการหาอนุพันธ์คือ $2x$

การหาปริพันธ์เป็นสูตร $\int (4x + 7)dx$ ผลการคำนวณเป็นสูตรคือ $2x^2 + 7x$

สามารถหาค่าลิมิตได้ $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 2x + 4)$ หาค่าลิมิตได้เป็น 7

การคำนวณเพื่อให้โปรแกรม Mathcad แสดงผลเป็นสูตร มีขั้นตอนดังนี้

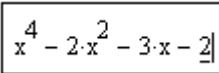
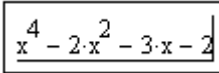
1. พิมพ์สูตรที่ต้องการคำนวณให้เรียบร้อย
2. ใช้การกด <Space bar> เพื่อขยาย curser ให้คลุมบริเวณสูตร การลดขนาด curser ที่คลุมสูตรให้กด ↓ หรือใช้การลากเมาส์เข้ามาคลุมบริเวณที่ต้องการผลการคำนวณเป็นสูตร
3. เลือกคำสั่งให้โปรแกรม Mathcad แสดงผลเป็นสูตร

ตัวอย่าง การกระจายสูตรพหุนาม $(x - 1)(x + 2)$


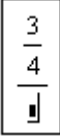
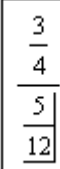
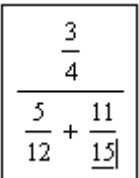
พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$(x-1)*(x+2) \downarrow$	$(x - 1) \cdot (x + 2)$
<Space bar>	$(x - 1) \cdot (x + 2)$
คลิก S ymbolics บนแถบเมนู	จะได้เมนูย่อยเป็น Symbolics Window Help Evaluate Simplify Expand Factor
คลิก E xpand บนแถบเมนู	$x^2 + x - 2$

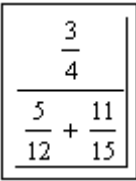
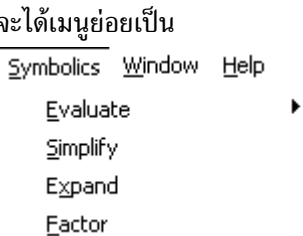
หมายเหตุ หลังจากเลือกบริเวณสูตรแล้ว การสั่งอีกแบบทำได้โดยการกด <Alt>+s ค้างไว้ แล้วกด x

ตัวอย่าง การแยกตัวประกอบ $x^4 - 2x^2 - 3x - 2$



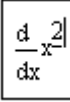
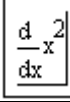
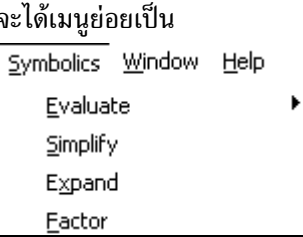
พิมพ์	ผลบนจอภาพ
x^4 <Space bar>-2*x^2 <Space bar>-3*x-2	
กด <Space bar> 5 ครั้ง หมายเหตุ ใช้การลากเมาส์เข้ามา คลุมบริเวณสูตรก็ได้	 หมายเหตุ การกด <Space bar> แต่ครั้งจะมีเส้นตั้ง ฉากเพิ่มขึ้นมาคลุมสูตรที่เราจะทำการคำนวณ
คลิก S ymbolics บนแถบเมนู	จะได้เมนูย่อยเป็น Symbolics Window Help Evaluate Simplify Expand Factor
คลิก F actor บนแถบเมนู	$(x - 2) \cdot (x + 1) \cdot (x^2 + x + 1)$

ตัวอย่าง การแสดงผลเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ $\frac{3}{\frac{5}{12} + \frac{11}{15}}$ จัดรูปเป็น $\frac{15}{23}$



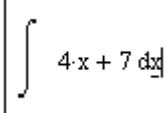
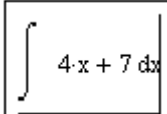
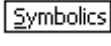
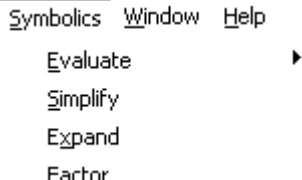
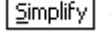
พิมพ์	ผลบนจอภาพ
3/4<Space bar>	
/	
5/12<Space bar>	
+11/15	

กด <Space bar> 3 ครั้ง	
คลิก S ymbolics บนแถบเมนู	จะได้เมนูย่อยเป็น 
คลิก F actor บนแถบเมนู	$\frac{15}{23}$

ตัวอย่าง การหาสูตรอนุพันธ์ $\frac{d}{dx} x^2$


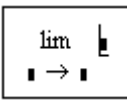
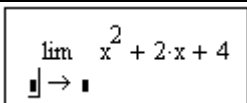
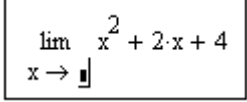
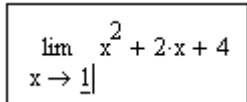
พิมพ์	ผลบนจอภาพ
? หมายเหตุ ? เป็น Shortcut ของ สัญลักษณ์อนุพันธ์อันดับหนึ่ง	
x<Tab>	
x^2 <Tab>	
<Space bar><Space bar>	
คลิก S ymbolics บนแถบเมนู	จะได้เมนูย่อยเป็น 
คลิก S implify บนแถบเมนู	2·x .

ตัวอย่าง การหาปริพันธ์เป็นสูตร $\int (4x + 7)dx$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<Ctrl> + I หรือคลิก  ที่แถบเครื่องมือ คำนวณ Calculus	 หมายเหตุ กด <Ctrl> + I จะได้สัญลักษณ์ปริพันธ์
4*x+7<Tab>x	
<Space bar>	
คลิก  บนแถบเมนู	จะได้เมนูย่อยเป็น 
คลิก  บนแถบเมนู	$2 \cdot x^2 + 7 \cdot x$

หมายเหตุ ผลของการหาปริพันธ์ ด้วยโปรแกรม Mathcad จะไม่มีค่าคงตัวเหมือนในวิชา CALCULUS

ตัวอย่าง การหาค่าลิมิต $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 + 2x + 4$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<Ctrl> + L หรือคลิก  ที่แถบเครื่องมือ คำนวณ Calculus	 หมายเหตุ กด <Ctrl> + L จะได้สัญลักษณ์ลิมิต
x^2<Space bar>+2*x+4<Tab>	
x<Tab>	
1	

<Space bar>	
คลิก S ymbolics บนแถบเมนู	จะได้เมนูย่อยเป็น S <u>ymbolics</u> <u>W</u> indow <u>H</u> elp E <u>valuate</u> S <u>implify</u> E <u>xpand</u> F <u>actor</u>
คลิก S implify บนแถบเมนู	7

2.20 การใช้คำสั่งในแถบเครื่องมือ Symbolic ช่วยในการคำนวณและแสดงผลลัพธ์เป็นสูตร

การนำแถบเครื่องมือ Symbolic มาใช้งาน

- ขั้นที่ 1. นำแถบเครื่องมือ Math
ขึ้นมาบนจอภาพ



- ขั้นที่ 2. คลิกที่สัญลักษณ์ จะได้แถบเครื่องมือ Symbolic

Symbolic		
→	▪→	Modifiers
float	complex	assume
solve	simplify	substitute
factor	expand	coeffs
collect	series	parfrac
fourier	laplace	ztrans
invfourier	invlaplace	invztrans
$m^T \rightarrow$	$m^{-1} \rightarrow$	$ m \rightarrow$

ตัวอย่างผลการคำนวณโดยใช้คำสั่ง
จากแถบเครื่องมือ Symbolic

$$\frac{d}{dx} x^2 \rightarrow 2 \cdot x$$

$$x^4 - 2 \cdot x^2 - 3 \cdot x - 2 \text{ factor} \rightarrow (x-2) \cdot (x+1) \cdot (x^2 + x + 1)$$

$$(x-1) \cdot (x+2) \text{ expand} \rightarrow x^2 + x - 2$$

$$\int 4x + 7 \text{ dx simplify} \rightarrow 2 \cdot x^2 + 7 \cdot x$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} x^2 + 4 \cdot x + 2 \rightarrow 7$$


2.20.1 การหาสูตรอนุพันธ์ $\frac{d}{dx} x^2$ โดยใช้เครื่องมือ จากแถบเครื่องมือ Symbolic

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
? หมายเหตุ ? เป็น Shortcut ของ สัญลักษณ์อนุพันธ์อันดับหนึ่ง	

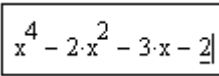
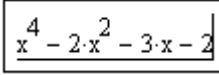

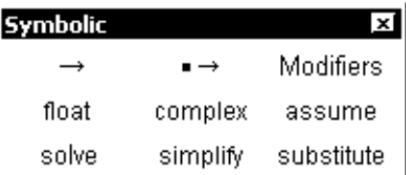

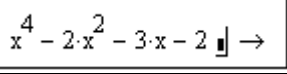
x<Tab>	
x^2 <Tab>	
<Space bar><Space bar>	
คลิกที่สัญลักษณ์ ที่แถบเครื่องมือ Math	จะได้แถบเครื่องมือ Symbolic
คลิก บนแถบเครื่องมือ Symbolic แล้วกด	$\frac{d}{dx} x^2 \rightarrow 2 \cdot x$

2.20.2 การหาปริพันธ์เป็นสูตร $\int (4x + 7)dx$ โดยใช้คำสั่ง Simplify จากแถบเครื่องมือ Symbolic

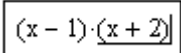
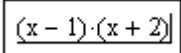

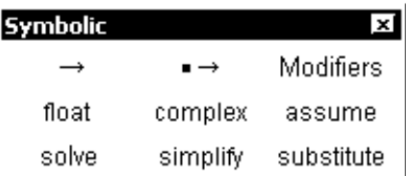

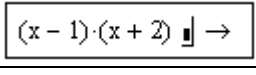
พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<Ctrl> + I หรือคลิก ที่แถบเครื่องมือ คำนวณ Calculus	 หมายเหตุ กด <Ctrl> + I จะได้สัญลักษณ์ปริพันธ์
4*x+7<Tab>x	
<Space bar>	
คลิกที่สัญลักษณ์ ที่แถบเครื่องมือ Math	จะได้แถบเครื่องมือ Symbolic

คลิก  บนแถบเครื่องมือ Symbolic	$\int 4 \cdot x + 7 \, dx \text{ simplify} \rightarrow 2 \cdot x^2 + 7 \cdot x$
---	---


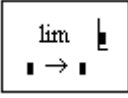
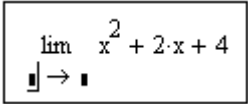
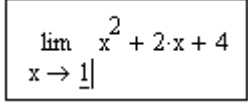
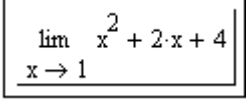

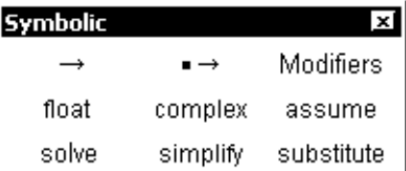

2.20.3 การแยกตัวประกอบ $x^4 - 2x^2 - 3x - 2$ โดยใช้เครื่องมือจากแถบเครื่องมือ Symbolic

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
x^4 <Space bar>-2*x^2 <Space bar>-3*x-2	
กด <Space bar> 5 ครั้ง หมายเหตุ ใช้การลากเมาส์เข้ามาคลุมบริเวณสูตรก็ได้	 หมายเหตุ การกด <Space bar> แต่ละครั้งจะมีเส้นตั้งฉากเพิ่มขึ้นมาคลุมสูตรที่เราจะทำการคำนวณ
คลิกที่สัญลักษณ์  ที่แถบเครื่องมือ Math	จะได้แถบเครื่องมือ Symbolic 
คลิก  บนแถบเมนู	
factor↵	$x^4 - 2 \cdot x^2 - 3 \cdot x - 2 \text{ factor} \rightarrow (x + 1) \cdot (x - 2) \cdot (x^2 + x + 1)$



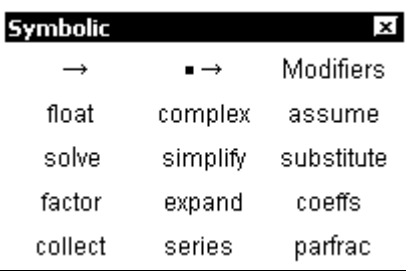
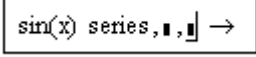
2.20.4 การกระจายสูตรพหุนาม $(x - 1)(x + 2)$ โดยใช้เครื่องมือจากแถบเครื่องมือ Symbolic

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$(x-1) \cdot (x+2)$ ↵	
<Space bar>	
คลิกที่สัญลักษณ์  ที่แถบเครื่องมือ Math	จะได้แถบเครื่องมือ Symbolic 
คลิก  บนแถบเมนู	
expand↵	$(x - 1) \cdot (x + 2) \text{ expand} \rightarrow x^2 + x - 2$

2.20.5 การหาค่าลิมิต $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 + 2x + 4$ โดยใช้เครื่องมือจากแถบเครื่องมือ Symbolic

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<Ctrl> + L หรือคลิก  ที่แถบเครื่องมือ คำนวณ Calculus	 หมายเหตุ กด <Ctrl> + L จะได้สัญลักษณ์ลิมิต
$x^2 < \text{Space bar} > + 2 \cdot x + 4 < \text{Tab} >$	
$x < \text{Tab} > 1$	
<Space bar>	
คลิกที่สัญลักษณ์  ที่แถบเครื่องมือ Math	จะได้แถบเครื่องมือ Symbolic 
คลิก  บนแถบเครื่องมือ Symbolic แล้วกด ↵	$\lim_{x \rightarrow 1} x^2 + 2 \cdot x + 4 \rightarrow 7$


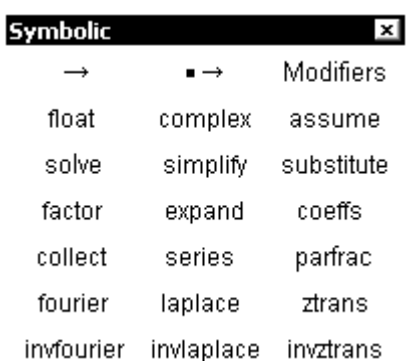
2.20.6 การหาพหุนามเทย์เลอร์ดีกรี k ของฟังก์ชัน ตัวอย่างการหาพหุนามเทย์เลอร์ดีกรี 3 ของ $\sin(x)$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$\sin(x)$	
คลิกที่สัญลักษณ์  ที่แถบเครื่องมือ Math จะได้แถบเครื่องมือ Symbolic	
คลิก series บนแถบเครื่องมือ Symbolic	


5<Tab>	$\sin(x) \text{ series}, 5 \rightarrow$ หมายเหตุ เลข 5 เป็นการหาพหุนามเทย์เลอร์ดีกรีไม่เกิน 5
x←	$\sin(x) \text{ series}, x, 5 \rightarrow 1 \cdot x - \frac{1}{6} \cdot x^3$

เพราะฉะนั้นพหุนามเทย์เลอร์ดีกรีไม่เกิน 5 ของ $\sin(x)$ คือ $x - \frac{x^3}{6}$

2.20.7 การหาผลการแปลงลาปลาซ ตัวอย่างเช่น $L\{\sin(t)\} = \frac{1}{s^2 + 1}$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
sin(t)	$\sin(t)$
คลิกที่สัญลักษณ์  ที่แถบเครื่องมือ Math	จะได้แถบเครื่องมือ Symbolic 
คลิก laplace บนแถบเครื่องมือ Symbolic	$\sin(t) \text{ laplace}, \rightarrow$
t←	$\sin(t) \text{ laplace}, t \rightarrow \frac{1}{(s^2 + 1)}$

2.20.8 การหาผลการแปลงลาปลาซผกผัน ตัวอย่างเช่น $L^{-1}\{\frac{1}{s^2 + 1}\} = \sin(t)$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
1/s^2<Space bar>+1 <Space bar><Space bar>	$\frac{1}{s^2 + 1}$
คลิกที่สัญลักษณ์  ที่แถบเครื่องมือ Math	จะได้แถบเครื่องมือ Symbolic

คลิก invlaplace บนแถบเครื่องมือ Symbolic	
s ↵	$\frac{1}{s^2 + 1}$ invlaplace, s → sin(t)

2.20.9 การแยกเศษส่วนย่อย ตัวอย่างเช่นการแยกเศษส่วนย่อย $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$

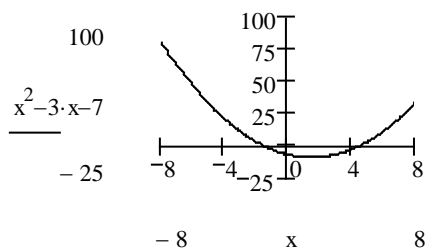
พิมพ์	ผลบนจอภาพ
1/x*(x+1)<Space bar><Space bar>	
คลิกที่สัญลักษณ์ ที่แถบเครื่องมือ Math	จะได้แถบเครื่องมือ Symbolic
คลิก parfrac บนแถบเครื่องมือ Symbolic	
x ↵	$\frac{1}{x(x+1)}$ convert, parfrac, x → $\frac{1}{x} - \frac{1}{(x+1)}$

ในทำนองเดียวกันจะได้ว่า

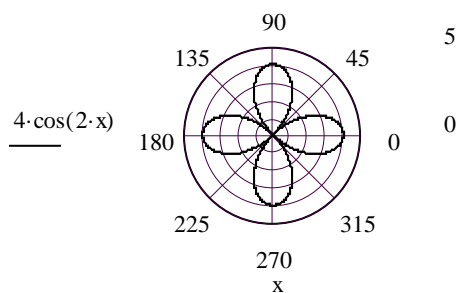
$$\frac{2 \cdot x^3 - 5 \cdot x^2 + x - 6}{x^2 - 4 \cdot x + 3} \text{ convert, parfrac, x} \rightarrow 2 \cdot x + 3 + \frac{4}{(x-1)} + \frac{3}{(x-3)}$$

บทที่ 3.
การเขียนกราฟด้วย Mathcad

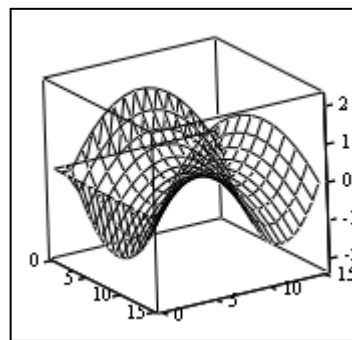
โปรแกรม Mathcad มีความสามารถในการเขียนกราฟได้หลายแบบ เช่น กราฟในระบบพิกัดมุมฉาก กราฟ 2 มิติ กราฟ 3 มิติ ฯลฯ ในบทที่ 3 นี้จะเป็นทำงานเกี่ยวกับ การเขียนกราฟรูปแบบต่างๆ เพื่อให้ได้รูปของกราฟที่มีทั้งความเหมาะสม และ ความสวยงาม ตัวอย่างของกราฟบางรูปแบบที่โปรแกรมสำเร็จรูป Mathcad ทำได้เช่น



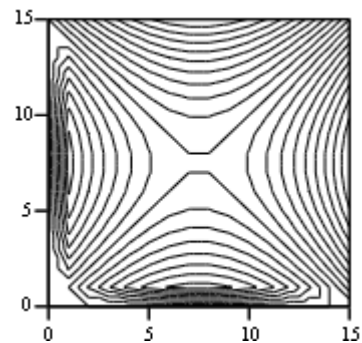
กราฟในพิกัดมุมฉาก 2 มิติ



กราฟในพิกัดเชิงขั้ว







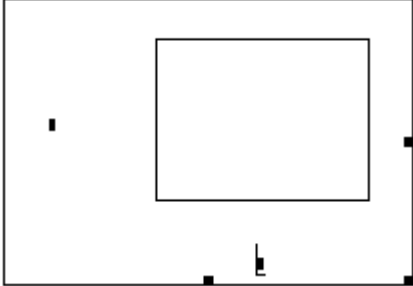
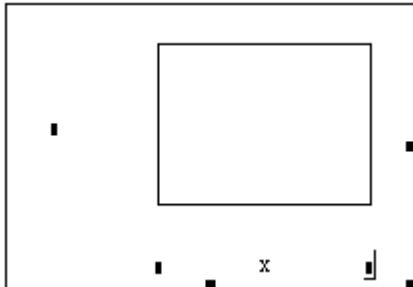
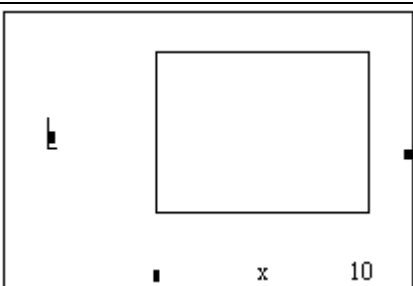
M
กราฟพื้นผิว 3 มิติ



M
กราฟ contour plot

3.1 การเขียนกราฟในพิกัด XY และการปรับรูปแบบของกราฟ

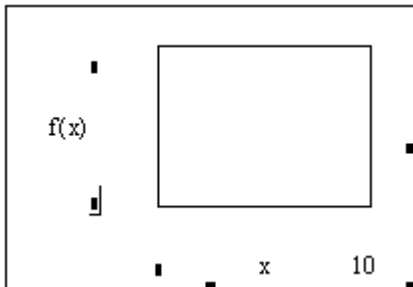
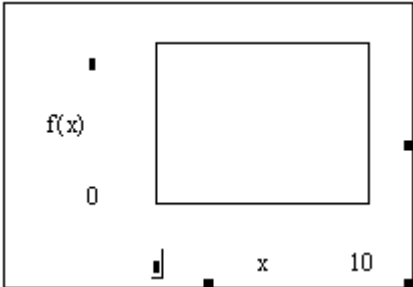
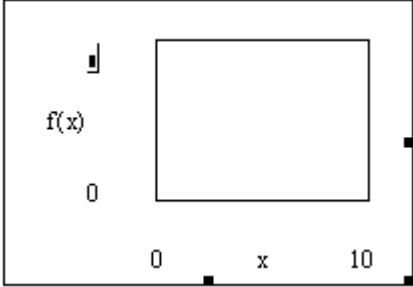
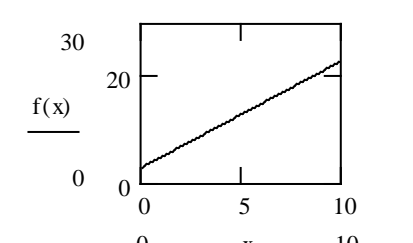
ตัวอย่าง การเขียนกราฟของ $f(x) = 2x + 3$ บนช่วง $[0, 10]$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$f(x):2*x+3$	$f(x) := 2 \cdot x + 3$
$x:0,0.1;10$	$x := 0, 0.1.. 10$
คลิก  ที่แถบเครื่องมือ 	จะได้แถบเครื่องมือ Graph 
คลิก  บนแถบเครื่องมือ Graph หมายเหตุ กดเครื่องหมาย @ จะได้สัญลักษณ์ของการเขียน กราฟ X-Y เหมือนกัน	
$x<Tab>$	
$10<Tab>$	

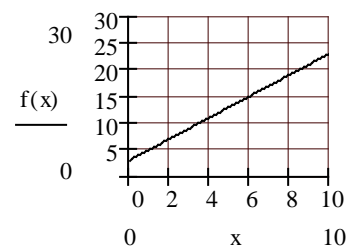
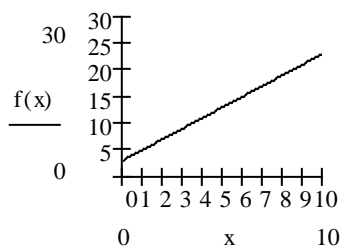
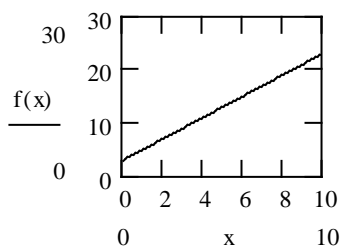
หมายเหตุ 1. การกำหนด $x:=0,0.1..10$ แปลว่าค่า x มีค่าเป็น $0, 0.1, 0.2, \dots, 10$

เพราะฉะนั้นมีการเขียนกราฟทั้งหมด 101 จุด

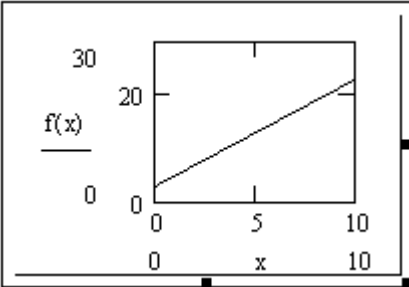
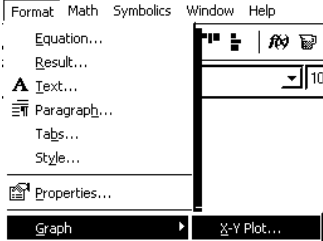
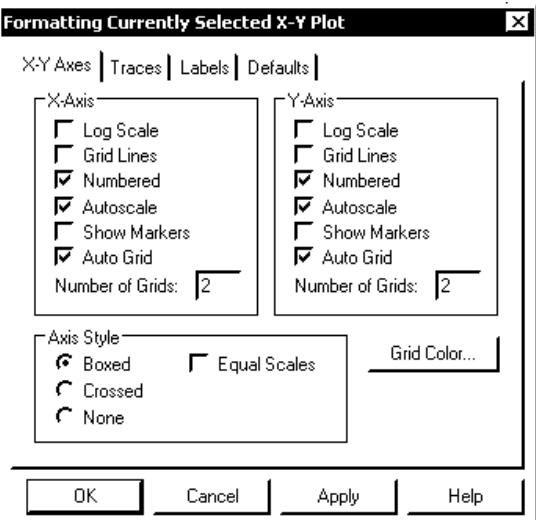
2. ในกรณีที่พิมพ์เฉพาะ x และ $f(x)$ โปรแกรม Mathcad ก็ยังสามารถเขียนกราฟได้

$f(x) < \text{Tab} >$	
$0 < \text{Tab} >$	
$0 < \text{Tab} >$	
$30 \leftarrow$	

หมายเหตุ กดสัญลักษณ์ @ บนแป้นพิมพ์จะได้รูปแบบของการเขียนกราฟเหมือนกัน
ต่อไปเราจะทำการเปลี่ยนรูปแบบกราฟให้ได้หลายๆ แบบเช่น



การ Format รูปแบบกราฟให้มีลักษณะต่าง ๆ มีขั้นตอนดังนี้

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
เลือกรูปของกราฟที่ต้องการ เปลี่ยนรูปแบบ โดยการนำเมาส์ ไปคลิกที่บริเวณของกราฟ จะเกิดกรอบคลุมบริเวณกราฟ	
คลิก Format ที่เมนูบาร์ เลือกเมนูย่อย Graph เลือกเมนูย่อย X-Y Plot 	จะได้เมนูของการ Format กราฟดังนี้ 

หมายเหตุ วิธีที่สะดวกที่สุดในการ Format กราฟคือ กดดับเบิลคลิก ในบริเวณกราฟที่เราต้องการจัดรูปแบบ

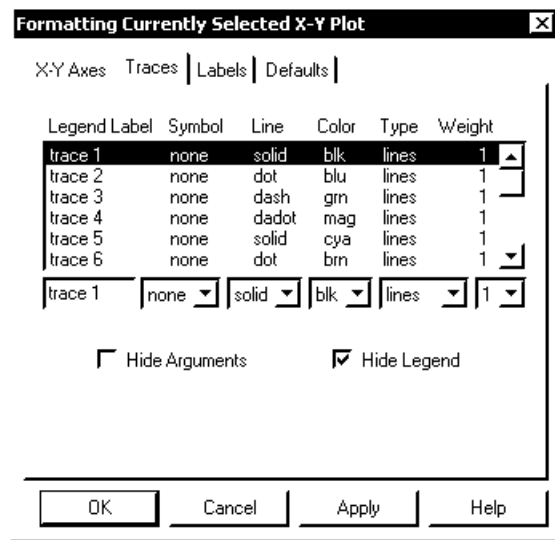
- เมนูย่อยที่มีคือ X-Y Axes เมนูย่อยเกี่ยวกับลักษณะของกรอบ และ สเกล
- Traces เมนูย่อยเกี่ยวกับลักษณะของเส้นกราฟ สีของกราฟ การพล็อตจุด
- Labels เมนูย่อยเกี่ยวกับการพิมพ์ชื่อของ แกน X แกน Y
- Defaults เมนูย่อยของการกำหนดค่ามาตรฐานของการเขียนกราฟ

X-Y Axes เมนูย่อยของการจัดรูปแบบเกี่ยวกับแกนพิกัด

- Log Scale** ใช้กำหนดว่าแกน X หรือ แกน Y เป็นสเกล log
- Grids Lines** ใช้กำหนดว่าต้องการตีเส้น grid หรือไม่
- Numbered** ใช้กำหนดว่าต้องการพิมพ์ตัวเลขที่แกน X หรือ แกน Y หรือไม่
- Autoscale** ใช้กำหนดว่าต้องการในคอมพิวเตอร์คำนวณสเกลให้หรือไม่
- Show Markers** ใช้กำหนดว่าต้องการให้พิมพ์สัญลักษณ์ที่ Plot กราฟหรือไม่
- Auto Grid** ใช้กำหนดว่าต้องการกำหนดจำนวน grid เองหรือไม่

- Boxed ใช้กำหนดว่าต้องการเขียนกราฟในกรอบสี่เหลี่ยม
 - Crossed ใช้กำหนดว่าต้องการเขียนกราฟโดยไม่มีกรอบสี่เหลี่ยมล้อมรอบ
 - None เป็นการกำหนดว่าไม่ต้องเขียนแกน X และ แกน Y
- หมายเหตุ มีเครื่องหมาย ถูก ในช่องสี่เหลี่ยมแปลว่าต้องการเลือก Option นั้น

Traces เมนูย่อยของการจัดรูปแบบ
เกี่ยวกับการพล็อตจุดของกราฟ



Legend Label ใช้แสดงหมายเลขเส้นกราฟ

Symbol ใช้กำหนดสัญลักษณ์ในการเขียนจุด
เช่นใช้เครื่องหมาย +, x

Line ใช้กำหนดชนิดของเส้นกราฟ
เป็นเส้นทึบ เส้นปะ

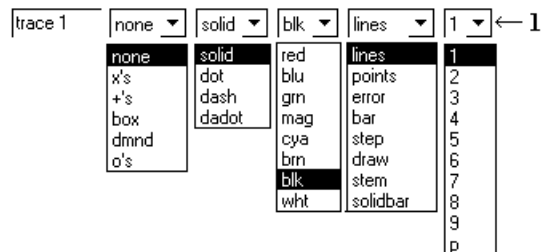
Color ใช้กำหนดสีของเส้นกราฟเป็น
สีดำ สีแดง สีนํ้าเงิน

Type ใช้กำหนดรูปแบบของเส้นกราฟ
เช่น พล็อตเป็นจุด พล็อตเป็นจุดและโยงเส้น

Weigth ใช้กำหนดความเข้มหรือความหนาของเส้นกราฟโดยที่ความเข้มเพิ่มจาก 1 ถึง 9

ตัวอย่างของทางเลือก (Options)

ที่มีให้เลือกดูจากภาพนี้



หมายเหตุ

การเลือกให้คลิกที่บริเวณ

ของช่องตรงตำแหน่งหมายเลข 1

Label เมนูย่อยของการกำหนดคำอธิบายเกี่ยวกับแกนพิกัด

ตัวอย่างเช่น

กำหนด Title เป็น Graph of function $y = f(x)$

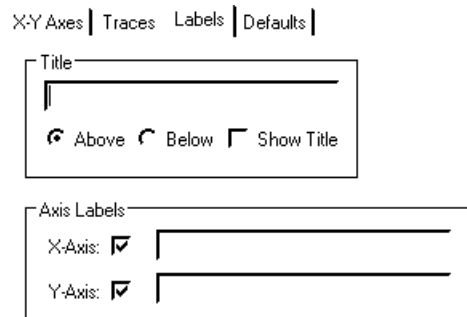
กำหนด Label ของแกน X เป็น Value of X

กำหนด Label ของแกน Y เป็น Value of Y

และเลือก Option Show Title

ด้วยการ check box หน้า Show Title ด้วย

เสร็จแล้วคลิก OK หรือทดลองคลิก Apply



ภาพที่ได้คือ

Title

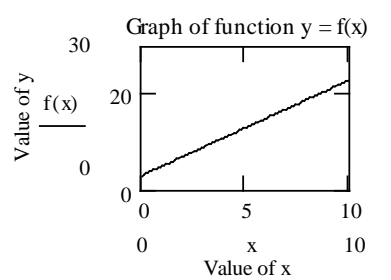
Graph of function $y = f(x)$

Above Below Show Title

Axis Labels

X-Axis: Value of x

Y-Axis: Value of y



Defaults เมื่อย่อยกำหนดค่ามาตรฐานของการเขียนกราฟ
ใช้ในการเลือกการ

X-Y Axes | Traces | Labels | Defaults

การกำหนดลักษณะกราฟ (Format)
ตามที่โปรแกรม Mathcad กำหนดไว้

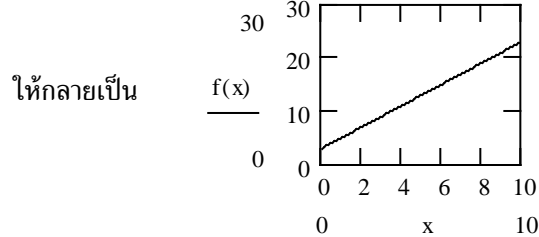
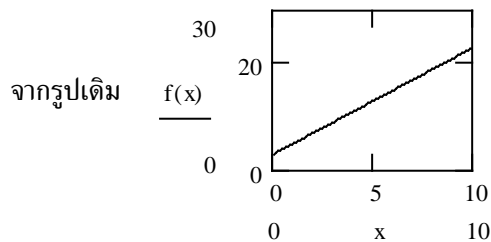
Change to Defaults

Use for Defaults

Changes all plot settings to the default settings for this document.

Use the current plot settings as the default settings for this document.

ตัวอย่างการเปลี่ยนรูปแบบ การเขียนกราฟของ $f(x) = 2x + 3$ บนช่วง $[0, 10]$



ขั้นที่ 1. นำเมาส์ไปกดดับเบิลคลิกที่บริเวณ
ของกราฟจะได้เมนูของการ Format กราฟ

Formatting Currently Selected X-Y Plot

ขั้นที่ 2.

X-Y Axes | Traces | Labels | Defaults

กำหนดทางเลือก (Options) ใน X-Y Axes ดังนี้

- คลิกที่ Auto Grid ของ แกน X
ให้เครื่องหมายถูก หายไปเพื่อยกเลิก Auto Grid
- พิมพ์ 5 ในช่อง No. of Grids ของ แกน X
- คลิกที่ Auto Grid ของ แกน Y
ให้เครื่องหมายถูก หายไปเพื่อยกเลิก Auto Grid
- พิมพ์ 3 ในช่อง No. of Grids ของ แกน Y

X-Axis

Y-Axis

Log Scale

Grid Lines

Numbered

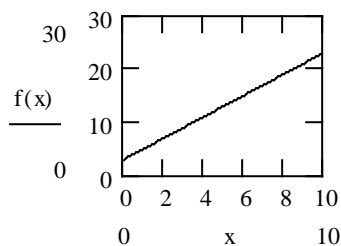
Autoscale

Show Markers

Auto Grid

Number of Grids:

ขั้นที่ 3. คลิก OK หรือ คลิก Apply ภาพที่ได้คือ



X-Axis

Y-Axis

Log Scale

Grid Lines

Numbered

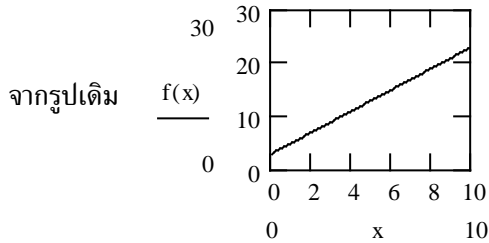
Autoscale

Show Markers

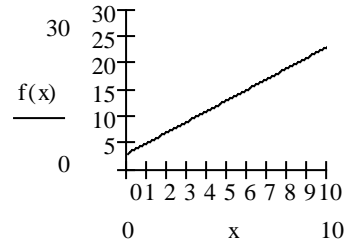
Auto Grid

Number of Grids:

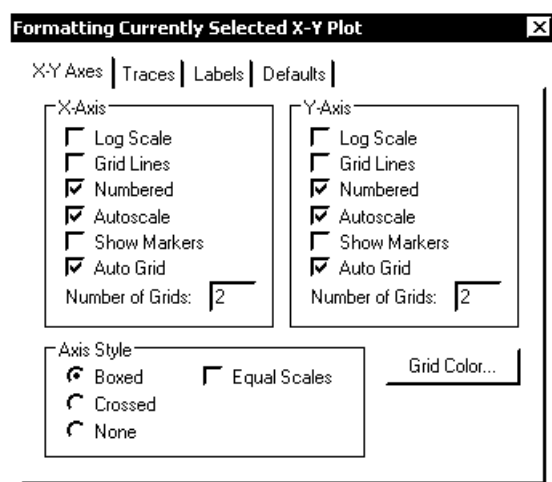
ตัวอย่างการเปลี่ยนรูปแบบ การเขียนกราฟของ $f(x) = 2x + 3$ บนช่วง $[0, 10]$



ให้กลายเป็น



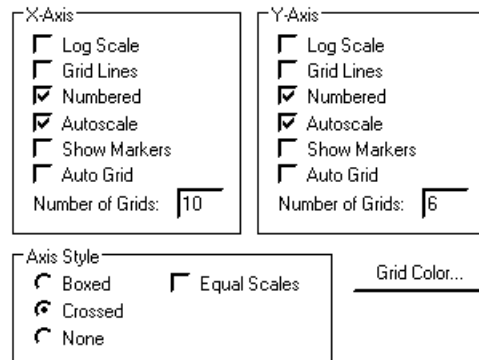
ขั้นที่ 1. นำเมาส์ไปกดดับเบิลคลิกที่บริเวณของกราฟจะได้เมนูของการ Format กราฟ



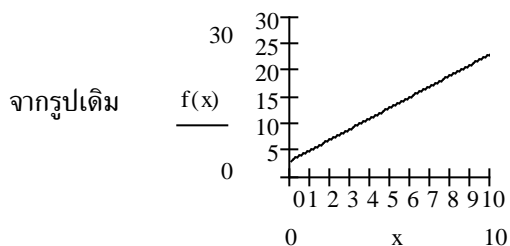
ขั้นที่ 2.

กำหนดทางเลือก (Options) ใน X-Y Axes ดังนี้

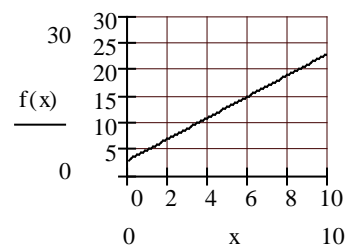
- คลิกที่ Auto Grid ของ แกน X
ให้เครื่องหมายถูกหายไป
เพื่อยกเลิก Auto Grid
- พิมพ์ 10 ในช่อง No. of Grids ของ แกน X
- คลิกที่ Auto Grid ของ แกน Y
ให้เครื่องหมายถูก หายไป
เพื่อยกเลิก Auto Grid
- พิมพ์ 6 ในช่อง No. of Grids ของ แกน Y
- คลิกที่วงกลมหน้า Crossed
ให้เกิดจุดดำในวงกลม
- เสร็จแล้วคลิก OK หรือ คลิก Apply
จะได้ภาพตามที่ต้องการ



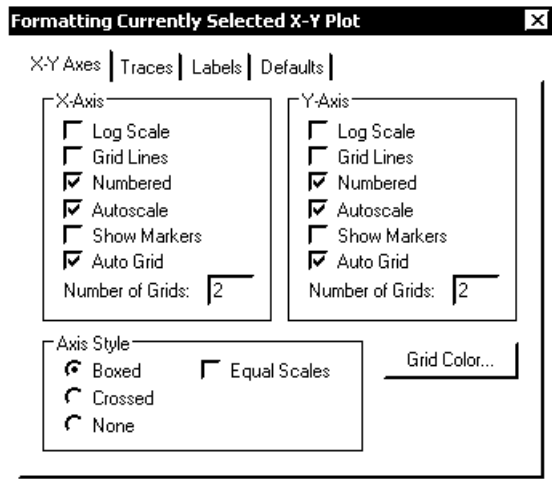
ตัวอย่างการเปลี่ยนรูปแบบ การเขียนกราฟของ $f(x) = 2x + 3$ บนช่วง $[0, 10]$



ให้กลายเป็น



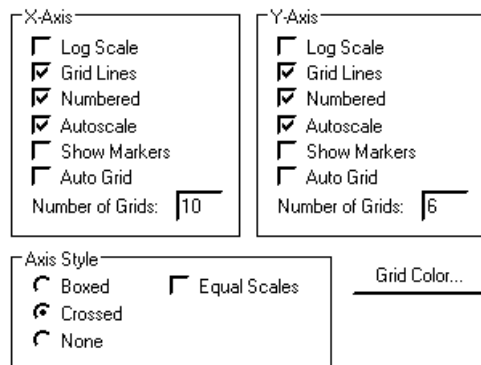
ขั้นที่ 1. นำเมาส์ไปกดดับเบิลคลิกที่บริเวณของกราฟจะได้เมนูของการ Format กราฟ



ขั้นที่ 2.

กำหนดทางเลือก (Options) ใน X-Y Axes ดังนี้

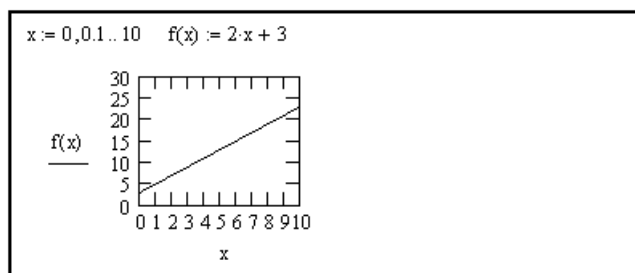
1. คลิกที่ Auto Grid ของ แกน X
ให้เครื่องหมายถูกหายไป
เพื่อยกเลิก Auto Grid
2. พิมพ์ 10 ในช่อง No. of Grids ของ แกน X
3. คลิกที่ Auto Grid ของแกน Y
ให้เครื่องหมายถูกหายไป
เพื่อยกเลิก Auto Grid
4. พิมพ์ 6 ในช่อง No. of Grids ของ แกน Y
5. คลิกที่ช่อง Grid Line ให้เกิดเครื่องหมายถูก
ทั้งของแกน X และแกน Y
6. เสร็จแล้วคลิก OK หรือ คลิก Apply
จะได้ภาพตามที่ต้องการ



3.2 การย่อและขยายขนาดของกราฟ

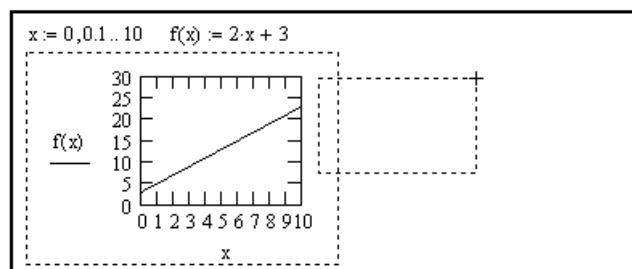
เขียนกราฟ $f(x) = 2x + 3$ บนช่วง $[0, 10]$

เพื่อเป็นตัวอย่างในการย่อและขยาย

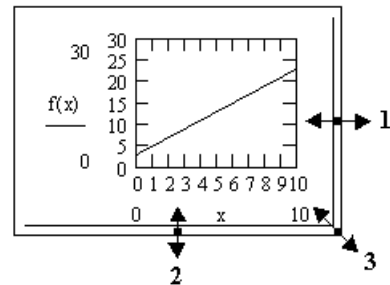
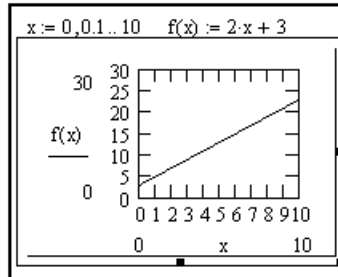


ขั้นตอนการย่อและขยายขนาดกราฟ

ขั้นที่ 1. ลากเมาส์เข้าไปคลุมบริเวณของกราฟ จะเกิดกรอบสี่เหลี่ยมที่มีเส้นแบบเส้นไขปลาล้อมรอบกราฟ



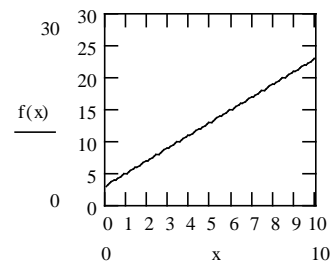
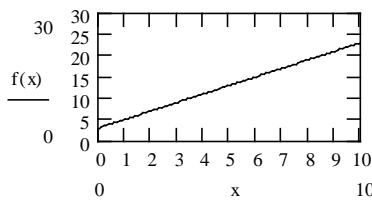
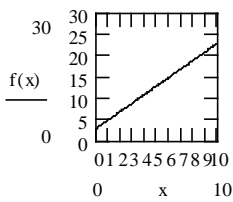
ขั้นที่ 2. ขณะที่กรอบเส้นไขปลาล้อมรอบกราฟ ให้ปล่อยมือจะเกิดสี่เหลี่ยมขอบเส้นตรงคลุมกราฟ



ขั้นที่ 3. ลากเมาส์ไปยังจุดสี่ดำที่ขอบของกรอบสี่เหลี่ยมจะเกิดสัญลักษณ์ \leftrightarrow หรือ \updownarrow หรือ \nwarrow การย่อหรือขยายทำได้โดยลากเมาส์ ขณะที่เกิดลูกศรตรงขอบที่เอาเมาส์ไปเลือกไว้

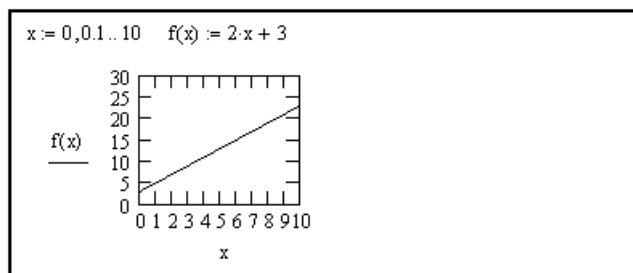
1. ย่อหรือขยายทางด้านข้าง
2. ย่อหรือขยายทางด้านบน และ ล่าง
3. ย่อหรือขยายทั้งสองด้านพร้อมกัน

ตัวอย่างการย่อหรือขยายเช่น



3.3 การ COPY CUT และ PASTE กราฟ

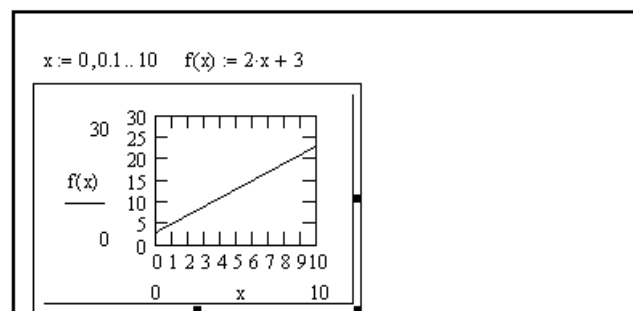
เขียนกราฟของ $f(x) = 2x + 3$
บนช่วง $[0, 10]$ เพื่อเป็นตัวอย่าง



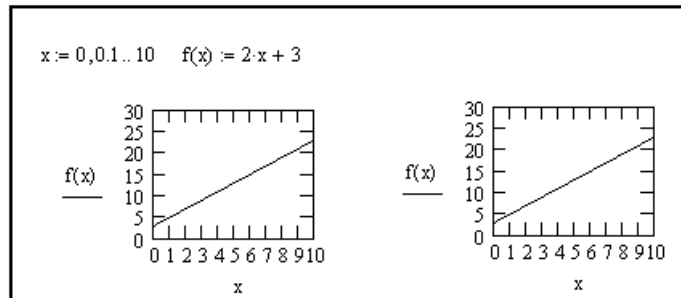
นำเมาส์เข้าไปคลิกที่บริเวณของกราฟ
จะได้สี่เหลี่ยมที่มีเส้นทึบคลุมรูป

กดฟังก์ชันคีย์ F2 หรือ $\langle \text{Ctrl} \rangle + C$
เป็นการ Copy กราฟรูปนี้

เลื่อน Curser ไปที่บริเวณนอกกราฟรูปเดิม



กดฟังก์ชันคีย์ F4 หรือ <Ctrl> + V
เป็นการ Paste กราฟที่ Copy
ไว้ลงตรงตำแหน่งที่ Curser อยู่
ผลบนจอภาพคือ



หมายเหตุ หากต้องการลบกราฟในกรอบที่เลือกไว้ ให้กดฟังก์ชันคีย์ F3 หรือ <Ctrl> + X
การเคลื่อนย้ายรูปของกราฟโดยการลากเมาส์

- ขั้นที่ 1. ลากเมาส์มาที่เส้นกรอบสี่เหลี่ยม จะเกิดรูปมือที่ขอบของรูปสี่เหลี่ยมที่คลุมกราฟ
- ขั้นที่ 2. กดเมาส์ค้างไว้และลากเมาส์ไปด้วย กราฟรูปนั้นก็เคลื่อนย้ายตาม

หมายเหตุ เมื่อเลือกบริเวณของสูตรบนจอภาพ เช่น ผลการคำนวณ รูปกราฟ หรือบางส่วนในสูตร
การกด ฟังก์ชันคีย์ F2 หรือ <Ctrl> + C หมายถึงการ Copy สูตรหรือบริเวณที่เลือกนั้น

ฟังก์ชันคีย์ F3 หรือ <Ctrl> + X หมายถึงการ Cut หรือการลบ สูตรหรือบริเวณที่เลือกนั้น


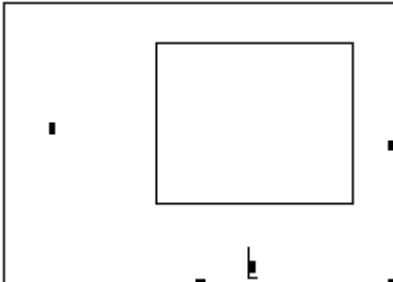
ฟังก์ชันคีย์ F4 หรือ <Ctrl> + V หมายถึงการ Paste สูตรหรือบริเวณที่ copy ไว้

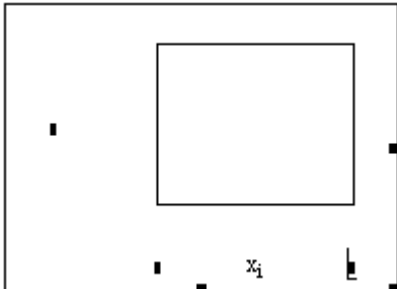
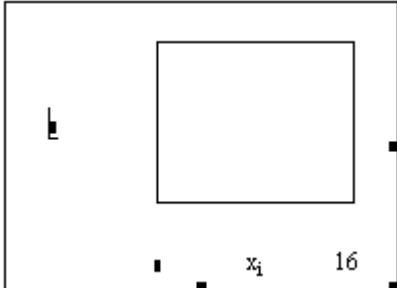
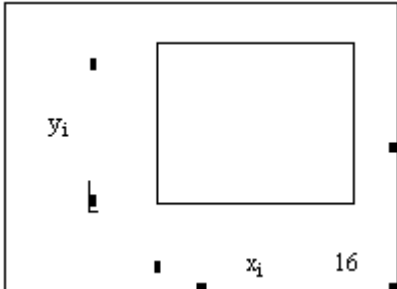
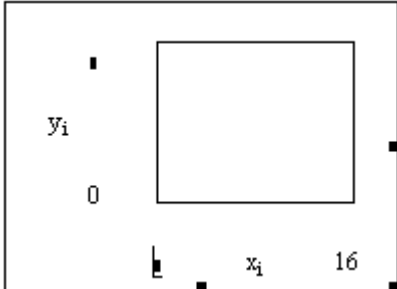
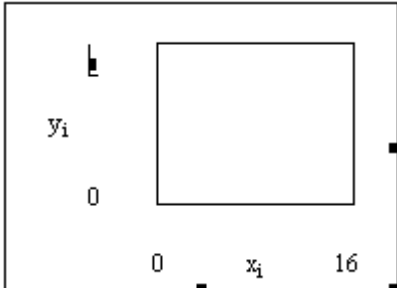
3.4 การเขียนกราฟของแผนภาพการกระจายของข้อมูล

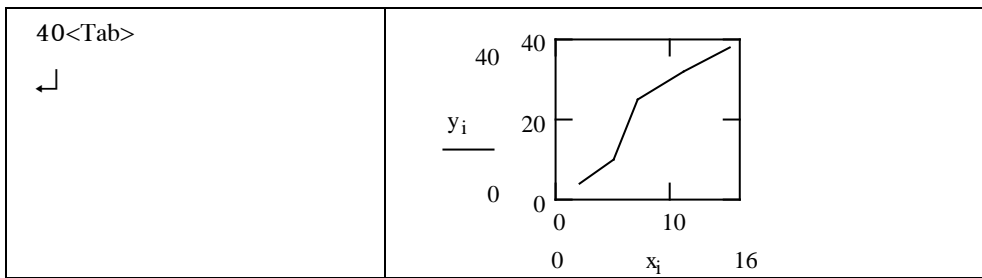
ตัวอย่างของข้อมูลเช่น

x	y
2	4
5	10
7	25
11	32
15	38

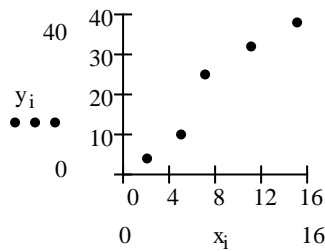
การเขียนแผนภาพการกระจายของ X และ Y

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
กำหนดข้อมูล x และ y กำหนดจุดเริ่มต้น ORIGIN:1 และกำหนดตัว Subscript i:1;5	$x := \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \\ 11 \\ 15 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \\ 25 \\ 32 \\ 38 \end{pmatrix} \quad \text{ORIGIN} := 1 \quad i := 1..5$
กดเครื่องหมาย @ หรือคลิก  บนแถบเครื่องมือ Graph	

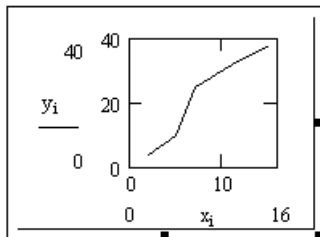
<p>$x[i<Tab>$</p>	
<p>16<Tab></p>	
<p>$y[i<Tab>$</p>	
<p>0<Tab></p>	
<p>0<Tab></p>	



กราฟที่ได้ยังไม่เป็นแผนภาพการกระจาย ต่อไปเราจะทำการ Format กราฟให้ให้สวยงามและเหมาะสมเช่น การเปลี่ยนรูปแบบกราฟให้เป็นแผนภาพการกระจายที่มีรูปเป็น มีขั้นตอนดังนี้



ขั้นที่ 1. เลือกรูปของกราฟที่ต้องการเปลี่ยนรูปแบบ โดยการนำเมาส์ไปกดดับเบิลคลิกที่บริเวณของกราฟ จะได้เมนูของการปรับเปลี่ยนรูปแบบ



Formatting Currently Selected X-Y Plot

X-Y Axes | Traces | Labels | Defaults

X-Axis

Log Scale
 Grid Lines

Y-Axis

Log Scale
 Grid Lines

X-Axis

Log Scale
 Grid Lines
 Numbered
 Autoscale
 Show Markers
 Auto Grid
 Number of Grids:

Y-Axis

Log Scale
 Grid Lines
 Numbered
 Autoscale
 Show Markers
 Auto Grid
 Number of Grids:

Axis Style

Boxed Equal Scales
 Crossed
 None

Grid Color...

- ขั้นที่ 2.**
1. ยกเลิก Auto Grid ของ X-Axis และ ใส่ Number of Grids เป็น 4
 2. ยกเลิก Auto Grid ของ Y-Axis และ ใส่ Number of Grids เป็น 4
 3. เลือก Axis Style เป็น Crossed

- ขั้นที่ 3.**
1. เลือกเมนูย่อย Traces โดยการคลิกไปที่ Traces
 2. เลือก Type การพล็อตเป็น points
 3. เลือก Weight การพล็อตเป็น 3

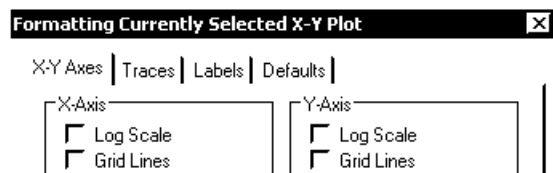
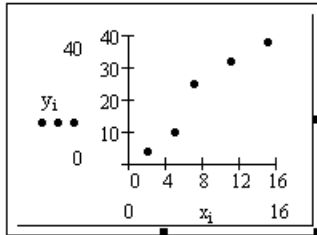
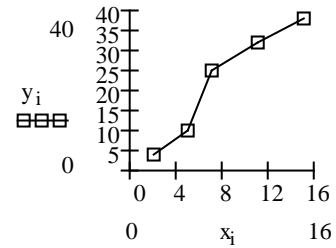
Legend Label	Symbol	Line	Color	Type	Weight
trace 1	none	solid	blk	lines	1
trace 2	none	dot	blu	lines	1
trace 3	none	dash	grn	lines	1
trace 4	none	dadot	mag	lines	1
trace 5	none	solid	cya	lines	1
trace 6	none	dot	brn	lines	1

trace 1	none	solid	blk	lines	1
				lines	1
				points	2
				error	3
				bar	4

ขั้นที่ 4. เสร็จแล้วคลิก OK จะได้กราฟดังภาพข้างต้น

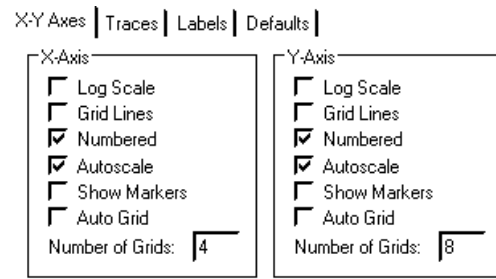
การเปลี่ยนรูปแบบกราฟให้เป็นแผนภาพการกระจายที่มีรูปเป็น
มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1. เลือกรูปของกราฟที่ต้องการเปลี่ยนรูปแบบ
โดยการนำเมาส์ไปกดดับเบิลคลิกที่บริเวณของกราฟ
จะได้เมนูของการปรับเปลี่ยนรูปแบบ



ขั้นที่ 2.

1. ยกเลิก Auto Grid ของ X-Axis
และ ใส่ Number of Grids เป็น 4
2. ยกเลิก Auto Grid ของ Y-Axis
และ ใส่ Number of Grids เป็น 4
3. เลือก Axis Style เป็น Crossed



ขั้นที่ 3.

1. เลือกเมนูย่อย Traces
โดยการคลิกไปที่ Traces
2. เลือก Symbol การพล็อตเป็น box
3. เลือก Type การพล็อตเป็น lines
4. เลือก Weight การพล็อตเป็น 1

Legend Label	Symbol	Line	Color	Type	Weight
trace 1	none	solid	blk	lines	1
trace 2	none	dot	blu	lines	1
trace 3	none	dash	grn	lines	1
trace 4	none	dadot	mag	lines	1
trace 5	none	solid	cya	lines	1
trace 6	none	dot	brn	lines	1

trace 1	none	solid	blk	lines	1
	none			lines	1
	x's			points	2
	+s			error	3
	box			bar	4

ขั้นที่ 4. เสร็จแล้วคลิก OK จะได้กราฟดังภาพข้างต้น

3.5 การเขียนกราฟของสมการพาราเมตริก

ตัวอย่างเช่นการเขียนกราฟของเส้นโค้ง
ที่มีสมการพาราเมตริก

$$x(t) = 80t$$

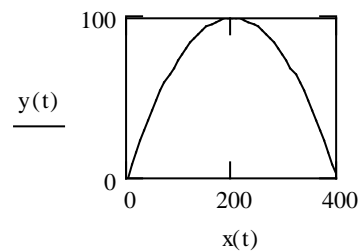
$$y(t) = -16t^2 + 80t$$

$$\text{บนช่วง } 0 < t < 5$$

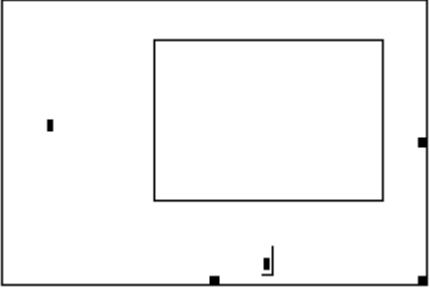
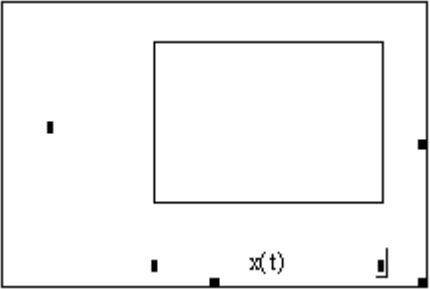
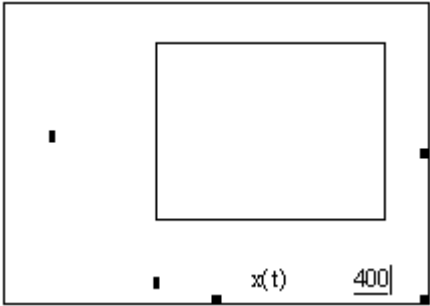
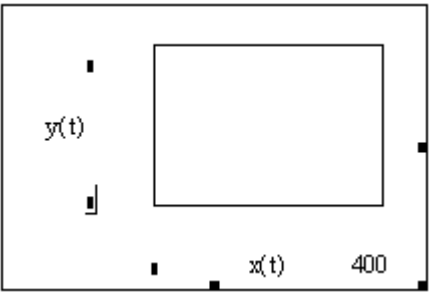
$$t := 0, 0.1..5$$

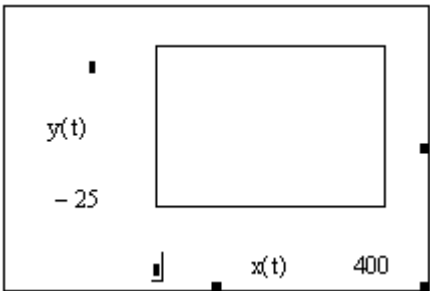
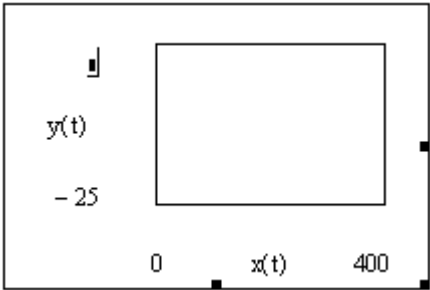
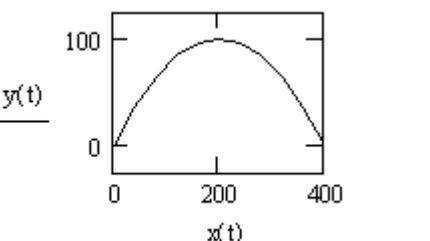
$$x(t) := 80 \cdot t$$

$$y(t) := -16 \cdot t^2 + 80 \cdot t$$

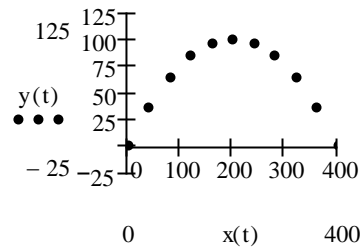


ขั้นตอนการเขียนกราฟของสมการพาราเมตริก

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$t:0,0.5;5$ $x(t):80 \cdot t$ $y(t):-16 \cdot t^2 + 80 \cdot t$	$t := 0, 0.5.. 5$ $x(t) := 80 \cdot t$ $y(t) := -16 \cdot t^2 + 80 \cdot t$
กด @	
x(t)<Tab>	
400<Tab>	
y(t)<Tab>	

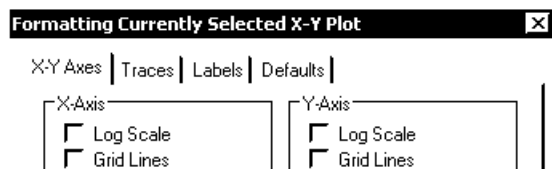
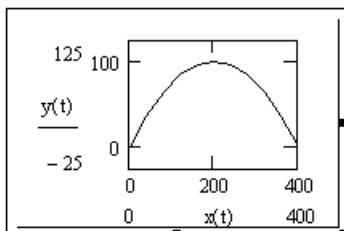
<p>-25<Tab></p>	
<p>0<Tab></p>	
<p>125↵</p>	

กราฟที่ได้สามารถจัดรูปแบบได้หลายลักษณะเช่น
การเปลี่ยนรูปแบบกราฟให้มีรูปเป็น

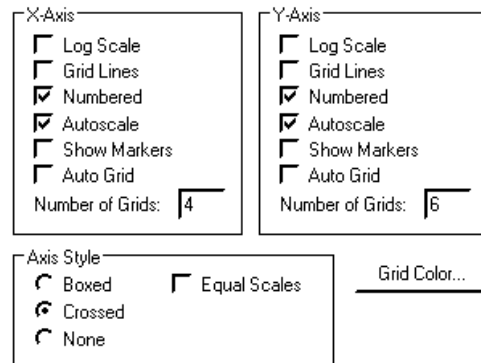


มีขั้นตอนดังนี้

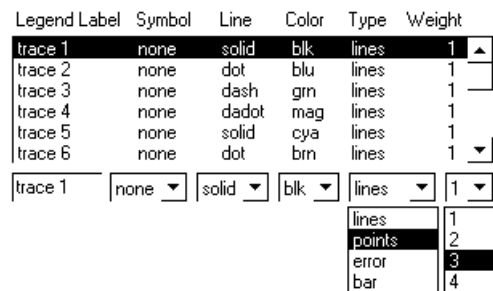
ขั้นที่ 1. เลือกรูปของกราฟที่ต้องการเปลี่ยนรูปแบบ
โดยการนำเมาส์ไปกดดับเบิลคลิกที่บริเวณของกราฟ
จะได้เมนูของการปรับเปลี่ยนรูปแบบ



- ขั้นที่ 2.**
1. ยกเลิก Auto Grid ของ X-Axis และ ใส่ Number of Grids เป็น 4
 2. ยกเลิก Auto Grid ของ Y-Axis และ ใส่ Number of Grids เป็น 6
 3. เลือก Axis Style เป็น Crossed



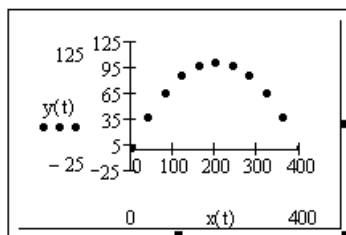
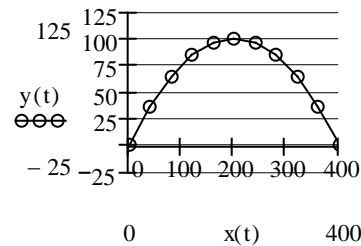
- ขั้นที่ 3.**
1. เลือกเมนูย่อย Traces โดยการคลิกไปที่ Traces
 2. เลือก Type การพล็อตเป็น points
 3. เลือก Weight การพล็อตเป็น 3



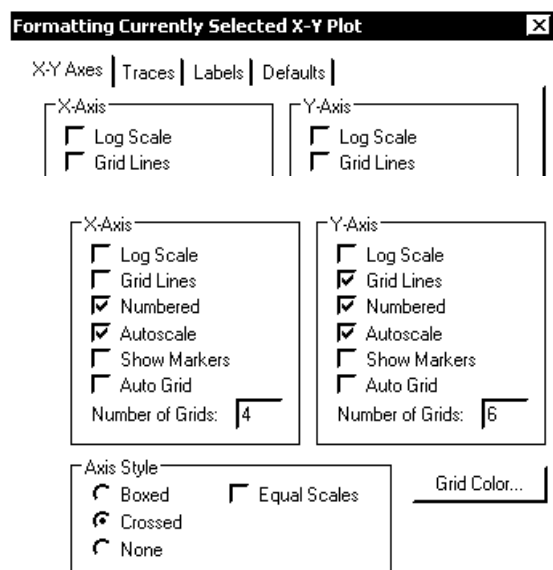
ขั้นที่ 4. เสร็จแล้วคลิก OK จะได้กราฟดังภาพข้างต้น

การเปลี่ยนรูปแบบกราฟให้มีรูปเป็น มีขั้นตอนดังนี้

- ขั้นที่ 1.** เลือกรูปของกราฟที่ต้องการเปลี่ยนรูปแบบ โดยการนำเมาส์ไปกดดับเบิลคลิกที่บริเวณของกราฟ จะได้เมนูของการปรับเปลี่ยนรูปแบบ



- ขั้นที่ 2.**
1. ยกเลิก Auto Grid ของ X-Axis และ ใส่ Number of Grids เป็น 4
 2. ยกเลิก Auto Grid ของ Y-Axis และ ใส่ Number of Grids เป็น 6
 3. เลือก Axis Style เป็น Crossed
 4. เลือกแสดง Grid Lines ที่ Y-Axis



ขั้นที่ 3. 1. เลือกเมนูย่อย Traces

โดยการคลิกไปที่ Traces

2. เลือก Symbol การพล็อตเป็น box
3. เลือก Type การพล็อตเป็น points
4. เลือก Weight การพล็อตเป็น 1

Legend Label	Symbol	Line	Color	Type	Weight
trace 1	none	solid	blk	lines	1
trace 2	none	dot	blu	lines	1
trace 3	none	dash	grn	lines	1
trace 4	none	dadot	mag	lines	1
trace 5	none	solid	cya	lines	1
trace 6	none	dot	brn	lines	1

trace 1	none	solid	blk	lines	1
	none			lines	1
	x's			points	2
	+s			error	3
	box			bar	4

ขั้นที่ 4. เสร็จแล้วคลิก OK จะได้กราฟดังภาพข้างต้น

3.6 การเขียนกราฟของสมการในพิกัดเชิงขั้ว

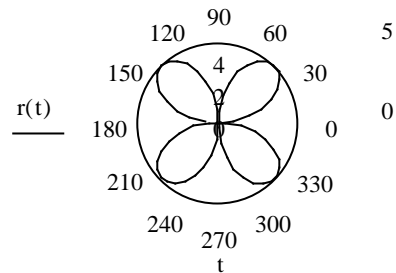
ตัวอย่างเช่นการเขียนกราฟของฟังก์ชัน

$$r(t) = 5\sin(2t) \text{ บนช่วง } [0, 2\pi]$$





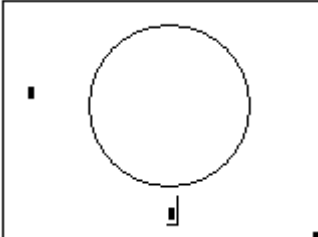
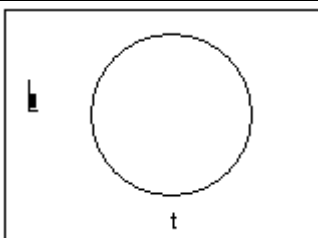
$$t := 0, 0.1.. 2 \cdot \pi$$

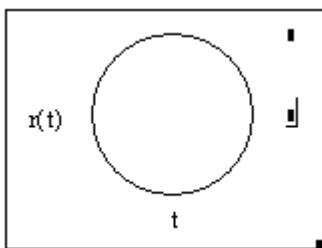
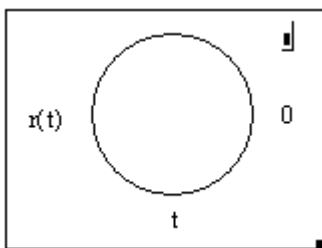
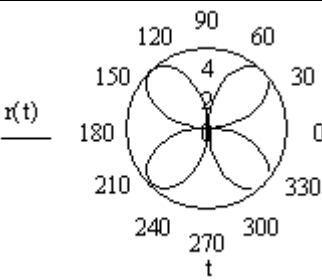
$$r(t) := 5 \cdot \sin(2 \cdot t)$$

วิธีทำ



ขั้นตอนการเขียนกราฟพิกัดเชิงขั้ว

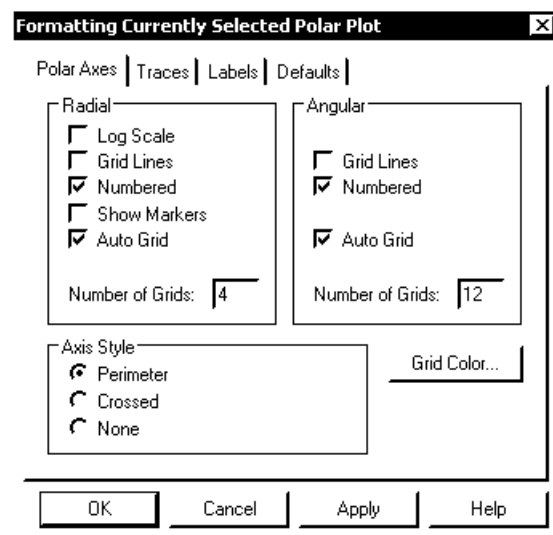
พิมพ์ $t:=0,0.1;2*\pi$ $r(t):5*\sin(2*t)$	ผลบนจอภาพ $t := 0, 0.1.. 2 \cdot \pi$ $r(t) := 5 \cdot \sin(2 \cdot t)$
คลิก  ที่แถบเครื่องมือ 	จะได้แถบเครื่องมือ Graph 
คลิก  บนแถบเครื่องมือ Graph หมายเหตุ <Ctrl> + 7 จะได้สัญลักษณ์ของการเขียน กราฟพิกัดเชิงขั้ว	
t<Tab>	

$r(t) < \text{Tab} >$	
$0 < \text{Tab} >$ หมายถึง 0 เป็นค่าน้อยที่สุด ของ $5\sin(2t)$	
$5 \swarrow$ หมายถึง 5 เป็นค่ามากที่สุด ของ $5\sin(2t)$	

หมายเหตุ เราสามารถจัดรูปแบบกราฟในพิกัดเชิงขั้วโดยการกดดับเบิลคลิกที่บริเวณของกราฟจะได้เมนูย่อยของการจัดรูปแบบกราฟในพิกัดเชิงขั้วเป็นดังนี้

เมนูย่อย Polar Axes

- Log Scale กำหนดให้ใช้สเกล log
 - Grid Lines กำหนดให้ตีเส้น grid
 - Number กำหนดให้มีการเขียนตัวเลขกำกับสเกล
 - Show Markers กำหนดให้แสดงชนิดของการ Plot
 - Auto Grid กำหนดจำนวน Grid - ของแนวมุมและ แนวรัศมี
 - Perimeter กำหนดให้ Plot กราฟในแบบวงกลม
 - Crossed กำหนดให้ Plot กราฟในแบบที่มีแกน X และ Y ตัดกัน
 - None เลือก Plot กราฟแบบไม่มีแกนพิกัด
- เมนูย่อย Traces เมนูย่อย Labels เมนูย่อย Defaults



มีหน้าที่เหมือนกราฟในพิกัดแกน XY (ดูหัวข้อ 3.1) ตัวอย่างการจัดรูปแบบของกราฟและภาพของกราฟที่ได้

Polar Axes | Traces | Labels | Defaults |

Radial

Log Scale

Grid Lines

Numbered

Show Markers

Auto Grid

Number of Grids:

Angular

Grid Lines

Numbered

Auto Grid

Number of Grids:

Axis Style

Perimeter

Crossed

None

Grid Color...


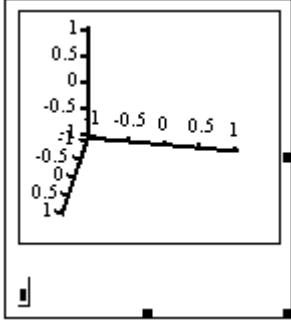
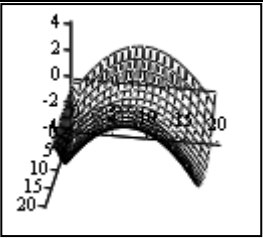
3.7 การเขียนกราฟแบบ 3 มิติ

ตัวอย่างเช่น กราฟของ $f(x, y) = x^2 - y^2$ บนช่วง $[-2, 2] \times [-2, 2]$

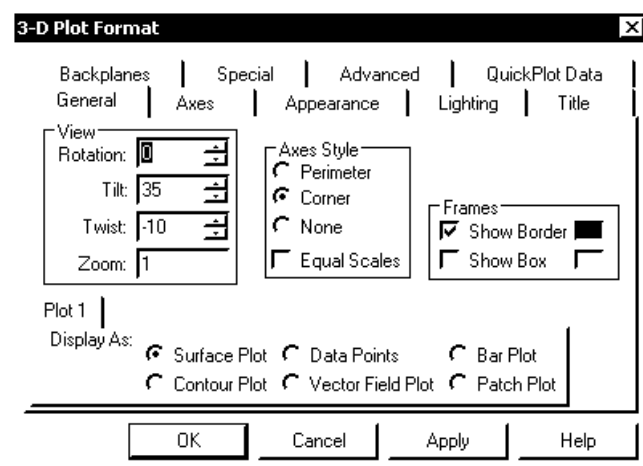
การเขียนกราฟพื้นผิว 3 มิติ แบบที่ 1.

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$x: -2, -1.99; 2 \downarrow$	$x := -2, -1.99.. 2$
$y: -2; -1.99; 2 \downarrow$	$y := -2, -1.99.. 2$
$f(x,y): x^2 \text{ <Space bar> } - y^2 \downarrow$	$f(x,y) := x^2 - y^2$
คลิก บนแถบเครื่องมือ Graph หมายถึงเหตุ <Ctrl> + 2 จะได้สัญลักษณ์ของการเขียนกราฟ 3 มิติ	
$f \downarrow$	

การเขียนกราฟพื้นผิว 3 มิติ แบบที่ 2.

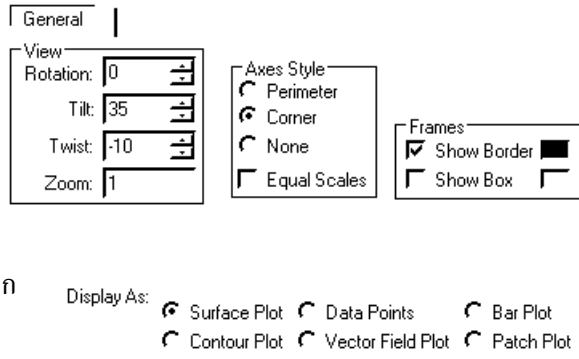
พิมพ์	ผลบนจอภาพ
i:1;20↵	$i := 1..20$
j:1;20↵	$j := 1..20$
x[i:-2+0.2*i↵	$x_i := -2 + 0.2 \cdot i$
y[j:-2+0.2*j↵	$y_j := -2 + 0.2 \cdot j$
f(x,y):x^2<Space bar>-y^2↵	$f(x,y) := x^2 - y^2$
M[(i,j):f(x[i<Space bar>,y[j]↵	$M_{(i,j)} := f(x_i, y_j)$
คลิก  บนแถบเครื่องมือ Graph หมายถึง <Ctrl> + 2 จะได้สัญลักษณ์ของการเขียนกราฟ 3 มิติ	
M↵	 M

การจัดรูปแบบของการเขียนกราฟ 3 มิติ
 ทำได้โดยการกดดับเบิลคลิกที่รูปของกราฟ
 จะได้เมนูย่อยของการเขียนกราฟ 3 มิติคือ



เมนู General

- View** ใช้กำหนดเกี่ยวกับมุมมองของภาพ
- Rotation** กำหนดมุมที่หมุนภาพ
อิงกับแกนมุมฉาก ในการมองภาพ
- Tilt** กำหนดมุมก้ม หรือ มุมเงย
ของสายตาในการมองภาพ
- Twist** กำหนดมุมที่หมุนภาพอิงกับแกนมุมฉาก
ในการมองภาพ

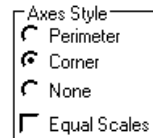


Display As

- Surface Plot** กำหนดให้ plot กราฟแบบพื้นผิว
- Data Points** กำหนดให้ plot กราฟแบบพื้นผิวแบบกราฟแสดงข้อมูล
- Bar Plot** กำหนดให้ plot กราฟแบบ bar graph
- Contour Plot** กำหนดให้ plot กราฟแบบคอนทัวร์
- Vector Field Plot** กำหนดให้ plot สนามเวกเตอร์
- Patch Plot** กำหนดให้ plot รูปแบบพิเศษ patch plot

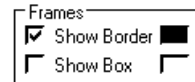
Axes Style

- Perimeter** กำหนดให้แสดงแกนพิกัด หรือไม่แสดงแกนพิกัด กราฟที่ด้านล่างของกราฟ
- Corner** กำหนดให้แสดงแกนพิกัด หรือไม่แสดงแกนพิกัดในระบบพิกัด XYZ
- None** กำหนดให้ไม่แสดงแกนพิกัด



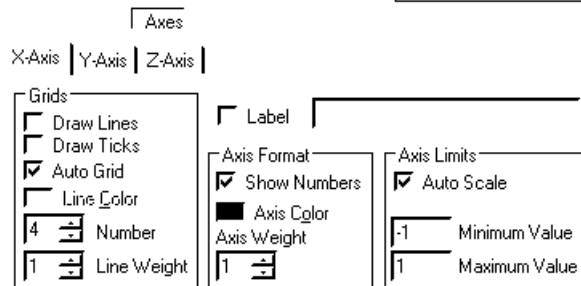
Frames

- Show Border** กำหนดให้แสดงขอบของรูป
- Show Box** กำหนดให้แสดงกล่องที่คลุมรูป



เมนู Axes

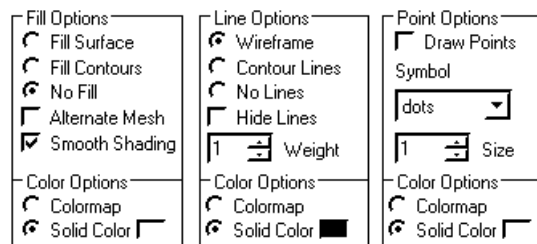
- ใช้กำหนดเกี่ยวกับเส้นของการเขียนกราฟ
- X-Axis** กำหนดค่าต่างๆ เกี่ยวกับแกน X
- Y-Axis** กำหนดค่าต่างๆ เกี่ยวกับแกน Y
- Z-Axis** กำหนดค่าต่างๆ เกี่ยวกับแกน Z



Appearance

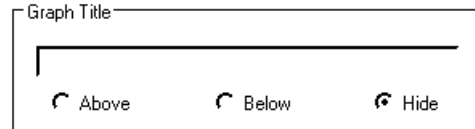
เมนู Apperance

- ใช้ในการกำหนดสี การแรเงา ลักษณะเส้น
ของการ plot กราฟ
- เช่น Alternate Mesh แสดงกราฟในรูปแบบตาข่าย



เมนูย่อย Graph Title

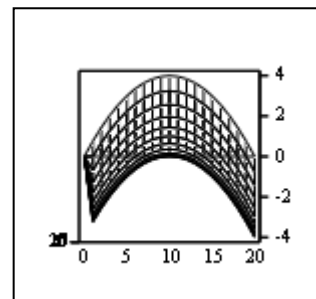
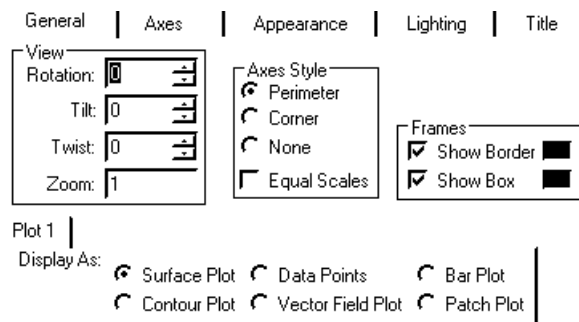
ใช้กำหนดเกี่ยวกับชื่อของกราฟ
 เช่นแสดงชื่อของกราฟ ชื่อของฟังก์ชัน
 โดยเลือกแสดงไว้เหนือกราฟ ใต้กราฟ
 หรือไม่แสดง



หมายเหตุ การหมุนภาพพื้นผิวสามารถทำได้โดยการนำเมาส์ไปดับเบิลคลิกที่รูป และนำ pointer ชี้ในกรอบรูปของกราฟ การหมุนภาพพื้นผิวทำได้โดยใช้การเคลื่อนที่ของเมาส์เป็นตัวควบคุม

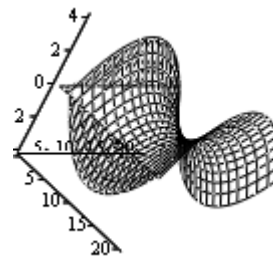
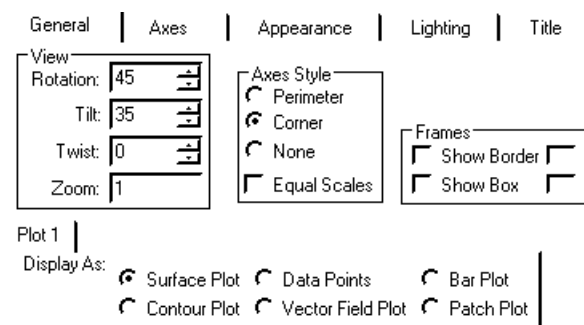
ตัวอย่างของการเขียนกราฟแบบต่าง ๆ

รูปแบบการเลือกแบบที่ 1.



M

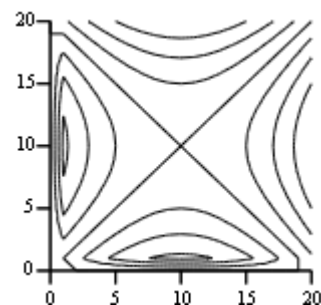
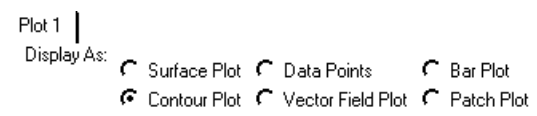
รูปแบบการเลือกแบบที่ 2.



M

รูปแบบการเลือกแบบที่ 3.

กราฟรูปแบบ Contour Plot



M

3.8 ตัวอย่างการประยุกต์วิธีเขียนกราฟในรูปแบบผสม

3.8.1 การเขียนกราฟ 2 เส้นพร้อมกัน

$$x := -2, -1.9.. 2$$

ตัวอย่าง กราฟของ $f(x) = x^3 + x - 1$

$$f(x) := x^3 + x - 1$$

และ $g(x) = 10x^2 - 12$

$$g(x) := 10x^2 - 12$$

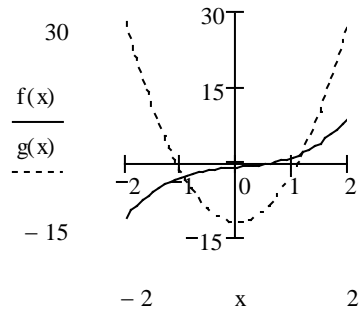
แนะนำการพิมพ์

การพิมพ์สูตรของฟังก์ชันบนแกน Y

เมื่อพิมพ์ $f(x)$ ที่ตำแหน่งแกน Y แล้ว ให้กด ,

จะเป็นการขึ้นบรรทัดใหม่

ให้พิมพ์ $g(x)$ แล้ว กด Tab เพื่อเลื่อนไปตำแหน่งอื่น ๆ ต่อไป



ตัวอย่าง กราฟพิกัดเชิงขั้ว

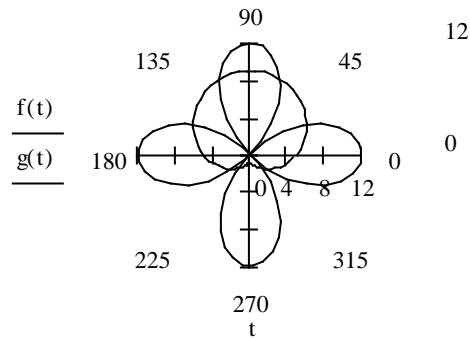
ของ $f(t) = 5 + 4\sin(t)$

$$t := 0, 0.1.. 2\cdot\pi$$

และ $g(t) = 12\cos(2t)$

$$f(t) := 5 + 4\cdot\sin(t)$$

$$g(t) := 12\cdot\cos(2\cdot t)$$



3.8.2 การเขียนกราฟให้มีลักษณะของการแรเงา

$$f(x) := x^2$$

$$x := -4, -3.99.. 4$$

แนะนำการพิมพ์

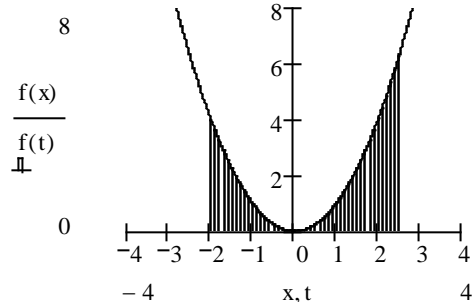
กำหนดโดเมนของการ Plot ให้ต่างกัน

แต่ใช้สูตรของ f เหมือนกัน

กำหนดช่วง x และ t ให้ต่างกัน

บนแกน Y ให้พิมพ์ $f(x), f(t) < \text{Tab} >$

และ บนแกน X ให้พิมพ์ $x, t < \text{Tab} >$ เลือกรูปแบบการ plot ของเส้นกราฟ $f(t)$ เป็นแบบ bar graph



3.8.3 การเขียนกราฟของคู่ลำดับ และ กราฟเส้นในกรอบเดียวกัน

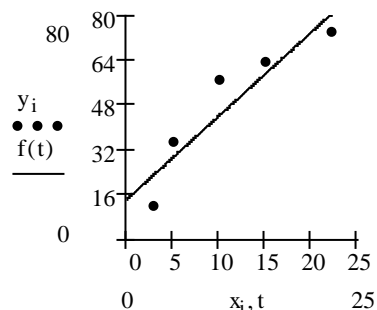
$$\begin{aligned} \text{ORIGIN} &:= 1 \\ i &:= 1.. 5 \\ f(x) &:= 3\cdot x + 14 \quad x := \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 10 \\ 15 \\ 22 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} 12 \\ 35 \\ 57 \\ 63 \\ 74 \end{pmatrix} \\ t &:= 0, 0.1.. 30 \end{aligned}$$

แนะนำการพิมพ์ ที่แกน Y ให้พิมพ์ $y[i], f(t) < \text{Tab} >$

ที่แกน X ให้พิมพ์ $x[i], t < \text{Tab} >$

กราฟเส้นที่ 1 เลือก Type ของการ plot เป็น points

กราฟเส้นที่ 2 เลือก Weight การ plot เป็น 3 และ กราฟเส้นที่ 2 เลือก Type ของการ plot เป็น lines



3.8.4 การเขียนกราฟของสมการพาราเมตริก 2 เส้นพร้อมกัน

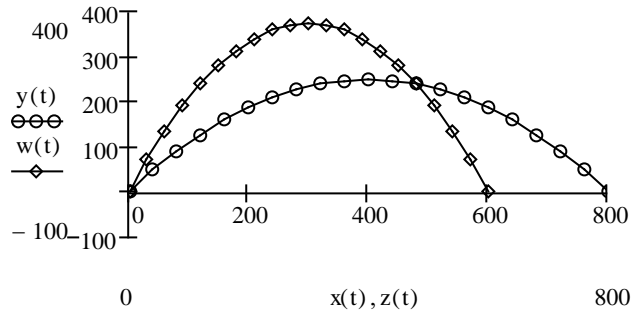
$$t := 0, 0.5.. 10$$

$$x(t) := 80 \cdot t$$

$$y(t) := -10 \cdot t^2 + 100 \cdot t$$

$$z(t) := 60 \cdot t$$

$$w(t) := -15 \cdot t^2 + 150 \cdot t$$



แนะนำการพิมพ์ การพิมพ์บนแกน X ให้พิมพ์ $x(t), z(t)$

การพิมพ์บนแกน Y ให้พิมพ์ $y(t), w(t)$

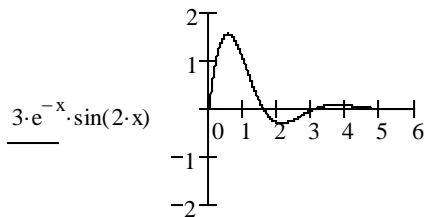
กำหนดรูปแบบการ Plot ของเส้น 1 เป็นแบบ lines และ เลือก Symbol เป็นวงกลม

กำหนดรูปแบบการ Plot ของเส้นที่ 2 เป็นแบบ lines และ เลือก Symbol เป็นสี่เหลี่ยม

3.8.5 การเขียนกราฟโดยการกำหนดฟังก์ชันที่ตำแหน่งของแกน และ รูปแบบอื่น ๆ

กราฟของ $y = 3e^{-x} \sin(2x)$

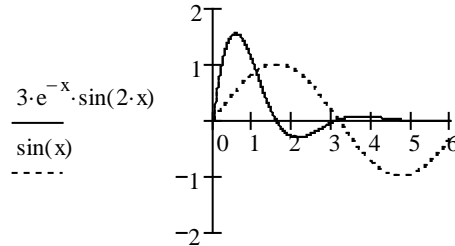
$$x := 0, 0.01.. 6$$



x

กราฟของ $y = \sin x$ และ $y = 3e^{-x} \sin(2x)$

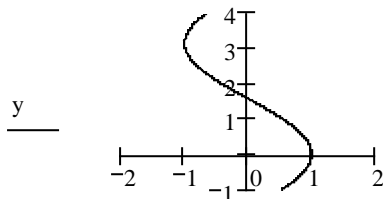
$$x := 0, 0.01.. 6$$



x

กราฟของ $x = \cos y$

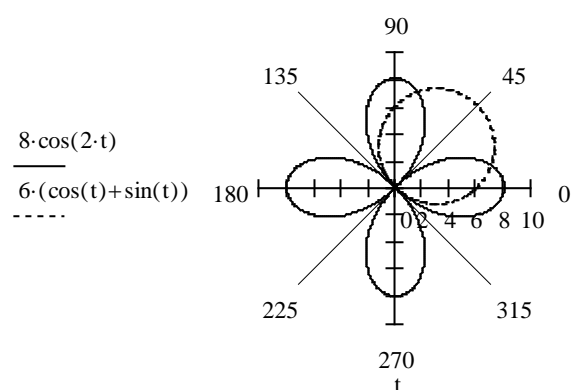
$$y := -1, -0.99.. 4$$



cos(y)

กราฟของ $r = 8\cos(2t)$ และ $r = 6(\cos t + \sin t)$

$$t := 0, 0.01.. 2 \cdot \pi$$



t

บทที่ 4.
การใช้งานเบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรม Mathcad

ในบทนี้จะเป็นการใช้งานเบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรมสำเร็จรูป Mathcad เช่นการพิมพ์สูตรคำนวณที่มีความยุ่งยากซับซ้อน การแก้ไขสูตรที่พิมพ์ผิด การเปลี่ยนแปลงขนาดตัวแปร ตัวอักษร ตัวเลข และการกำหนดข้อความหรือคำอธิบายต่าง ๆ ฟังก์ชันที่สำคัญทางคณิตศาสตร์ และ ตัวแปรที่สำคัญทางคณิตศาสตร์

4.1 การกำหนดค่าต่างๆ ในการแสดงผลเกี่ยวกับตัวเลข

การกำหนดตำแหน่งของทศนิยม

ค่า default ของการแสดงผลทศนิยมกำหนดให้แสดง 3 ตำแหน่ง

การแสดงผลในรูปแบบเลขยกกำลัง

ค่า default ของการแสดงผลการคำนวณที่ใหญ่หรือเล็กเกินไปจะแสดงเป็นเลขยกกำลัง

การกำหนดฐานของตัวเลขในการคำนวณ

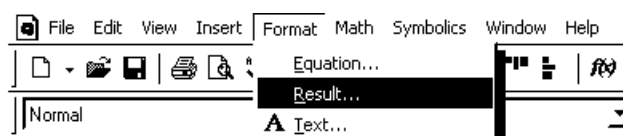
ค่า default ของการแสดงผลการคำนวณโดยทั่วไปจะคิดเป็นเลขฐาน 10

ตัวอย่างเช่น

$\frac{2}{9} = 0.222$	$\frac{1}{10!} = 2.756 \times 10^{-7}$	$6! = 720$
$\frac{1}{16} = 0.063$	$\frac{1}{250} = 4 \times 10^{-3}$	$7! = 5.04 \times 10^3$

วิธีเปลี่ยนรูปแบบการแสดงผลของตัวเลข

ขั้นที่ 1. เลื่อนเมาส์ไปที่ Menu Bar คลิกที่ Format จะได้แถบคำสั่ง



ให้เลือกคำสั่ง Result

จะได้เมนูย่อยของการ Format ตัวเลขและการแสดงผลเป็นดังนี้

เมนู Result Format

เมนูย่อย Number Format

General

Number of decimal places

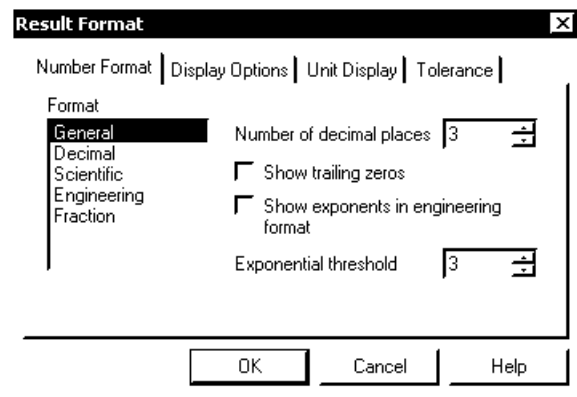
เลือกความต้องการแสดงผลที่ตำแหน่ง
โดยการเปลี่ยนค่าในช่องตัวเลข

Show trailing zeros

กำหนดให้ ตัดศูนย์ท้ายเลขทศนิยม
ทิ้งไปหรือให้แสดงออกมาด้วย

Show exponents in engineering format ต้องการแสดงผลเป็นเลขยกกำลังหรือไม่

Exponential threshold ใช้กำหนดค่า k , k = 1, 2, 3, ... , 15 เพื่อกำหนดเงื่อนไขในการแสดงผลตัวเลข
ถ้าตัวเลขที่ต้องการแสดงผลมีค่าสูงกว่าหรือต่ำกว่า $10^{\pm k}$ แล้วให้แสดงผลในรูปแบบเลขยกกำลัง



เมนูย่อย Display Options

Matrix display style

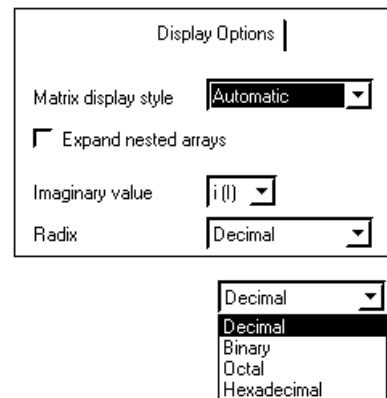
เลือกการแสดงผลของตัวแปร
ในรูปแบบ เวกเตอร์ เมทริกซ์ หรือรูปแบบตาราง

Imaginary value

เลือกสัญลักษณ์แทนจำนวนเชิงซ้อน $\sqrt{-1}$ เป็น i หรือ j

Radix

เลือกการแสดงผลตัวเลขเป็นเลขฐาน 10, 2, 8 หรือ ฐาน 16



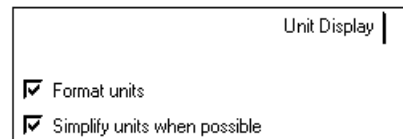
เมนูย่อย Unit Display

Format units

กำหนดให้แสดงหน่วยของผลลัพธ์การคำนวณ

Simplify units when possible

กำหนดให้แสดงหน่วยของผลลัพธ์การคำนวณตามความเหมาะสมของผลการคำนวณที่ได้



เมนูย่อย Tolerance

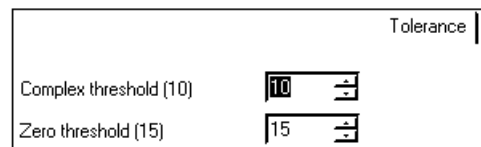
Complex threshold

กำหนดการแสดงผลเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน

กำหนดค่า k = 0, 1, 2, 3, ... , 63

ตัวอย่างเช่น k = 10 ถ้า $\frac{\text{Re}(z)}{\text{Im}(z)} < 10^{-10}$ แล้ว จะแสดงผลเฉพาะค่าของ Re(z)

ถ้า $\frac{\text{Im}(z)}{\text{Re}(z)} < 10^{-10}$ แล้ว จะแสดงผลเฉพาะค่าของ Im(z)



Zero threshold

กำหนดการแสดงผลของตัวเลขว่า

ต้องการปัดเป็นศูนย์หรือไม่

$k = 0, 1, 2, 3, \dots, 307$

การแสดงผลของตัวเลขจะปัดเป็นศูนย์ถ้าค่าของตัวเลขนั้นต่ำกว่า 10^{-k}

ตัวอย่าง $\frac{1}{120} = 0.008333$ จะแสดงผลตามค่าของ Zero threshold ดังนี้

	Tolerance
Complex threshold (10)	<input type="text" value="10"/>
Zero threshold (15)	<input type="text" value="15"/>

Zero threshold	การแสดงผล
3	$\frac{1}{120} = 0.008333$.
2	$\frac{1}{120} = 0$.

ตัวอย่าง Number Format และผลลัพธ์บนจอภาพ

Number Format

Format

- General
- Decimal
- Scientific
- Engineering
- Fraction

Number of decimal places

Show trailing zeros

Show exponents in engineering format

Exponential threshold

$\frac{2}{9} = 0.222222$	$\frac{1}{10!} = 2.755732 \times 10^{-7}$	$6! = 720$
$\frac{1}{16} = 0.0625$	$\frac{1}{250} = 0.004$	$7! = 5040$

ตัวอย่าง Number Format และผลลัพธ์บนจอภาพ

Number Format

Format

- General
- Decimal
- Scientific
- Engineering
- Fraction

Number of decimal places

Show trailing zeros

Show exponents in engineering format

Exponential threshold

$\frac{2}{9} = 0.22222222$	$\frac{1}{10!} = 0.00000028$	$6! = 720.00000000$
$\frac{1}{16} = 0.06250000$	$\frac{1}{250} = 0.00400000$	$7! = 5040.00000000$

ตัวอย่าง Number Format และผลลัพธ์บนจอภาพ

Number Format

Format

- General
- Decimal
- Scientific
- Engineering
- Fraction

Number of decimal places

Show trailing zeros

Show exponents in engineering format

Exponential threshold

$\frac{2}{9} = 0.22$	$\frac{1}{10!} = 0.00$	$6! = 720.00$
$\frac{1}{16} = 0.06$	$\frac{1}{250} = 0.00$	$7! = 5040.00$

ตัวอย่างการแสดงผลแบบเมทริกซ์กับรูปแบบตาราง $ORIGIN := 1$ $i := 1..3$ $j := 1..3$ $x_{(i,j)} := i + j$.

$$x = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad x = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline \end{array}$$

ตัวอย่างผลลัพธ์ที่เลือกใช้ค่า Complex threshold

Complex threshold	ผลการคำนวณที่แสดงผลออกมา
10	$\frac{1}{120} + \frac{1}{2}i = 8.333 \times 10^{-3} + 0.5i$.
1	$\frac{1}{120} + \frac{1}{2}i = 0.5i$ $\frac{1}{4} + \frac{1}{150}i = 0.25$
2	$\frac{1}{120} + \frac{1}{2}i = 8.333 \times 10^{-3} + 0.5i$.

Predefined Math Constants คือค่าคงตัวที่โปรแกรม Mathcad กำหนดไว้ให้มันดังนี้

สัญลักษณ์ ตัวแปร	การพิมพ์	ค่าตัวเลข
∞	<Ctrl + Shift> + z	1×10^{307}
e	e	$e = 2.71828182845905$.
π	<Ctrl + Shift> + p	$\pi = 3.14159265358979$.
i	1i	$\sqrt{-1}$
j	1j	$\sqrt{-1}$
%	%	A% มีค่า = $\frac{A}{100}$ เช่น $27\% = 0.27$.
ORIGIN	ORIGIN:k	ORIGIN := k . กำหนดค่า Subscript เริ่มต้นของตัวแปร
TOL	TOL:0.000...01	ค่าที่ Mathcad กำหนดคือ TOL = 0.001 เราสามารถกำหนดเป็นค่าอื่น ๆ ได้ เช่น TOL := 0.00001 .
CTOL	CTOL:0.000...01	ค่าตัวเลขที่ใช้ควบคุมความถูกต้องของการ หาผลเฉลยของระบบสมการ



ตัวอย่างเช่นการหารากสมการ $x^2 - 2 = 0$ ซึ่งมีค่าราก $x = \sqrt{2}$


TOL := 0.01 .	$x := 1 \quad \text{root}(x^2 - 2, x) = 1.413828$
TOL := 0.000001 .	$x := 1 \quad \text{root}(x^2 - 2, x) = 1.414214$
ค่า TOL น้อยค่ารากที่ได้จะถูกตัดออกมากขึ้น	คำสั่ง $\text{root}(f(x), x)$ คือรากของสมการ $f(x) = 0$

4.2 การพิมพ์สูตรที่ยุ่งยากซับซ้อน

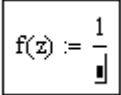
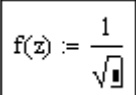
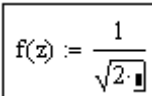
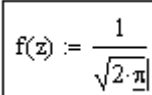
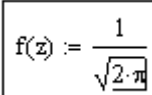
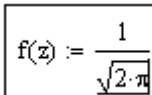
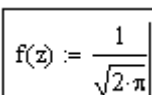
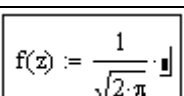
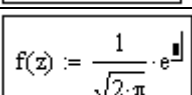
การพิมพ์สูตรทางคณิตศาสตร์ที่มีความยุ่งยากซับซ้อนเช่น $f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$ มีแป้นอักขระช่วยในการพิมพ์คือ

<Space bar> ใช้ขยายบริเวณของเส้นตั้งฉาก (บริเวณเส้นสีน้ำเงินที่คลุมสูตร) คราวละหนึ่งขั้นตอน

เป็นลูกศร   ใช้เลื่อนตำแหน่งของ Curser หรือ เส้นตั้งฉาก ที่อยู่ในบริเวณสูตร

เป็นลูกศร  ใช้ยกเลิกบริเวณของเส้นตั้งฉากที่กำลังคลุมสูตร

ตัวอย่างการพิมพ์สูตร $f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
f(z):1	
\	
2*	
2*<Ctrl + Shift > + p	
<Space bar>	 เส้นตั้งฉากขยายมาคลุมเลข 2
<Space bar>	 เส้นตั้งฉากขยายมาคลุม $\sqrt{}$
<Space bar>	 เส้นตั้งฉากขยายมาคลุมทั้งเศษและส่วน
*	
e^	

$-z^2$	$f(z) := \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-z^2}$ เส้นตั้งฉากกลุ่มเฉพาะเลขกำลัง 2
<Space bar>	$f(z) := \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-z^2}$ เส้นตั้งฉากขยายกลุ่ม z^2
/	$f(z) := \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}}$ เฉพาะบริเวณเส้นตั้งฉากกลุ่มเท่านั้นที่ถูกหาร
$2 \leftarrow$	$f(z) := \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}}$

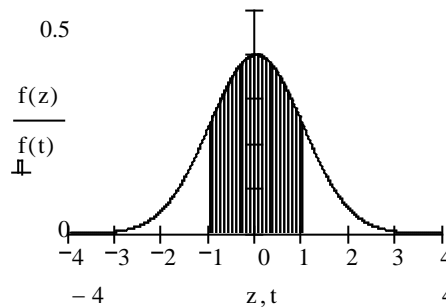
หมายเหตุ $f(z)$ เป็นฟังก์ชันที่ช่วยในการหาพื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐาน เช่น $P(-1 < z < 1) = 0.6827$

$$f(z) := \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}}$$

$$z := -4, -3.99..4$$

$$t := -1, -0.9..1$$

$$\int_{-1}^1 f(z) dz = 0.6827$$



4.3 การลบ การคัดลอก สูตร ตัวแปร และ ตัวเลข

ใน Mathcad จะมอง สูตร ต่าง ๆ เป็นบริเวณที่ล้อมด้วยกรอบสี่เหลี่ยม

เมื่อทำการกดเมาส์ค้างไว้

แล้วลากเมาส์เข้าไปที่บริเวณของสูตร

จะเห็นกรอบสี่เหลี่ยมคลุมสูตร

เมื่อปล่อยมือก็จะมีกรอบสี่เหลี่ยมคลุมสูตรทั้งหมด

และ มีเส้นตั้งฉากคลุมสูตรตัวจริงภายใน

เช่น ลากเมาส์ไปคลุมสูตร $x + y = 17$

ขณะนี้เราได้ทำการเลือกบริเวณของสูตรแล้ว

ขณะนี้เราสามารถทำการ copy , cut , paste หรือ เคลื่อนย้ายสูตรได้ ด้วยการกด

$$x := 12$$

$$y := 5$$

$$x^2 + y^2 = 169$$

$$x + y = 17$$

$$x := 12$$

$$y := 5$$

$$x^2 + y^2 = 169$$

$x + y = 17$

การกด ฟังก์ชันคีย์ F2 หรือ <Ctrl> + C หมายถึงการ Copy สูตรหรือบริเวณที่เลือกนั้น

ฟังก์ชันคีย์ F3 หรือ <Ctrl> + X หมายถึงการ Cut หรือการลบ สูตรหรือบริเวณที่เลือกนั้น

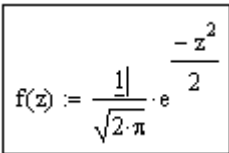
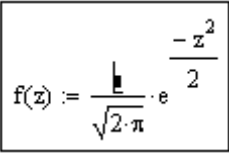
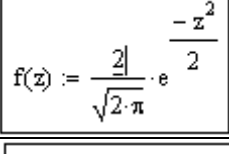
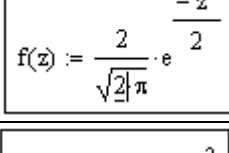
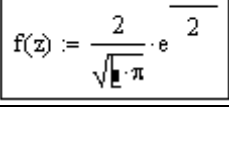
ฟังก์ชันคีย์ F4 หรือ <Ctrl> + V หมายถึงการ Paste สูตรหรือบริเวณที่เลือกไว้

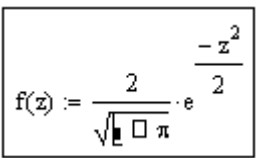
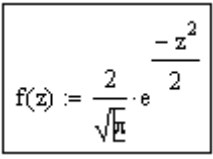
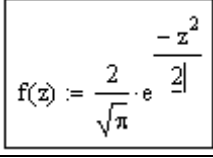
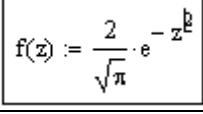
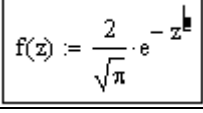
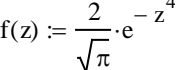
การเคลื่อนย้ายสูตรทำได้โดยการนำเมาส์ไปขบของสี่เหลี่ยม เมื่อเรากดเมาส์ค้างไว้ก็จะเป็นรูปมือที่ขบ เมื่อเรลากเมาส์ไป กรอบสี่เหลี่ยมที่คลุมสูตรก็จะย้ายตามไปด้วย

4.4 การแก้ไขเกี่ยวกับการพิมพ์ผิด

เนื่องจาก Mathcad จะทำการจัดรูปแบบการพิมพ์ให้เหมาะสมตลอดเวลา ดังนั้นการที่เราจะทำการลบอักษรบางตัวด้วย <Backspace> หรือ <Delete> หรือการพิมพ์แทรก <Insert> ภายในสูตรอาจจะทำให้รูปแบบของสูตรขณะนั้นเปลี่ยนแปลงไป อย่างไรก็ตามหากเรามีความชำนาญในการเอา Pointer ไปชี้ตำแหน่งที่เราต้องการ ลบ หรือ พิมพ์แทรก ก็จะทำให้การแก้ไขทำได้สะดวกมากขึ้น และทางเลือกสุดท้ายสำหรับผู้เริ่มต้นใช้ Mathcad ขอให้พิมพ์ใหม่ที่ดีที่สุด หรือพิมพ์อย่างซ้ำตามคำแนะนำ เมื่อชำนาญแล้วค่อยพิมพ์ให้เร็วขึ้น

ตัวอย่างการแก้ไขสูตรจาก $f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$ เป็น $f(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-z^2}$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
เอา Pointer ไปชี้ที่เลข 1 ของสูตร $f(z) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}}$	
<Backspace>	
2	
เอา Pointer ไปชี้ที่เลข 2 ของสูตร ในเครื่องหมาย $\sqrt{\quad}$	
<Backspace>	

<Delete>	
<Delete>	
เอา Pointer ไปชี้ที่เลข 2 ของสูตรที่เป็นตัวหาร z ²	
<Backspace><Delete>	
<Delete>	
4←	


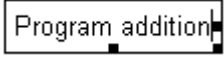
4.5 การทำ Remark ใน Mathcad


ในการทำงานเราสามารถเขียนคำอธิบายเพื่อเป็นหมายเหตุประกอบสูตรคำนวณ และ/หรือ คำอธิบายของตัวโปรแกรม ตัวอย่างเช่น

```

Program addition
a := 1
b := 2
a + b = 3
    
```

ในตัวอย่างนี้ Program 1 addition เป็นหมายเหตุของตัวโปรแกรมซึ่ง Mathcad เรียกข้อมูลแบบนี้ว่า Text การพิมพ์ข้อมูลแบบ Text ใน Mathcad

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
“	
Program 1 Addition	
<PageDown>	Program 1 addition

หมายเหตุ กด  จะได้บริเวณสี่เหลี่ยมสำหรับพิมพ์ข้อความ

ในบริเวณกรอบของ Text การกด Enter คือการขึ้นบรรทัดใหม่ภายในกรอบ การออกจากบริเวณของ Text ต้องกด <PageDown>

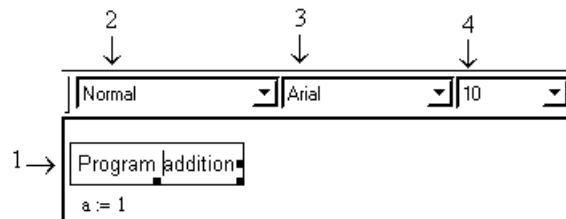
4.6 การเปลี่ยนแปลงขนาดและรูปแบบของตัวอักษร และ ตัวเลข

การเปลี่ยนแปลงขนาดและรูปแบบตัวอักษรตัวเลข วิธีทำคล้ายกับการใช้โปรแกรม Microsoft Word หรือ Excell แต่ในโปรแกรม Mathcad จำแนกรูปแบบออกเป็น 3 กลุ่มคือ

1. กลุ่มตัวเลข
2. กลุ่มตัวอักษร
3. กลุ่มตัวเลข และ ตัวอักษรที่อยู่ในบริเวณของ Text

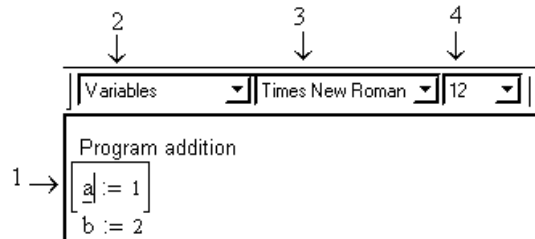
ตัวอย่าง ภาพจากหน้าจอ Mathcad

1. Curser อยู่ที่ text
2. ช่องแสดงชนิดเป็น Normal
3. Font ของ text คือ Arial
4. ขนาดของ Font เป็น 10 point



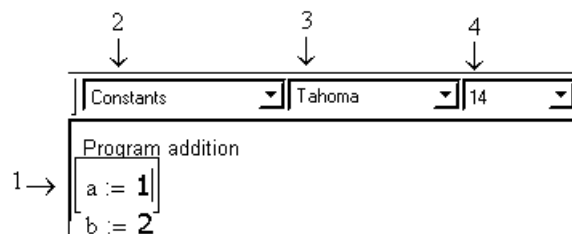
ตัวอย่าง ภาพจากหน้าจอ Mathcad

1. Curser อยู่ที่ ตัวแปร a
2. ช่องแสดงชนิดเป็น Variables
3. Font ของ Variables คือ Time New Roman
4. ขนาดของ Font เป็น 12 point



ตัวอย่าง ภาพจากหน้าจอ Mathcad

1. Curser อยู่ที่ ตัวเลข
2. ช่องแสดงชนิดเป็น Constants
3. Font ของ Constants คือ Tahoma
4. ขนาดของ Font เป็น 14 point



การเปลี่ยน Fonts หรือ ขนาดของ Fonts

ขั้นที่ 1. ให้นำ pointer ไปคลิกที่ Text, Variables หรือ Constants

ขั้นที่ 2. เลือกชนิดของ Fonts เป็น Time New Roman , Tahoma ตามที่ต้องการ

ขั้นที่ 3. เลือกขนาดของ Fonts เป็น 8, 10, 12, ... ตามที่ต้องการ

ตัวอย่างเช่น การเปลี่ยน Text Variables และ Constants เป็น Tahoma 12

Program addition

a := 1

b := 2

a + b = 3

4.7 การหารากสมการ และผลเฉลยของระบบสมการและการควบคุมความถูกต้อง

การคำนวณเกี่ยวกับการหารากของสมการ เช่นการใช้คำสั่ง root หรือ การหาคำตอบของระบบสมการด้วยชุดคำสั่ง Given...Find โปรแกรม Mathcad จะตรวจสอบความถูกต้องว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้องมากหรือน้อย โดยการตรวจสอบค่าคลาดเคลื่อนกับค่าของ TOL และ CTOL ซึ่งเป็นตัวแปรที่กำหนดค่าไว้ล่วงหน้าแล้วเป็น 0.001 ดังนั้นหากเราต้องการความถูกต้องมากขึ้นจะต้องลดค่าของ TOL หรือ CTOL ให้เล็กลงเช่นกำหนด TOL = 0.0000001 หรือ CTOL = 0.00000001

การหารากของสมการ $f(x) = 0$

- ขั้นที่ 1. กำหนดสูตร $f(x)$
- ขั้นที่ 2. กำหนดจุดเริ่มต้นของการประมาณค่าราก
- ขั้นที่ 3. กำหนดค่า TOL
- ขั้นที่ 4. ใช้คำสั่ง $root(f(x),x)$

ตัวอย่างการหารากของสมการ $x^2 - 2 = 0$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$f(x):x^2-2$	$f(x) := x^2 - 2$
$x:1$	$x := 1$
$TOL:0.1$	$TOL := 0.1$
$root(f(x),x)$	$root(f(x),x) = 1.406654$
$TOL:0.000001$	$TOL := 0.000001$
$root(f(x),x)$	$root(f(x),x) = 1.414214$

หมายเหตุ ค่าจริงที่ถูกต้อง 14 ตำแหน่งของรากสมการ $x^2 - 2 = 0$ คือ $\sqrt{2} = 1.4142135623731$

เมื่อเข้าสู่โปรแกรม Mathcad ครั้งแรกค่าของ TOL กำหนดไว้เท่ากับ 0.001

การหาผลเฉลยของระบบสมการด้วยชุดคำสั่ง Given...Find

- ขั้นที่ 1. กำหนดค่า TOL
- ขั้นที่ 2. กำหนดจุดเริ่มต้นของการประมาณค่าราก
- ขั้นที่ 3. ใช้คำสั่ง Given
- ขั้นที่ 4. พิมพ์ระบบสมการ
- ขั้นที่ 4. ใช้คำสั่ง Find

ตัวอย่างการหาจุดตัดของเส้นตรง $y - x = 0$ กับ วงกลม $x^2 + y^2 = 1$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$CTOL:0.00001$	$CTOL := 0.00001$
$x:1$	$x := 1$

y:1↵	y := 1 .
Given↵	Given .
y-x<Ctrl>+=0↵	x - y = 0 .
x^2<Spacebar>-+y^2 <Spacebar><Ctrl>+=1↵	$x^2 + y^2 = 1$.
Find(x,y)=↵	Find(x,y) = $\begin{pmatrix} 0.7071054437 \\ 0.7071054437 \end{pmatrix}$.

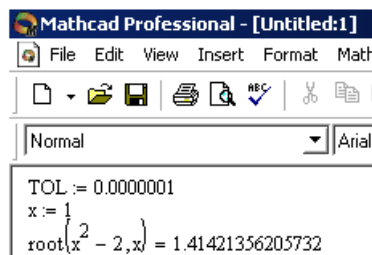
หมายเหตุ เมื่อเรลดขนาดของ CTOL ผลการคำนวณจะถูกตัดทอนมากขึ้น ตัวอย่างเช่น

CTOL := 0.00001	CTOL := 0.0000001
x := 1	x := 1
y := 1	y := 1
Given	Given
x - y = 0	x - y = 0
$x^2 + y^2 = 1$	$x^2 + y^2 = 1$
Find(x,y) = $\begin{pmatrix} 0.707105443654304 \\ 0.707105443654304 \end{pmatrix}$.	Find(x,y) = $\begin{pmatrix} 0.707106776742374 \\ 0.707106776742374 \end{pmatrix}$.

หมายเหตุ พิกัดจุดตัดที่แท้จริงคือ (x = 0.707106781186547 , y = 0.707106781186547)

4.8 การบันทึกแฟ้มข้อมูล Mathcad และ เรียกแฟ้มข้อมูลขึ้นมาทำงาน

เมื่อเริ่มทำงานครั้งแรกกับ Mathcad จะเห็นว่าชื่อแฟ้มของงานที่เราทำจะมีชื่อที่โปรแกรม Mathcad กำหนดคือ [Untitled: 1] สมมติงานที่เราทำขณะนี้คือ โปรแกรมการหารากสมการ

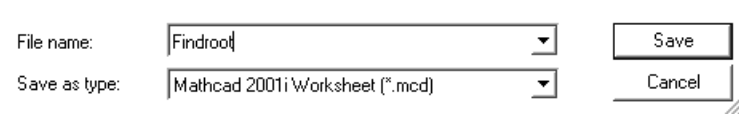
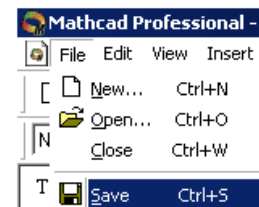


4.8.1 การบันทึกแฟ้มข้อมูล

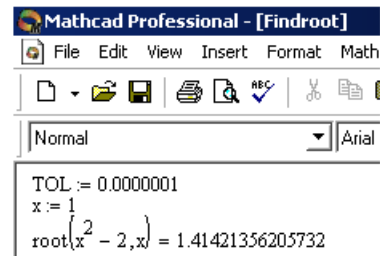
ขั้นที่ 1. คลิกที่ File และเลือก คำสั่ง Save

จะได้เมนูย่อยของการบันทึกแฟ้ม

ขั้นที่ 2. พิมพ์ชื่อแฟ้มตามที่ต้องการเช่น Findroot



ขั้นที่ 4. คลิกที่ Save

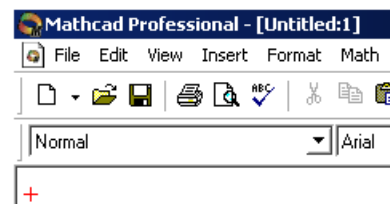


จะเห็นว่า [Untitled: 1] กลายเป็น [Findroot] แล้ว

4.8.1 การเรียกแฟ้มข้อมูลเก่าขึ้นมาทำงาน

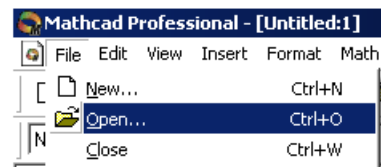
สมมติขณะนี้จอภาพของเราว่าง

เนื่องจากเข้ามาสู่ Mathcad ครั้งแรก

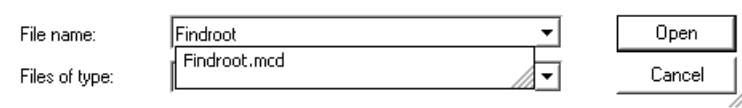


ขั้นที่ 1. คลิกที่ File และเลือกคำสั่ง Open

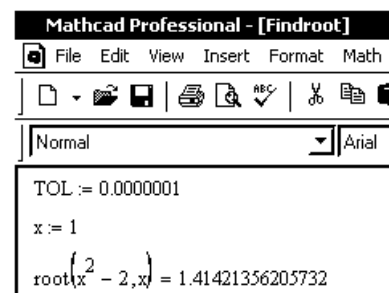
จะได้เมนูย่อยของการเปิดแฟ้ม



ขั้นที่ 2. พิมพ์ชื่อแฟ้มที่ต้องการเปิดคือ Findroot



ขั้นที่ 3. คลิก Open จะได้แฟ้มข้อมูลที่ต้องการ



หมายเหตุ คำสั่ง File\New.. คำสั่ง File\Save As.. คำสั่ง File\Close.. มีลักษณะใช้งานเหมือนกับการทำงานทั่วไปของระบบ Windows

บทที่ 5.
การเขียนโปรแกรมด้วยคำสั่งของ Mathcad

ในบทนี้จะเป็นการนำคำสั่งต่างของโปรแกรมสำเร็จรูป Mathcad มาใช้ในการเขียนโปรแกรมเพื่อเพิ่มความสามารถในการคำนวณให้มากขึ้น แผนภูมิสายงานที่ใช้ในการคำนวณเป็นดังนี้



โปรแกรมที่ 1. การหาพื้นที่สามเหลี่ยมเมื่อกำหนดความยาวของด้าน a, b, c

Program 1. Find area of triangle

```

a := 3
b := 4
c := 5
s := (a + b + c) / 2
Area := sqrt(s * (s - a) * (s - b) * (s - c))
Area = 6
    
```

แนวคิดของโปรแกรมภาษา Mathcad คือการนำ คำสั่งกำหนดค่า คำสั่งคำนวณ มาประกอบกันเป็นการทำงานแบบโปรแกรม จากโปรแกรมที่ 1. เราสามารถจำแนกส่วนของการทำงานต่างๆ ดังนี้

ส่วนของ INPUT คือ	ส่วนประมวลผลคือ	ส่วนแสดงผลคือ
<pre> a := 3 b := 4 c := 5 </pre>	<pre> s := (a + b + c) / 2 Area := sqrt(s * (s - a) * (s - b) * (s - c)) </pre>	<pre> Area = 6 </pre>

เมื่อเราเปลี่ยนค่า a, b, c ใหม่ก็จะได้ผลการคำนวณใหม่ดังนี้

$$a := 5$$

$$b := 12$$

$$c := 13$$

$$s := \frac{a + b + c}{2}$$

$$\text{Area} := \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)}$$

$$\text{Area} = 30$$

โปรแกรมที่ 2. การหาเมทริกซ์ผกผัน และ เมทริกซ์ผกผันของ A

Program 2. Find inverse and adjoint matrix of A

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\text{adj}A := |A| \cdot A^{-1}$$

$$|A| = -1 \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} -9 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{adj}A = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$$

โปรแกรมที่ 3. การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน

Program 3. Find root of complex number

$$\text{ORIGIN} := 0 \quad a := 81 \quad b := 0 \quad i := \sqrt{-1} \quad z := a + b \cdot i \quad n := 4 \quad r := |z|$$

$$\theta := \arg(z) \quad k := 0..n-1 \quad \alpha_k := \frac{\theta + 2 \cdot k \cdot \pi}{n} \quad x_k := \sqrt[n]{r} \cdot (\cos(\alpha_k) + i \cdot \sin(\alpha_k))$$

$$k = \quad x_k =$$

0	3
1	3i
2	-3
3	-3i

โปรแกรมที่ 4. การหาพื้นที่สามเหลี่ยมเมื่อกำหนดพิกัดจุดยอด 3 จุด

Program 4. Find area of triangle

$$a1 := 0 \quad b1 := 0 \quad a2 := 5 \quad b2 := 0 \quad a3 := 0 \quad b3 := 12$$

$$\text{Area} := \left(\frac{1}{2} \right) \cdot \left| \begin{vmatrix} a2 - a1 & b2 - b1 \\ a3 - a1 & b3 - b1 \end{vmatrix} \right|$$

$$\text{Area} = 30$$

หมายเหตุ ถ้า $(a_1, b_1), (a_2, b_2), (a_3, b_3)$ เป็นพิกัดจุดยอดสามเหลี่ยม

$$\text{แล้วพื้นที่สามเหลี่ยมเท่ากับ } \left(\frac{1}{2} \right) \left| \det \begin{bmatrix} a_2 - a_1 & b_2 - b_1 \\ a_3 - a_1 & b_3 - b_1 \end{bmatrix} \right|$$

โปรแกรมที่ 5. การหาค่าเฉลี่ย และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

Program 5. Find mean and standard deviation

$$\text{ORIGIN} := 1 \quad x := \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \\ 11 \\ 15 \end{pmatrix} \quad n := \text{length}(x) \quad i := 1..n$$

$$\bar{x} := \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \bar{x} = 8 \quad \text{sd} := \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i)^2}{n} - \bar{x}^2} \quad \text{sd} = 4.561$$

โปรแกรมที่ 6. การหาระยะทางจากจุด (x₀, y₀) ไปยังเส้นตรง ax + by + c = 0

Program 6. Find distance from (x₀,y₀) to line ax+by+c = 0

$$a := 3 \quad b := 4 \quad c := 10 \quad x_0 := 2 \quad y_0 := 5$$

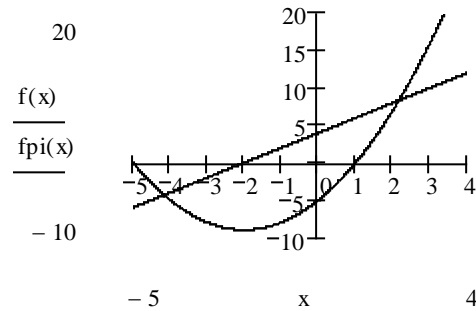
$$\text{distance} := \frac{|a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{distance} = 7.2$$

โปรแกรมที่ 7. การเขียนกราฟของ f(x) และ f'(x)

Program 7. Graph of f(x) and f'(x)

$$f(x) := x^2 + 4x - 5 \quad f_{pi}(x) := \frac{d}{dx} f(x)$$

$$x := -5, -4.99.. 4$$



โปรแกรมที่ 8. การหาความน่าจะเป็น

มีลูกบอลทั้งหมด N = 20 ลูก เป็นสีดำ k = 5 ลูก

หยิบออกมาพร้อมกัน n = 4 ลูก

P(x) = ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีดำ x ลูกเท่ากับเท่าใด

Program 8. Find Probability P(x)

$$C(n,r) := \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!} \quad N := 20 \quad k := 5 \quad n := 4 \quad x := 0..n \quad P(x) := \frac{C(k,x) \cdot C(N-k,n-x)}{C(N,n)}$$

x =	P(x) =
0	0.2817
1	0.4696
2	0.2167
3	0.0310
4	0.0010

โปรแกรมที่ 9. การคำนวณในรูปแบบการกระทำซ้ำ การหารากโดยวิธีของนิวตัน

การหารากของสมการ $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x + 6$, $x_0 = 1$ สูตรการหารากคือ $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

Program 9. Find root of $f(x) = 0$ using Newton's Method

ORIGIN := 0 $f(x) := x^3 + 3x^2 - 4x + 6$ $fpi(x) := \frac{d}{dx}f(x)$ $x_0 := -4$ $n := 0..10$

$$x_{n+1} := x_n - \frac{f(x_n)}{fpi(x_n)}$$

$n := 1..5$

$n =$ $x_n =$

1	-4.30000000
2	-4.26739384
3	-4.26697468
4	-4.26697461
5	-4.26697461

โปรแกรมที่ 10. การคำนวณค่าเฉพาะและเวกเตอร์เฉพาะของเมทริกซ์

Program 10. Find eigen value and eigen vector of A

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{eigenvals}(A) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{eigenvec}(A, 0) = \begin{pmatrix} -0.707 \\ 0.707 \end{pmatrix} \quad \text{eigenvec}(A, 3) = \begin{pmatrix} 0.447 \\ 0.894 \end{pmatrix}$$

โปรแกรมที่ 11. การคำนวณค่าความยาวเส้นโค้ง

การหาความยาวเส้นโค้ง $r(t) = (6t^2, 4\sqrt{2}t, 3t^4)$ จาก $t = -1$ ถึง $t = 2$

Program 11. Find length of curve

$$t_1 := -1 \quad t_2 := 2 \quad x(t) := 6t^2 \quad y(t) := 4\sqrt{2}t^3 \quad z(t) := 3t^4$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\left[\frac{d}{dt}(x(t))\right]^2 + \left[\frac{d}{dt}(y(t))\right]^2 + \left[\frac{d}{dt}(z(t))\right]^2} dt = 81$$

โปรแกรมที่ 12. การหารากของพหุนามระดับชั้น 2 เช่นการหารากของสมการ $x^2 + 2x - 3 = 0$

Program 12. Find root of polynomial degree 2

$$a := 1 \quad b := 2 \quad c := -3$$

$$x_1 := \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

$$x_2 := \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = 1$$

โปรแกรมที่ 13. การหารากของพหุนามระดับชั้น 3 เช่นสมการ $x^3 - 6x^2 + 3x + 10 = 0$

Program 12. Find root of polynomial degree 3

$$\text{ORIGIN} := 1 \quad i := 1..3 \quad p := -6 \quad q := 3 \quad r := 10 \quad a := \frac{1}{3} \cdot (3 \cdot q - p^2) \quad b := \frac{1}{27} \cdot (2 \cdot p^3 - 9 \cdot p \cdot q + 27 \cdot r)$$

$$A := \sqrt[3]{-\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}} \quad B := \sqrt[3]{-\frac{b}{2} - \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}}$$

$$x_1 := (A + B) - \frac{p}{3} \quad x_1 = 5$$

$$x_2 := \left[-\left(\frac{A + B}{2}\right) + \left(\frac{A - B}{2}\right) \cdot \sqrt{-3} \right] - \frac{p}{3} \quad x_2 = -1$$

$$x_3 := -\left(\frac{A + B}{2}\right) - \left(\frac{A - B}{2}\right) \cdot \sqrt{-3} - \frac{p}{3} \quad x_3 = 2$$

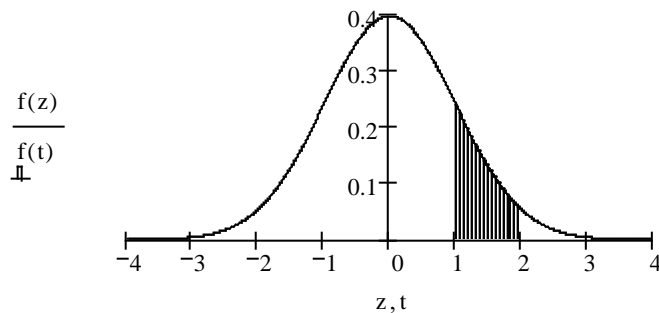
เพราะฉะนั้นรากสมการคือ 5, -1, 2

โปรแกรมที่ 14. การหาพื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐาน จาก $z = a$ ถึง $z = b$

Program 14. Find area from $z = a$ to $z = b$

$$a := 1 \quad b := 2 \quad f(z) := \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}} \quad z := -4, -3.99..4 \quad t := a, a + 0.06..b$$

$$P(a, b) := \text{cnorm}(b) - \text{cnorm}(a) \quad P(a, b) = 0.1359$$



โปรแกรมที่ 15. การหาสมการวงกลมที่ผ่านจุด 3 จุดที่กำหนดให้

จงหาสมการวงกลมที่ผ่านจุด (3, -4), (3, 4), (4, 3)

Program 15. Find circle

$$\begin{vmatrix} x^2 + y^2 & x & y & 1 \\ 25 & 3 & -4 & 1 \\ 25 & 3 & 4 & 1 \\ 25 & 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow -8x^2 - 8y^2 + 200 = 0$$

สมการวงกลมที่ผ่านจุด (3, -4), (3, 4), (4, 3) คือ $-8x^2 - 8y^2 + 200 = 0$.

จงหาสมการวงกลมที่ผ่านจุด (1, 1), (1, -1), (-1, 1)

Program 15. Find circle

$$\left(\begin{array}{cccc} x^2 + y^2 & x & y & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right) = 0 \rightarrow -4x^2 - 4y^2 + 8 = 0 \quad .$$

สมการวงกลมคือ $-4x^2 - 4y^2 + 8 = 0$.

โปรแกรมที่ 16. การหาสมการทรงกลมที่ผ่านจุด 4 จุดที่กำหนดให้

ตัวอย่าง จงหาทรงกลมที่ผ่าน 4 จุดที่กำหนดให้คือ (1, 2, 3), (-1, 2, 3), (1, -2, 3), (1, 2, -3)

Program 16. Find conic equation

$$\left(\begin{array}{cccc} x^2 + y^2 + z^2 & x & y & 1 \\ 14 & 1 & 2 & 3 \\ 14 & -1 & 2 & 3 \\ 14 & 1 & -2 & 3 \\ 14 & 1 & 2 & -3 \end{array} \right) = 0 \rightarrow 48x^2 + 48y^2 + 48z^2 - 672 = 0 \quad .$$

สมการทรงกลมคือ $48x^2 + 48y^2 + 48z^2 - 672 = 0$.

ตัวอย่าง จงหาทรงกลมที่ผ่าน 4 จุดที่กำหนดให้คือ (1, 1, 1), (-1, 1, 1), (1, -1, 1), (1, 1, -1)

Program 16. Find conic equation

$$\left(\begin{array}{cccc} x^2 + y^2 + z^2 & x & y & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & -1 \end{array} \right) = 0 \rightarrow 8x^2 + 8y^2 + 8z^2 - 24 = 0 \quad .$$

สมการทรงกลมคือ $8x^2 + 8y^2 + 8z^2 - 24 = 0$.

บทที่ 6.

การคำนวณคณิตศาสตร์ ม. ปลาย ด้วย Mathcad

ในบทนี้จะเป็นการนำความสามารถของโปรแกรมสำเร็จรูป MATHCAD มาใช้ในการคำนวณเพื่อเสริมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายโดยจำแนกเนื้อหาคณิตศาสตร์ตามระดับ ม.4 – ม.6

6.1 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 011

1. การคำนวณเบื้องต้น บวก ลบ คูณ หาร เลขยกกำลัง และการหารากที่ 2
2. การคำนวณค่าในรูปแบบตาราง การกำหนดสูตรฟังก์ชันและการคำนวณค่า
3. การเขียนกราฟฟังก์ชัน
4. การเปลี่ยนเลขฐาน 8 ฐาน 16 เป็นเลขฐาน 10 และการคำนวณ
5. การแยกตัวประกอบพหุนาม และการกระจายพหุนาม
6. การหาคำตอบของสมการพหุนาม

ตัวอย่างการคำนวณ

1. การคำนวณเบื้องต้น บวก ลบ คูณ หาร เลขยกกำลัง และการหารากที่ 2

$$3 + 4 = 7 \quad 3 - 4 = -1 \quad 3 \cdot 4 = 12 \quad \frac{3}{4} = 0.75$$

$$3^4 = 81 \quad \sqrt{3} = 1.732 \quad \sqrt[5]{32} = 2$$

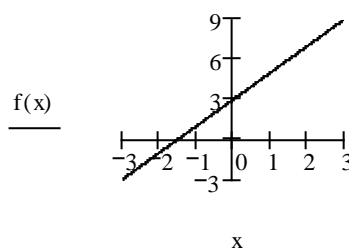
2. การคำนวณค่าในรูปแบบตาราง การกำหนดสูตรฟังก์ชันและการคำนวณค่า

$$x := 1..3 \quad f(x) := x^2$$

x =	√x =	f(x) =		y :=	→	f(y) =	→	y ³ =
1	1.0000	1		2		4		8
2	1.4142	4		5		25		125
3	1.7321	9		7		49		343

3. การเขียนกราฟฟังก์ชัน

$$x := -3, -2.99..3 \quad f(x) := 2 \cdot x + 3$$



4. การเปลี่ยนเลขฐาน 8 ฐาน 16 เป็นเลขฐาน 10

จากฐาน 8 เป็นฐาน 10 $32_8 = 26_{10}$

จากฐาน 16 เป็นฐาน 10 $12_{16} = 18_{10}$

ตัวอย่างการคำนวณหาผลบวกและผลคูณ

$$\begin{array}{llll} 2h + 2h = 4 & 8h + 8h = 16 & 8h + 9h = 17 & 12_8 \cdot 13_8 = 190 \\ 4_8 + 4_8 = 8 & 5_8 + 3_8 = 8 & 10h + 10_8 = 24 & 12_8 + 12_8 + 12 = 40 \end{array}$$

5. การแยกตัวประกอบ และ กระจาย พหุนาม

$$12 \cdot x^3 + 16 \cdot x^2 - 5 \cdot x - 3 \text{ factor} \rightarrow (2 \cdot x + 3) \cdot (2 \cdot x - 1) \cdot (3 \cdot x + 1)$$

$$(2 \cdot x + 3) \cdot (2 \cdot x - 1) \cdot (3 \cdot x + 1) \text{ expand} \rightarrow 12 \cdot x^3 + 16 \cdot x^2 - 5 \cdot x - 3$$

6. การหาคำตอบของสมการพหุนาม

$$f(x) := 6 \cdot x^3 + 11 \cdot x^2 - 4 \cdot x - 4$$

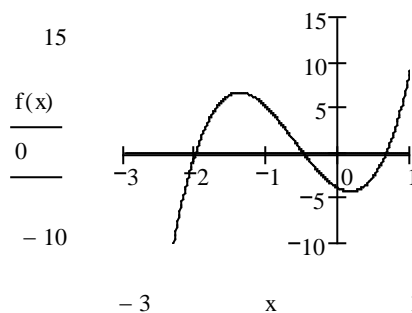
$$x := -3, -2.99.. 2$$

$$t := 0$$

$$\text{root}(f(t), t) = -0.5$$

$$t := 2$$

$$\text{root}(f(t), t) = 0.667$$



6.2 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 012

1. การเขียนกราฟ วงกลม พาราโบลา วงรี ไฮเพอร์โบลา
2. การคำนวณค่าฟังก์ชันประกอบ
3. การเปลี่ยนองศาเป็นเรเดียน และ เรเดียนเป็นองศา
4. การคำนวณค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ sin, cos, tan, sec, cosec, cot
5. กราฟของ sin, cos, tan, sec, cosec, cot
6. การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต และค่าเฉลี่ยฮาร์มอนิก

ตัวอย่างการคำนวณ

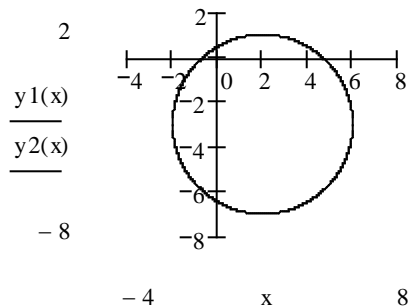
1. การเขียนกราฟ วงกลม พาราโบลา วงรี ไฮเพอร์โบลา

การเขียนกราฟของวงกลม $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$

$$x := -2, -1.99.. 6$$

$$y1(x) := -3 + \sqrt{16 - (x - 2)^2}$$

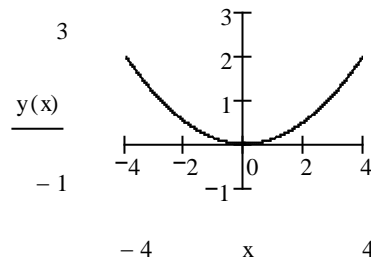
$$y2(x) := -3 - \sqrt{16 - (x - 2)^2}$$



การเขียนกราฟของพาราโบลา $y = \frac{1}{8}x^2$

$$x := -4, -3.99..4$$

$$y(x) := \frac{1}{8} \cdot x^2$$

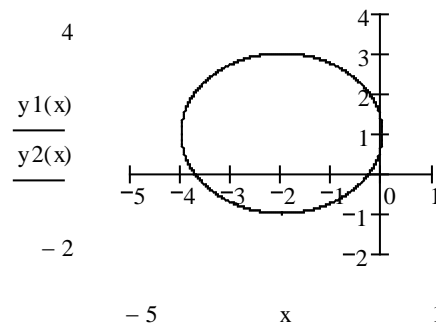


การเขียนกราฟของวงรี $\frac{(x+2)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{2} = 1$

$$x := -4, -3.99..0$$

$$y1(x) := 1 + 2 \cdot \sqrt{1 - \frac{(x+2)^2}{4}}$$

$$y2(x) := 1 - 2 \cdot \sqrt{1 - \frac{(x+2)^2}{4}}$$

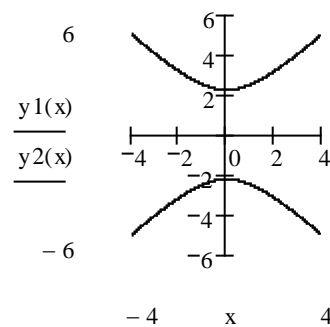


การเขียนกราฟของไฮเพอร์โบลา $\frac{y^2}{5} - \frac{x^2}{4} = 1$

$$x := -4, -3.99..4$$

$$y1(x) := \sqrt{5} \cdot \sqrt{1 + \frac{x^2}{4}}$$

$$y2(x) := -\sqrt{5} \cdot \sqrt{1 + \frac{x^2}{4}}$$



2. การคำนวณค่าฟังก์ชันประกอบ $x := 1..3$ $f(x) := x^2 + 3$ $g(x) := 3 \cdot x + 2$

x =	f(x) =	g(x) =	f(g(x)) =	g(f(x)) =
1	4	5	28	14
2	7	8	67	23
3	12	11	124	38

3. การเปลี่ยนองศาเป็นเรเดียน และ เรเดียนเป็นองศา

การเปลี่ยน องศา เป็น เรเดียน

$$\text{degree} := 0, 45..90 \quad \text{radian}(\text{degree}) := \frac{\text{degree}}{180} \cdot \pi$$

degree =

0
45
90

radian(degree) =

0.0000
0.7854
1.5708

การเปลี่ยน เรเดียน เป็น องศา

$$\text{radian} := 1..3 \quad \text{degree}(\text{radian}) := \frac{\text{radian}}{\pi} \cdot 180$$

radian =

1
2
3

degree(radian) =

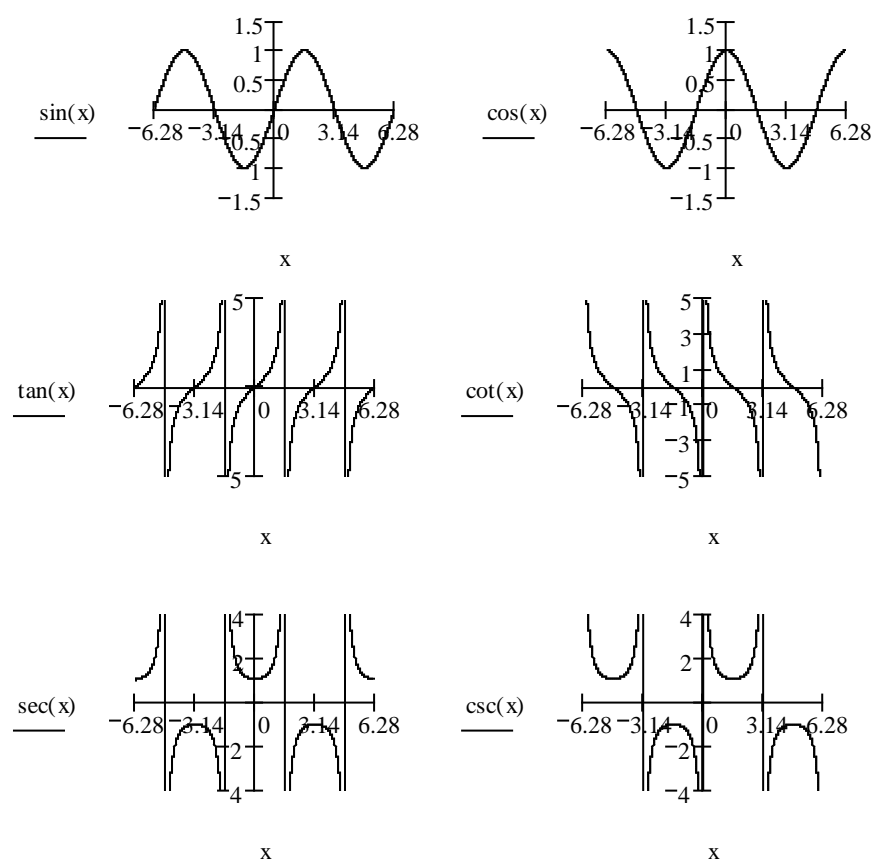
57.2958
114.5916
171.8873

4. การคำนวณค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ sin, cos, tan, sec, cosec, cot

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) &= 0.866 & \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) &= 0.866 & \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) &= 1 \\ \sin(30\text{-deg}) &= 0.5 & \cos(45\text{-deg}) &= 0.707 & \tan(30\text{-deg}) &= 0.577 \\ \sec(\pi) &= -1 & \csc\left(\frac{\pi}{4}\right) &= 1.414 & \cot\left(\frac{-\pi}{4}\right) &= -1 \end{aligned}$$

5. กราฟของ sin, cos, tan, sec, cosec, cot

$$x := -2\cdot\pi, -2\cdot\pi + 0.001.. 2\cdot\pi$$



6. การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต และค่าเฉลี่ยฮาร์มอนิก

$$\begin{aligned} \text{ORIGIN} &:= 1 & x &:= \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix} & \text{AM} &:= \frac{\sum_{i=1}^4 x_i}{4} & \text{GM} &:= \left(\prod_{i=1}^4 x_i \right)^{\frac{1}{4}} & \text{HM} &:= \frac{1}{\left(\frac{1}{6}\right) \cdot \sum_{i=1}^4 \frac{1}{x_i}} \end{aligned}$$

$$\text{AM} = 5 \quad \text{GM} = 4.162 \quad \text{HM} = 5.294$$

6.3 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 013

1. การคำนวณค่าเลขยกกำลัง และ รูปแบบของกรณฑ์ การจัดรูปแบบทางพีชคณิต
2. การเขียนกราฟของ $y = a^x$ และ $y = \log_a x$ การทำตารางค่า log และ เลขยกกำลัง
3. การคำนวณค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน
4. กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน
5. การคำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์

ตัวอย่างการคำนวณ

1. การคำนวณค่าเลขยกกำลัง และ รูปแบบของกรณฑ์ การจัดรูปแบบทางพีชคณิต

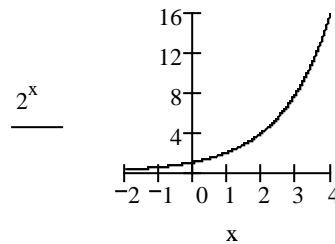
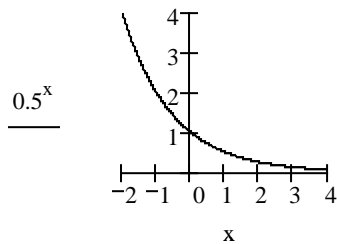
$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = -9.899 \quad \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \text{ factor} \rightarrow -5 - 2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{3} = 6.928 \quad \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{3} \text{ factor} \rightarrow 4 \cdot 3^{\frac{1}{2}}$$

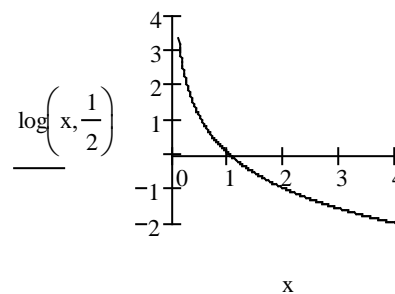
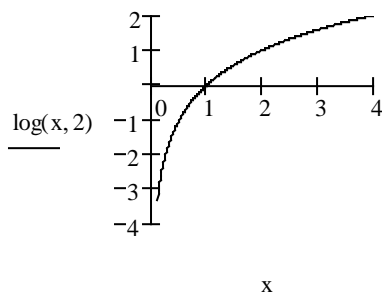
$$\frac{a^3 + b^3}{a^4 - b^4} \text{ factor} \rightarrow \frac{(a^2 - a \cdot b + b^2)}{(a - b) \cdot (b^2 + a^2)} \quad \frac{3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}} \text{ expand} \rightarrow 4 \quad \frac{3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}} \text{ simplify} \rightarrow 4$$

2. การเขียนกราฟของ $y = a^x$ และ $y = \log_a x$ การทำตารางค่า log และ เลขยกกำลัง

$x := -2, -1.99.. 4$



$x := 0.1, 0.11.. 6$



หมายเหตุ $\log(x, 2)$ คือลอการิทึมฐาน 2

Mathcad – 96

บทที่ 6. การคำนวณคณิตศาสตร์ ม. ปลาย ด้วย Mathcad

$x := 1..4$

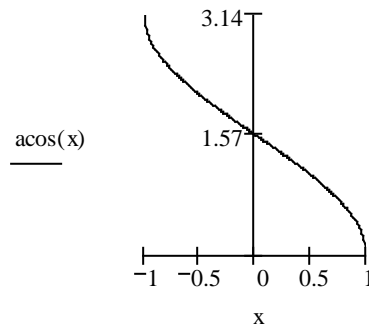
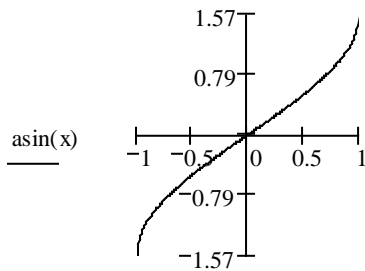
$x =$	$\log(x) =$	$\log(x, 2) =$	$2^x =$	$0.2^x =$
1	0	0.0000	2	0.2000
2	0.301	1.0000	4	0.0400
3	0.477	1.5850	8	0.0080
4	0.602	2.0000	16	0.0016

3. การคำนวณค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน

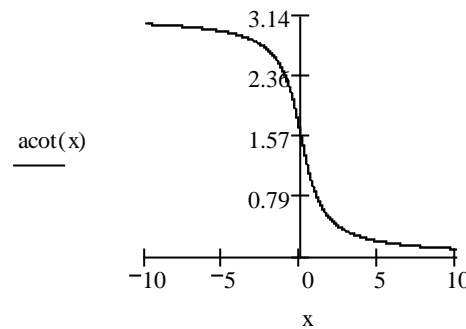
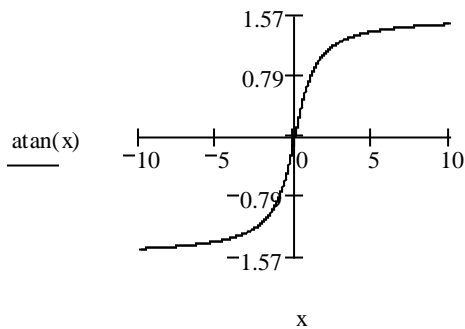
$\text{asin}(1) = 1.571$ $\text{asin}(1) = 90\text{deg}$ $\text{atan}(1) = 0.785$ $\text{acsc}(1) = 1.571$ $\text{acot}(-1) = 135\text{deg}$
 $\text{acos}(0.5) = 1.047$ $\text{asec}(2) = 1.047$ $\text{asec}(2) = 60\text{deg}$ $\text{acos}(0.5) = 1.047$ $\text{asec}(2) = 1.047$

4. กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน

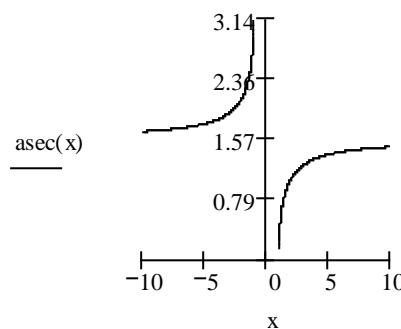
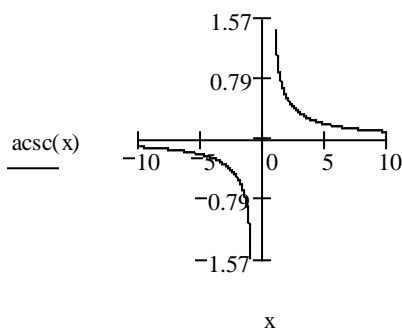
$x := -1, -0.99.. 1$



$x := -10, -9.99.. 10$



$x := -10, -9.99.. 10$



5. การคำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์

การบวกเมทริกซ์ การคูณเมทริกซ์ สเกลาร์คูณเมทริกซ์ เมทริกซ์สลับเปลี่ยน ค่ากำหนดของเมทริกซ์

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \quad |A| = 1 \quad A^T = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 7 & 11 \\ 9 & 15 \end{pmatrix} \quad A \cdot B = \begin{pmatrix} 22 & 37 \\ 57 & 96 \end{pmatrix} \quad 4 \cdot A = \begin{pmatrix} 8 & 12 \\ 20 & 32 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 8 & -3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$$

การหาผลเฉลยของระบบสมการโดยใช้กฎคราเมอร์

$$\begin{matrix} 2x + 3y = 2 \\ 5x + 8y = 1 \end{matrix} \quad x := \frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \end{vmatrix}} \quad y := \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \end{vmatrix}} \quad x = 2 \quad y = -1$$

การหาผลเฉลยของระบบสมการโดยใช้คำสั่ง Given...Find

$$\begin{matrix} 2x + 3y = 2 \\ 5x + 8y = 1 \end{matrix} \quad x := 0 \quad y := 0 \quad \text{Given} \quad \begin{matrix} 2 \cdot x + 3 \cdot y = 1 \\ 5 \cdot x + 8 \cdot y = 2 \end{matrix} \quad \text{Find}(x, y) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

การดำเนินการเบื้องต้นกับเมทริกซ์หรือการแปลงแถวของเมทริกซ์

แถวที่ 2 ถูกบวกด้วย
-2 เท่าของแถวที่ 1

แถวที่ 1 สลับกับแถวที่ 2

ค่าคงตัว 10 คูณแถวที่ 2

ORIGIN := 1 i := 1..2 j := 1..2	ORIGIN := 1 i := 1..2 j := 1..2	ORIGIN := 1 i := 1..2 j := 1..2
$A := \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$	$A := \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$	$A := \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$
$A_{(2,j)} := A_{(2,j)} + (-2) \cdot A_{(1,j)}$	$\text{temp}_j := A_{(1,j)}$	$A_{(1,j)} := 4 \cdot A_{(1,j)}$
$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	$A_{(1,j)} := A_{(2,j)}$	$A = \begin{pmatrix} 8 & 12 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$
	$A_{(2,j)} := \text{temp}_j$	
	$A = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$	

6.4 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 014

1. การบวกและลบเวกเตอร์ สเกลาร์คูณเวกเตอร์ ผลคูณเชิงสเกลาร์ ขนาดของเวกเตอร์
2. มุมระหว่างของสองเวกเตอร์ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางแกน X และ แกน Y และ แกน Z
3. การบวกและลบจำนวนเชิงซ้อน ค่าสัมบูรณ์ อาร์กิวเมนต์ ส่วนจริง และ ส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อน
4. การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน
5. การหาเฉลี่ยเลขคณิตและค่าความแปรปรวน
6. การหาพื้นที่ใต้โค้งปกติ

ตัวอย่างการคำนวณ

1. การบวกและลบเวกเตอร์ สเกลาร์คูณเวกเตอร์ ผลคูณเชิงสเกลาร์ ขนาดของเวกเตอร์

$$u := \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad v := \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix} \quad u + v = \begin{pmatrix} 8 \\ 16 \end{pmatrix} \quad 4 \cdot u = \begin{pmatrix} 12 \\ 16 \end{pmatrix} \quad u \cdot v = 63 \quad |u| = 5$$

2. มุมระหว่างของสองเวกเตอร์ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางแกน X และ แกน Y และ แกน Z

$$u := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{angle} := \text{acos}\left(\frac{u \cdot v}{|u| \cdot |v|}\right) \quad \text{angle} = 0.7854 \quad \text{angle} = 45 \text{ deg} .$$

$$i := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad j := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad u := 3 \cdot i + 4 \cdot j \quad u = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad |u| = 5 \quad 4 \cdot u = \begin{pmatrix} 12 \\ 16 \end{pmatrix}$$

$$i := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad j := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad k := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad u := 2 \cdot i + 3 \cdot j + 6 \cdot k \quad v := 3 \cdot i + -2 \cdot j + 6 \cdot k .$$

$$v = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix} \quad u = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \quad |u| = 7 \quad u \times v = \begin{pmatrix} 30 \\ 6 \\ -13 \end{pmatrix} \quad u \cdot v = 36$$

3. การบวกและลบจำนวนเชิงซ้อน ค่าสัมบูรณ์ อาร์กิวเมนต์ ส่วนจริง และ ส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อน

$$i := \sqrt{-1} \quad z := 3 + 4 \cdot i \quad w := 5 + 12 \cdot i \quad z + w = 8 + 16i \quad z \cdot w = -33 + 56i \quad |z| = 5$$

$$\frac{z}{w} = 0.101 - 0.041i \quad \arg(z) = 0.785 \quad \arg(z) = 45 \text{ deg} \quad \text{Re}(w) = 5 \quad \text{Im}(w) = 12$$

4. การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน

$$z := -16 \quad r := |z| \quad \theta := \arg(z) \quad k := 0..3 \quad x(k) := \sqrt[n]{r} \cdot \left(\cos\left(\frac{\theta + 2 \cdot k \cdot \pi}{4}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\theta + 2 \cdot k \cdot \pi}{4}\right) \right)$$

k =	x(k) =
0	1.414+1.414i
1	-1.414+1.414i
2	-1.414-1.414i
3	1.414-1.414i

5. การหาเฉลี่ยเลขคณิตและค่าความแปรปรวน

$$x := \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix} \quad \text{mean}(x) = 5 \quad \text{median}(x) = 4 \quad \text{stdev}(x) = 3.082 \quad \text{var}(x) = 9.5$$

6. การหาพื้นที่ใต้โค้งปกติ

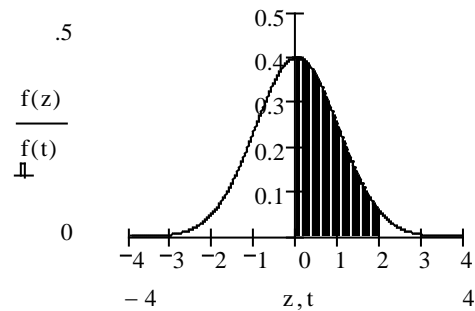
$$z := -4, -3.99..4 \quad t := 0, .04..2$$

$$f(z) := \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}}$$

$$\text{cnorm}(1) = 0.8413 \quad \text{cnorm}(2) = 0.9772$$

$$P(a, b) := \text{cnorm}(b) - \text{cnorm}(a)$$

$$P(1, 2) = 0.1359 \quad P(0, 2) = 0.4772 \quad P(0, 1) = 0.3413$$



หมายเหตุ $\text{cnorm}(k) =$ พื้นที่ใต้โค้งปกติตั้งแต่ $-\infty$ ถึง k

$$P(a, b) = \text{cnorm}(b) - \text{cnorm}(a) = \text{พื้นที่ใต้โค้งปกติตั้งแต่ } a \text{ ถึง } b$$

6.5 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 015

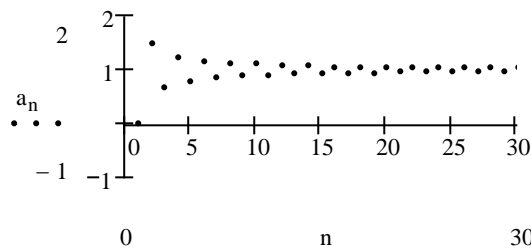
1. กราฟของลำดับ และการหาลิมิตของลำดับ
2. การหาผลบวกของอนุกรม และ สูตรผลบวกของอนุกรม
3. การหาลิมิตของฟังก์ชัน อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้นิยามลิมิต
4. การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเป็นสูตร และ อนุพันธ์อันดับสูง
5. การเขียนกราฟของ f, f'
6. การหาค่าอินทิกรัล การหาสูตรอินทิกรัล และ การหาพื้นที่ใต้โค้ง

ตัวอย่างการคำนวณ

1. กราฟของลำดับ และการหาลิมิตของลำดับ

$$n := 1..30$$

$$a_n := 1 + \frac{(-1)^n}{n}$$



$$\lim_{n \rightarrow \infty} 1 + \frac{(-1)^n}{n} \rightarrow 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot n + 1}{3 \cdot n - 3} \rightarrow \frac{2}{3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot n^2 + 1}{n^2 - 3} \rightarrow 2$$

2. การหาผลบวกของอนุกรม และ สูตรผลบวกของอนุกรม

$$\sum_{i=1}^{10} i = 55 \quad \sum_{i=1}^{10} i^2 = 385$$

$$\sum_{i=1}^{10} (2 \cdot i + 3)^2 = 2290$$

$$\sum_{i=1}^n i \rightarrow \frac{1}{2} \cdot (n + 1)^2 - \frac{1}{2} \cdot n - \frac{1}{2}$$

$$\sum_{i=1}^n i \text{ factor} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot n \cdot (n + 1)$$

$$\sum_{i=1}^n i^2 \rightarrow \frac{1}{3} \cdot (n+1)^3 - \frac{1}{2} \cdot (n+1)^2 + \frac{1}{6} \cdot n + \frac{1}{6} \quad \sum_{i=1}^n i^2 \text{ factor} \rightarrow \frac{1}{6} \cdot n \cdot (n+1) \cdot (2n+1) \quad .$$

3. การหาลิมิตของฟังก์ชัน อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้นิยามลิมิต

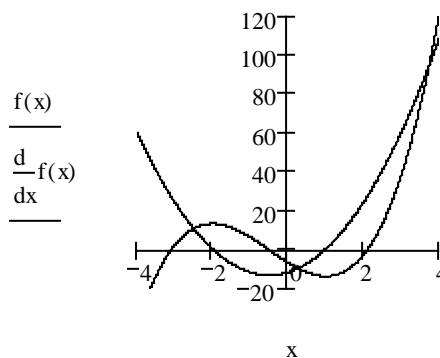
$$\lim_{x \rightarrow 1} 2 \cdot x + 1 \rightarrow 3 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} \rightarrow 2 \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{|x|} \rightarrow 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{25+x} - 5}{x} \rightarrow \frac{1}{10}$$

4. การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเป็นสูตร และ อนุพันธ์อันดับสูง

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} \rightarrow 2 \cdot x \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h} \rightarrow 3 \cdot x^2$$

$$\frac{d}{dx} x^2 \rightarrow 2 \cdot x \quad \frac{d}{dx} x^3 \rightarrow 3 \cdot x^2 \quad \frac{d^2}{dx^2} x^3 \rightarrow 6 \cdot x \quad .$$

5. การเขียนกราฟของ f, f' $x := -4, -3.99..4$ $f(x) := 2 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2 - 12 \cdot x - 7$.

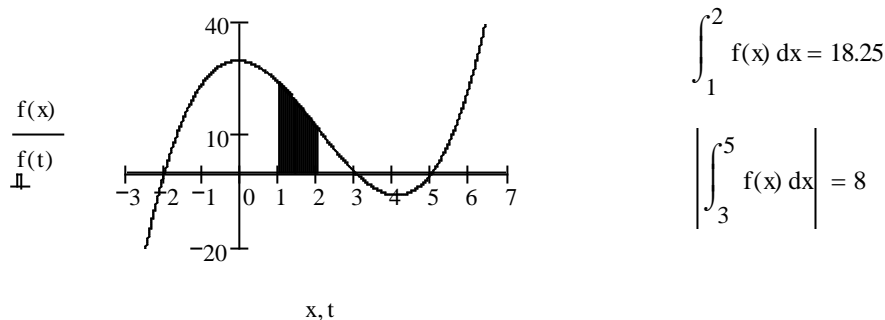


6. การหาค่าอินทิกรัล การหาสูตรอินทิกรัล และ การหาพื้นที่ใต้โค้ง

$$\int_0^4 x dx = 8 \quad \int_0^3 (x^2 + 2) dx = 15 \quad \int x dx \rightarrow \frac{1}{2} \cdot x^2 \quad \int x^2 + 2 dx \rightarrow \frac{1}{3} \cdot x^3 + 2 \cdot x \quad .$$

$$\int_1^t (x^2 + x + 1) dx \rightarrow \frac{1}{3} \cdot t^3 + \frac{1}{2} \cdot t^2 + t - \frac{11}{6} \quad \int_0^t x \sqrt{x^2 + 1} dx \rightarrow \frac{1}{3} \cdot (t^2 + 1)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}$$

$x := -3, -2.99..7$ $f(x) := x^3 - 6 \cdot x^2 - x + 30$ $t := 1, 1.05..2$



6.6 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 016

1. การคำนวณ $n!$, ${}^n P_r$, ${}^n C_r$ และการกระจายทวินาม
2. กราฟแผนภาพการกระจายของข้อมูล
3. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล
 - 3.1 การหาค่า m และ c จากสมการปกติ และ ใช้ฟังก์ชันสำเร็จรูปของ Mathcad
 - 3.2 กราฟของข้อมูลและสมการแสดงความสัมพันธ์ $y = mx + c$

ตัวอย่างการคำนวณ

1. การคำนวณ $n!$, ${}^n P_r$, ${}^n C_r$ และการกระจายทวินาม

$$n := 5 \quad r := 1..n \quad nPr(n,r) := \frac{n!}{(n-r)!} \quad nCr(n,r) := \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$

r =	r! =	nPr(n,r) =	nCr(n,r) =
1	1	5	5
2	2	20	10
3	6	60	10
4	24	120	5
5	120	120	1

$$(a + b)^3 \text{ expand} \rightarrow a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 + b^3$$

$$(a + b)^4 \text{ expand} \rightarrow a^4 + 4 \cdot a^3 \cdot b + 6 \cdot a^2 \cdot b^2 + 4 \cdot a \cdot b^3 + b^4$$

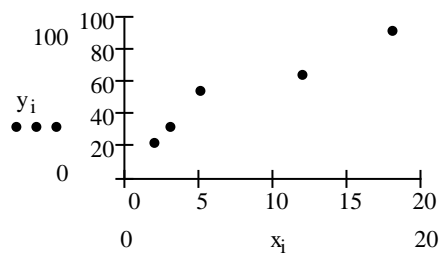
$$(a + b)^5 \text{ expand} \rightarrow a^5 + 5 \cdot a^4 \cdot b + 10 \cdot a^3 \cdot b^2 + 10 \cdot a^2 \cdot b^3 + 5 \cdot a \cdot b^4 + b^5$$

$$(2 \cdot x + y)^5 \text{ expand} \rightarrow 32 \cdot x^5 + 80 \cdot x^4 \cdot y + 80 \cdot x^3 \cdot y^2 + 40 \cdot x^2 \cdot y^3 + 10 \cdot x \cdot y^4 + y^5$$

2. กราฟแผนภาพการกระจายของข้อมูล

$$\text{ORIGIN} := 1 \quad i := 1..5$$

$$x := \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \\ 12 \\ 18 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} 22 \\ 32 \\ 55 \\ 64 \\ 92 \end{pmatrix}$$



3. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

$$\sum_{i=1}^5 x_i = 40 \quad \sum_{i=1}^5 (x_i)^2 = 506 \quad \sum_{i=1}^5 y_i = 265 \quad \sum_{i=1}^5 (y_i)^2 = 17093 \quad \sum_{i=1}^5 x_i \cdot y_i = 2839$$

3.1 การหาค่า m และ c จากสมการปกติ

$$m := 0 \quad c := 0 \quad \text{Given} \quad \begin{aligned} 5 \cdot c + 40 \cdot m &= 265 \\ 40 \cdot c + 506 \cdot m &= 2839 \end{aligned}$$

$$\text{Find}(m, c) = \begin{pmatrix} 3.866 \\ 22.075 \end{pmatrix}$$

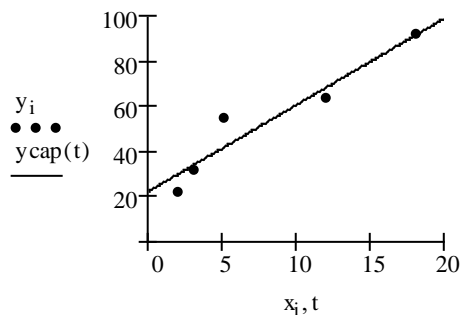
การหาค่า m และ c โดยใช้ฟังก์ชันสำเร็จรูปของ Mathcad

$$m := \text{slope}(x, y) \quad m = 3.866$$

$$c := \text{intercept}(x, y) \quad c = 22.075$$

3.2 กราฟของข้อมูลและสมการแสดงความสัมพันธ์ $y = mx + c$

$$t := 0, 0.1..20 \quad \text{ycap}(t) := m \cdot t + c$$



6.7 Mathcad กับการเฉลยข้อสอบคณิตศาสตร์ Entrance

ในหัวข้อนี้จะเป็นการนำความสามารถของ Mathcad เข้ามาช่วยหาคำตอบของข้อสอบ Entrance ซึ่งมีข้อสอบ Entrance เป็นจำนวนมากที่เราอาจจะหาคำตอบได้ด้วยการแทนค่า คำนวณค่า หรือแม้แต่เขียนกราฟดูก็จะได้คำตอบ

ข้อสอบคณิตศาสตร์ 1. มีนาคม 2546 ข้อ 18.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} [\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} - \sqrt{(1+x)(1-x^2)} + \sqrt{(1-x)(1-x^2)}] \text{ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้}$$

- | | |
|------------------|------------------|
| 1. 0 | 2. $\frac{1}{4}$ |
| 3. $\frac{1}{2}$ | 4. 1 |

การคำนวณด้วย Mathcad

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \cdot [\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} - \sqrt{(1+x) \cdot (1-x^2)} + \sqrt{(1-x) \cdot (1-x^2)}] \rightarrow \frac{1}{2}$$

เพราะฉะนั้นตอบข้อ 3.

ข้อสอบคณิตศาสตร์ 2. มีนาคม 2546 ข้อ 11.

ถ้า $\frac{1}{1-\sin x} + \frac{1}{1+\sin x} = 8$ โดยที่ $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ แล้ว $\sin x + \cos 2x + \tan 3x$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| 1. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ | 2. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ |
| 3. $\frac{-\sqrt{3}-1}{2}$ | 4. $\frac{-\sqrt{3}+1}{2}$ |

การคำนวณด้วย Mathcad

$$\text{TOL} := 0.000001 \quad x := \pi \quad \text{root}\left(\frac{1}{1-\sin(x)} + \frac{1}{1+\sin(x)} - 8, x\right) = 240 \text{ deg}$$

$$x := \text{root}\left(\frac{1}{1-\sin(x)} + \frac{1}{1+\sin(x)} - 8, x\right)$$

$$x = 240 \text{ deg}$$

$$\sin(x) + \cos(2 \cdot x) + \tan(3 \cdot x) = -1.366$$

$$\frac{\sqrt{3}-1}{2} = 0.366 \quad \frac{\sqrt{3}+1}{2} = 1.366 \quad \frac{-\sqrt{3}-1}{2} = -1.366 \quad \frac{-\sqrt{3}+1}{2} = -0.366$$

เพราะฉะนั้นตอบข้อ 3.

ข้อสอบคณิตศาสตร์ 1. มีนาคม 2545 ข้อ 2.

$-\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ - \sin^2 3^\circ + \dots - \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

การคำนวณด้วย Mathcad

$$\sum_{n=1}^{90} (-1)^n \cdot \sin(n \cdot \text{deg})^2 = 0.5 \blacksquare$$

เพราะฉะนั้น $-\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ - \sin^2 3^\circ + \dots - \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$ มีค่าเท่ากับ 0.5

ข้อสอบคณิตศาสตร์ 2. มีนาคม 2545 ข้อ 12.

ค่าของ $\frac{4 \sin \frac{7\pi}{3} \sec \frac{7\pi}{6} + \tan \frac{3\pi}{4} \cos \text{ec} \frac{3\pi}{2}}{\tan \frac{7\pi}{4} - 1}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 1. $-\frac{5}{2}$ | 2. $-\frac{3}{2}$ |
| 3. $\frac{3}{2}$ | 4. $\frac{5}{2}$ |

การคำนวณด้วย Mathcad

$$\frac{4 \sin\left(\frac{7 \cdot \pi}{3}\right) \cdot \sec\left(\frac{7 \cdot \pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{3 \cdot \pi}{4}\right) \cdot \text{csc}\left(\frac{3 \cdot \pi}{2}\right)}{\tan\left(\frac{7 \cdot \pi}{4}\right) - 1} = 1.5 \blacksquare$$

เพราะฉะนั้นตอบข้อ 3.

ข้อสอบคณิตศาสตร์ 1. ตุลาคม 2545 ข้อ 22.

กำหนดให้ $f(x) = x^2 - 2|x|$ และ $g(x) = x^2 + 1$

$(g \circ f)'(-3) + (f \circ g)'(3)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -132
2. -84
3. 84
4. 132

การคำนวณด้วย Mathcad

$$f(x) := x^2 - 2 \cdot |x|$$

$$g(x) := x^2 + 1$$

$$x := -3 \quad \frac{d}{dx} g(f(x)) = -24$$

$$x := 3 \quad \frac{d}{dx} f(g(x)) = 108$$

เพราะฉะนั้น $(g \circ f)'(-3) + (f \circ g)'(3) = -24 + 108 = 84$

ข้อสอบคณิตศาสตร์ 2. ตุลาคม 2545 ข้อ 8.

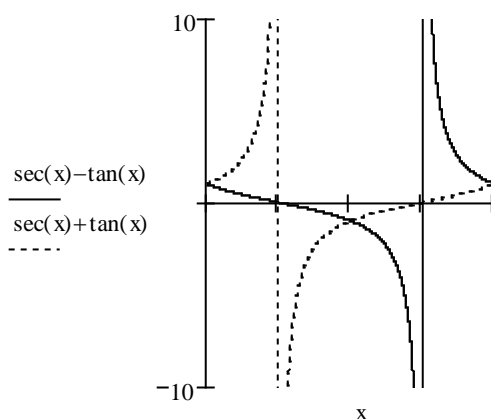
ให้ x เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $0 \leq x \leq 2\pi$

ช่วงที่ทำให้ $\sec x - \tan x > 0$ และ $\sec x + \tan x > 0$ คือช่วงในข้อใดต่อไปนี้

1. $(0, \pi)$
2. $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$
3. $(0, \frac{\pi}{2}) \cup (\pi, \frac{3\pi}{2})$
4. $(0, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$

การคำนวณด้วย Mathcad

$$x := 0, 0.001 .. 2 \cdot \pi$$



เพราะฉะนั้น ช่วงที่ทำให้ $\sec x - \tan x > 0$ และ $\sec x + \tan x > 0$ คือ $(0, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$

บทที่ 7.

การคำนวณระดับอุดมศึกษาด้วย Mathcad

ในระดับอุดมศึกษามีปัญหาทางด้านการคำนวณมากมาย หากนักเรียนนิสิต นักศึกษา หรือ ผู้สอน ได้นำความสามารถของโปรแกรมสำเร็จรูป Mathcad มาใช้ในการคำนวณจะทำให้เกิดประโยชน์อย่างมาก ในบทที่ 7 จึงนำ Mathcad มาเสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ระดับอุดมศึกษาจำแนกเป็นกลุ่มต่างๆ ดังนี้

1. แคลคูลัส
2. สมการเชิงอนุพันธ์
3. การวิเคราะห์เชิงตัวเลข
4. พีชคณิตเชิงเส้น
5. สถิติและความน่าจะเป็น
6. คณิตศาสตร์ขั้นสูง

7.1 เสริมการคำนวณแคลคูลัสด้วย Mathcad

7.1.1 การคำนวณค่าลิมิต

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} \text{ simplify} \rightarrow \frac{1}{4} \qquad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \left(\frac{1}{2+h} - \frac{1}{2} \right) \text{ simplify} \rightarrow \frac{-1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \cdot \sin(x)}{1 - \cos(x)} \text{ simplify} \rightarrow 2 \qquad \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2 - 1}{2 \cdot x + 4} \text{ simplify} \rightarrow \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{x + 4} \text{ simplify} \rightarrow 1 \qquad \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2 - 1}{2 \cdot x + 4} \text{ simplify} \rightarrow -\infty$$

7.1.2 การคำนวณอนุพันธ์ ผลการคำนวณเป็นสูตร และ ผลการคำนวณเป็นตัวเลข

$$x := 1 \qquad f(x) := x^3 + x^2 + 1 \qquad \frac{d}{dx} f(x) = 5 \qquad \frac{d^2}{dx^2} f(x) = 8$$

$$\frac{d}{dx} (x^3 + x^2 + 1) \text{ simplify} \rightarrow 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x \qquad \frac{d}{dx} x \cdot \sin(x) \text{ simplify} \rightarrow \sin(x) + x \cdot \cos(x)$$

$$\frac{d}{dx} (2 \cdot x^2 \cdot y^3 + x^3) \rightarrow 4 \cdot x \cdot y^3 + 3 \cdot x^2 \qquad \frac{d}{dy} (2 \cdot x^2 \cdot y^3 + x^3) \rightarrow 6 \cdot x^2 \cdot y^2$$

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{d}{dx} (2 \cdot x^2 \cdot y^3 + x^3) \right] \rightarrow 4 \cdot y^3 + 6 \cdot x \qquad \frac{d}{dy} \left[\frac{d}{dy} (2 \cdot x^2 \cdot y^3 + x^3) \right] \rightarrow 12 \cdot x^2 \cdot y$$

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{d}{dy} (2 \cdot x^2 \cdot y^3 + x^3) \right] \rightarrow 12 \cdot x \cdot y^2 \qquad \frac{d}{dy} \left[\frac{d}{dx} (2 \cdot x^2 \cdot y^3 + x^3) \right] \rightarrow 12 \cdot x \cdot y^2$$

7.1.3 การคำนวณปริพันธ์ ผลการคำนวณเป็นสูตร และ ผลการคำนวณเป็นตัวเลข

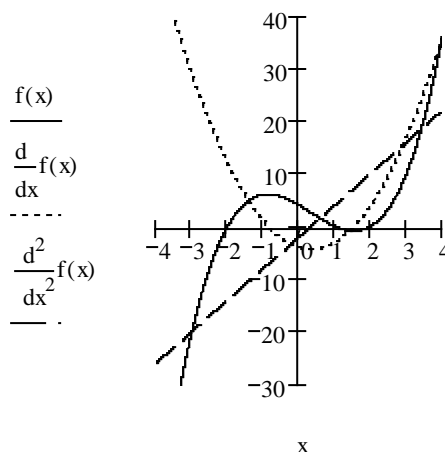
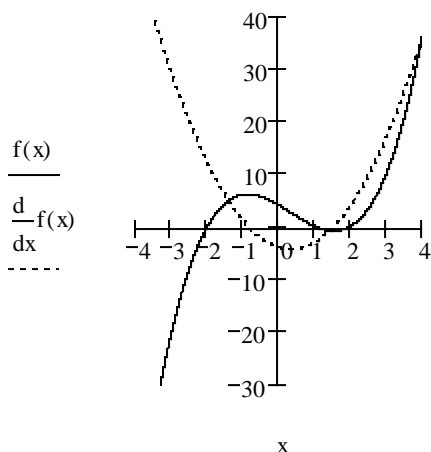
$$\int_0^3 x^2 dx = 9 \qquad \int_0^\pi \sin(x) dx = 2 \qquad \int_1^t x^2 dx \rightarrow \frac{1}{3} \cdot t^3 - \frac{1}{3}$$

$$\int x^2 dx \text{ simplify} \rightarrow \frac{1}{3} \cdot x^3 \qquad \int \sin(x) dx \text{ simplify} \rightarrow -\cos(x) \qquad \int \ln(x) dx \rightarrow x \cdot \ln(x) - x$$

$$\int \int x^2 \cdot y dx dy \rightarrow \frac{1}{6} \cdot x^3 \cdot y^2 \qquad \int_0^t \int_0^s x^2 \cdot y dx dy \rightarrow \frac{1}{6} \cdot t^2 \cdot s^3 \qquad \int_0^3 \int_0^2 x^2 y dx dy = 12$$

7.1.4 กราฟของฟังก์ชัน f, f' และ f''

$x := -4, -3.999.. 4 \quad f(x) := x^3 - x^2 - 4 \cdot x + 4$



7.1.5 การหาผลบวกกริมันน์ (Riemann sum) เช่นผลบวกกริมันน์ของ $f(x) = x^2 - 4x + 6$ บนช่วง $[1, 3]$

$$f(x) := x^2 - 4x + 6 \quad n := 10 \qquad f(x) := x^2 - 4x + 6 \quad n := 100 \qquad \int_a^b f(x) dx = 4.667$$

$$a := 1 \quad b := 3 \quad i := 1..n \qquad a := 1 \quad b := 3 \quad i := 1..n$$

$$h := \frac{b-a}{n} \quad x_0 := a \quad x_i := x_{i-1} + h \qquad h := \frac{b-a}{n} \quad x_0 := a \quad x_i := x_{i-1} + h$$

$$S := \sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot (x_i - x_{i-1}) \qquad S := \sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot (x_i - x_{i-1})$$

$$S = 4.68 \qquad S = 4.6668$$

7.1.6 การแทนฟังก์ชันด้วยพหุนามเทย์เลอร์

อนุกรมเทย์เลอร์ของฟังก์ชัน $\sin(x)$

$$\sin(x) \text{ series, } x, 5 \rightarrow 1 \cdot x - \frac{1}{6} \cdot x^3 \qquad \sin(x) \text{ series, } x, 6 \rightarrow 1 \cdot x - \frac{1}{6} \cdot x^3 + \frac{1}{120} \cdot x^5$$

อนุกรมเทย์เลอร์ของฟังก์ชัน $\cos(x)$

$$\cos(x) \text{ series, } x, 3 \rightarrow 1 - \frac{1}{2} \cdot x^2 \quad \cos(x) \text{ series, } x, 5 \rightarrow 1 - \frac{1}{2} \cdot x^2 + \frac{1}{24} \cdot x^4$$

อนุกรมเทย์เลอร์ของฟังก์ชัน $\arctan(x)$

$$\text{atan}(x) \text{ series, } x, 5 \rightarrow 1 \cdot x - \frac{1}{3} \cdot x^3 \quad \text{atan}(x) \text{ series, } x, 7 \rightarrow 1 \cdot x - \frac{1}{3} \cdot x^3 + \frac{1}{5} \cdot x^5$$

อนุกรมเทย์เลอร์ของฟังก์ชัน $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

$$\frac{1}{1+x^2} \text{ series, } x, 5 \rightarrow 1 - 1 \cdot x^2 + 1 \cdot x^4 \quad \frac{1}{1+x^2} \text{ series, } x, 7 \rightarrow 1 - 1 \cdot x^2 + 1 \cdot x^4 - 1 \cdot x^6$$

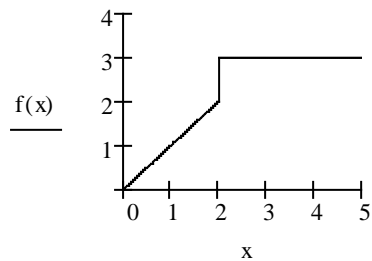
7.1.7 การกำหนดค่า ฟังก์ชันที่นิยามต่างกันเป็นเป็นช่วง ๆ และการเขียนกราฟ

ตัวอย่าง $f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x < 2 \\ 3 & 2 \leq x < 4 \end{cases}$

$f(x) := \text{if}(x < 2, x, 3) \quad x := 0..4$

x =	f(x) =
0	0
1	1
2	3
3	3
4	3

$x := 0, 0.01..5$



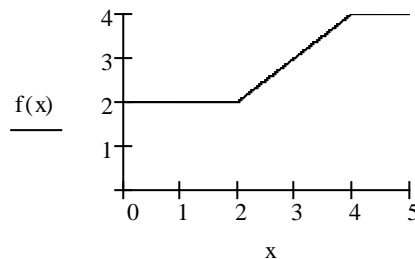
ตัวอย่าง $f(x) = \begin{cases} 2 & 0 \leq x < 2 \\ x & 2 \leq x < 4 \\ 4 & 4 \leq x \end{cases}$

$f(x) := \text{if}(x < 2, 2, \text{if}(x < 4, x, 4))$

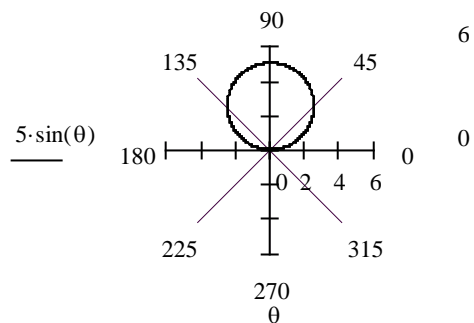
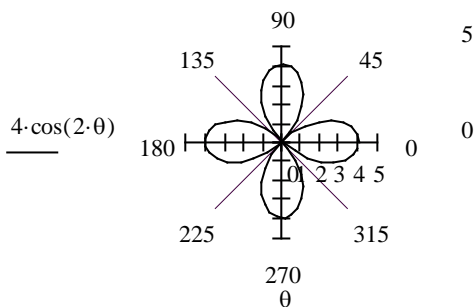
$x := 1..5$

x =	f(x) =
1	2
2	2
3	3
4	4
5	4

$x := 0, 0.01..5$



7.1.8 การเขียนกราฟในพิกัดเชิงขั้ว ตัวอย่างเช่นกราฟของ $r = 4\cos(2\theta)$ และ $r = 5\sin(\theta)$

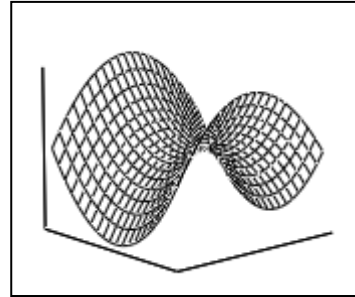


7.1.9 การเขียนกราฟ 3 มิติ เช่น กราฟของ $z = x^2 - y^2$

$$x := -2, -1.9..2$$

$$y := -2, -1.9..2$$

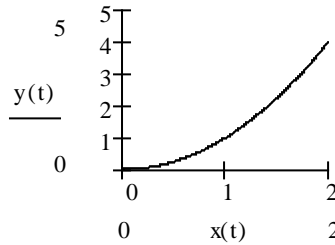
$$f(x,y) := x^2 - y^2$$



7.1.10 การเขียนกราฟของส่วนโค้ง

เช่นเส้นโค้งที่เป็นรอยทางของ $r(t) = (t, t^2)$ บนช่วง $0 < t < 2$

$$t := 0, 0.01..2 \quad x(t) := t \quad y(t) := t^2$$



f

7.1.11 การหาพื้นที่ระหว่างเส้นโค้ง

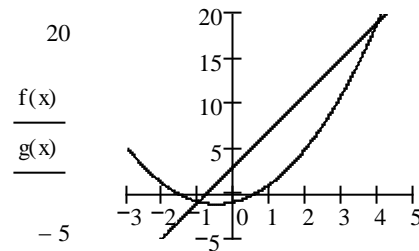
เช่น การหาพื้นที่ระหว่าง $f(x) = x^2 + x - 1$ และ $g(x) = 4x + 3$

$$f(x) := x^2 + x - 1 \quad g(x) := 4x + 3 \quad x := -3, -2.99..5$$

$$x := 0 \quad \text{root}(f(x) - g(x), x) = -1$$

$$x := 5 \quad \text{root}(f(x) - g(x), x) = 4$$

$$\int_{-1}^4 (g(x) - f(x)) dx = 20.833$$



7.1.12 การคำนวณค่าความยาวส่วนโค้ง ตัวอย่างเช่น

การหาความยาวเส้นโค้ง $r(t) = (6t^2, 4\sqrt{2}t^3, 3t^4)$, $-1 < t < 2$

คำนวณโดยตรง

$$\int_{-1}^2 \sqrt{\left[\frac{d}{dt}(6t^2)\right]^2 + \left[\frac{d}{dt}(4\sqrt{2}t^3)\right]^2 + \left[\frac{d}{dt}(3t^4)\right]^2} dt = 81 \blacksquare$$

หรือใช้สูตร

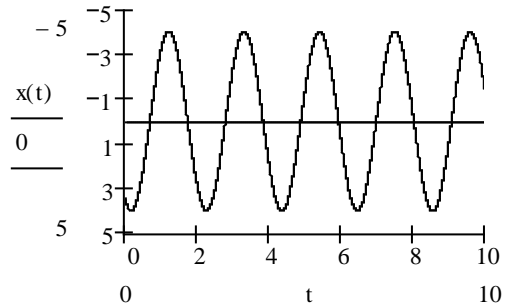
$$x(t) := 6t^2 \quad y(t) := 4\sqrt{2}t^3 \quad z(t) := 3t^4$$

$$\int_{-1}^2 \sqrt{\left[\frac{d}{dt}(x(t))\right]^2 + \left[\frac{d}{dt}(y(t))\right]^2 + \left[\frac{d}{dt}(z(t))\right]^2} dt = 81$$

7.2 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับสมการเชิงอนุพันธ์ด้วย Mathcad

7.2.1 กราฟของการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิก

$$x(t) := 4 \cdot \sin\left(3 \cdot t + \frac{\pi}{3}\right) \quad t := 0, 0.001 .. 10$$



7.2.2 การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้น

ตัวอย่าง จงหาผลเฉลยของสมการ $\frac{dy}{dx} - 2xy = x$

สมการเชิงเส้น $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$ มีสูตรผลเฉลย $y = e^{-\int P(x)dx} \left(\int e^{\int P(x)dx} Q(x)dx + C \right)$

เพราะว่า $P(x) = -2x$ และ $Q(x) = x$ เพราะฉะนั้นผลเฉลยด้วยการคำนวณของ Mathcad คือ

$$e^{-\int -2 \cdot x dx} \left[\int e^{\int -2 \cdot x dx} \cdot (x) dx + C \right] \text{ expand} \rightarrow \frac{-1}{2} + \exp\left(\frac{x^2}{2}\right) \cdot C$$

7.2.3 การหารอนสเกียน ตัวอย่างเช่นการหารอนสเกียนของ $x e^x, x^2 e^x$

$$\left(\begin{array}{c} x \cdot e^x \quad x^2 \cdot e^x \\ \frac{d}{dx} x \cdot e^x \quad \frac{d}{dx} x^2 \cdot e^x \end{array} \right) \rightarrow x^2 \cdot \exp(x)^2$$

เพราะฉะนั้น $W(x e^x, x^2 e^x : x) = x^2 e^{2x}$

7.2.4 การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์

ตัวอย่าง กำหนดสมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{d^2y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} - 4y = 0$ และ $y(0) = 1, y'(0) = -5$

จงหาค่าของ $y(1)$

Given

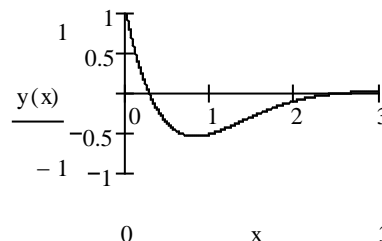
$$\frac{d^2}{dx^2}y(x) + 3 \cdot \frac{d}{dx}y(x) + 4 \cdot y(x) = 0$$

$$y'(0) = -5$$

$$y(0) = 1$$

$$y := \text{Odesolve}(x, 3)$$

$$y(1) = -0.518$$



หมายเหตุ สัญลักษณ์ ' ใน Mathcad ที่ใช้ในการพิมพ์ $y'(0) = -5$ ได้จากการพิมพ์ <Ctrl>+F7

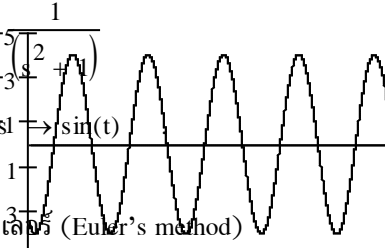
7.2.5 การหาผลการแปลงลาปลาซ และ ผลการแปลงลาปลาซผกผัน

$$t^2 \cdot e^t \text{ laplace, } t \rightarrow \frac{2}{(s-1)^3}$$

$$\frac{2}{(s-1)^3} \text{ invlaplace, } s \rightarrow t^2 \cdot \exp(t)$$

$$\sin(t) \text{ laplace, } t \rightarrow \frac{1}{s^2+1}$$

$$\frac{1}{s^2+1} \text{ invlaplace, } s \rightarrow \sin(t)$$



7.2.6 การหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของสมการเชิงอนุพันธ์ด้วยวิธีของออยเลอร์ (Euler's method)

ตัวอย่างเช่นกำหนด $y' = 1 + x$ และ $y(0) = 1$ จงหาค่าประมาณของ $y(10)$

สูตรของออยเลอร์ $y_n = y_{n-1} + hf(x_{n-1}, y_{n-1})$ เมื่อ $f(x, y) = y'$, $x_0 = 0$, $y_0 = 1$

$$f(x,y) := 1 + x \quad x_0 := 0 \quad y_0 := 1 \quad c := 1 \quad n := 10000 \quad i := 1..n \quad h := \frac{c - x_0}{n}$$

$$x_i := x_{i-1} + h \quad y_i := y_{i-1} + h \cdot f(x_{i-1}, y_{i-1}) \quad y_n = 2.49995$$

หมายเหตุ สมการ $y' = 1 + x$ และ $y(0) = 1$ มีผลเฉลย $y(x) = x + \frac{x^2}{2} + 1$ และ $y(1) = 2.5$

7.3 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับการวิเคราะห์เชิงตัวเลขด้วย Mathcad

7.3.1 การประมาณเส้นโค้ง $y(x)$ ที่ผ่านจุด $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$

จงหาสมการเส้นโค้ง $y(x)$ ที่ผ่านจุด $(3, 4), (6, 13), (8, 6), (11, 10), (15, 13)$ และ $(17, 18)$

การคำนวณด้วย Mathcad แบบที่ 1.

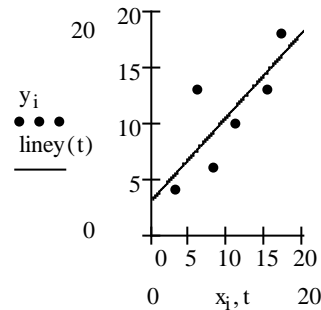
$$\text{ORIGIN} := 1 \quad i := 1..6 \quad t := 0, 0.1..20$$

$$x := \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 8 \\ 11 \\ 15 \\ 17 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} 4 \\ 13 \\ 6 \\ 10 \\ 13 \\ 18 \end{pmatrix}$$

$$m := \text{slope}(x, y)$$

$$c := \text{intercept}(x, y)$$

$$\text{liney}(x) := m \cdot x + c$$

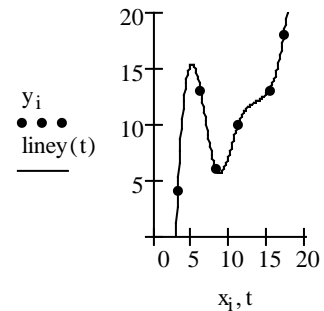
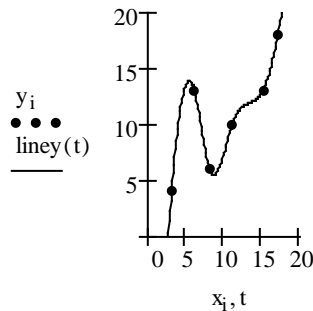
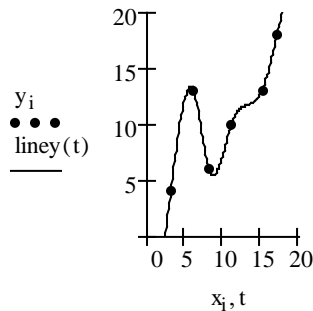


การคำนวณด้วย Mathcad แบบที่ 2. ใช้คำสั่ง lspline, pspline, cspline และ interp

หมายเหตุ lspline, pspline, cspline และ interp เป็นฟังก์ชันสำเร็จรูปที่ใช้ประมาณเส้นโค้งเมื่อกำหนดจุดผ่าน

$$Vs := \text{lspline}(x, y) \quad Vs := \text{pspline}(x, y) \quad Vs := \text{cspline}(x, y)$$

$$\text{liney}(t) := \text{interp}(Vs, x, y, t) \quad \text{liney}(t) := \text{interp}(Vs, x, y, t) \quad \text{liney}(t) := \text{interp}(Vs, x, y, t)$$



7.3.2 การหารากของสมการ

$$f(x) := x^2 - 5 \quad x := 2.5 \quad \text{root}(f(x), x) = 2.23607$$

ตัวอย่าง การหาราก $x^2 - 5 = 0$

$$x := -2.5 \quad \text{root}(f(x), x) = -2.23607$$

เพราะฉะนั้นรากสมการ $x^2 - 5 = 0$ คือ $x = 2.23607, -2.23607$

การหารากของสมการ $\sin x - \cos x = 0$ TOL := 0.000001 $x := 0$ $\text{root}(\sin(x) - \cos(x), x) = 0.785398$

เพราะฉะนั้นรากสมการ $\sin x - \cos x = 0$

$$\text{root}(\sin(x) - \cos(x), x) = 45 \text{ deg}$$

คือ $x = 0.785398$ เรเดียน หรือ $x = 45$ องศา

7.3.3 การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น และ ไม่เชิงเส้น

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการ

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$x + y + z = 12$$

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$x - y + z = 4$$

$$x + y = 7$$

$$x + y - z = 2$$

การคำนวณด้วย Mathcad

การคำนวณด้วย Mathcad

$$x := 0 \quad y := 0$$

$$x := 0 \quad y := 0 \quad z := 0$$

$$\text{Given } x^2 + y^2 = 25$$

$$\text{Given } x + y + z = 12$$

$$x + y = 7$$

$$x - y + z = 4$$

$$\text{Find}(x, y) = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$x + y - z = 2$$

เพราะฉะนั้น $x = 4, y = 3$

$$\text{Find}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

เพราะฉะนั้น $x = 3, y = 4, z = 5$

7.3.4 การประมาณค่า $y(c)$ เมื่อกำหนด $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ และผ่านจุด (x_0, y_0)

โดยวิธีของออยเลอร์ที่ปรับปรุงแล้วที่มีสูตร $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} (f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, y_n + hf(x_n, y_n)))$

เมื่อ $h = \frac{c - x_0}{n}$, $x_{n+1} = x_n + h$

จงหาค่าประมาณค่า $y(1)$ เมื่อกำหนด $\frac{dy}{dx} = x + y$ และผ่านจุด $(0, 0)$

$$\text{ORIGIN} := 0 \quad f(x, y) := x + y \quad x_0 := 0 \quad y_0 := 0 \quad c := 1 \quad n := 1000$$

$$h := \frac{c - x_0}{n} \quad i := 1..n \quad x_i := x_{i-1} + h \quad i := 0..n - 1$$

$$y_{i+1} := y_i + \left(\frac{h}{2}\right) \cdot (f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_i + h \cdot f(x_i, y_i))) \quad y_n = 0.718281$$

หมายเหตุ ผลเฉลยแท้จริงคือ $y(x) = e^x - x - 1$ เพราะฉะนั้นค่าจริง $y(1) = 0.718282$

7.4 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับพีชคณิตเชิงเส้นด้วย Mathcad

7.4.1 การคำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \quad A + B = \begin{pmatrix} 7 & 12 \\ 10 & 14 \end{pmatrix} \quad A \cdot B = \begin{pmatrix} 42 & 61 \\ 52 & 76 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 2.5 \\ 2 & -1.5 \end{pmatrix} \quad |A| = -2$$

7.4.2 การหาผลเฉลยของระบบสมการ ตัวอย่างเช่น การหาผลเฉลยของระบบสมการ $2x + 3y = 10$
 $4x - 5y = -2$

การคำนวณด้วย Mathcad $x := 0 \quad y := 0 \quad \text{Given} \quad 2 \cdot x + 3 \cdot y = 10$

$$4 \cdot x - 5 \cdot y = -2$$

$$\text{Find}(x, y) = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

7.4.3 การหาค่าเฉพาะ และ เวกเตอร์เฉพาะ

ตัวอย่างเช่น การหาค่าเฉพาะ และ เวกเตอร์เฉพาะ ของ $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

$$A := \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{eigenvals}(A) = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{eigenvec}(A, 3) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{eigenvec}(A, 4) = \begin{pmatrix} 0.707 \\ 0.707 \end{pmatrix}$$

7.4.4 การหาสมการลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ ตัวอย่าง การหาสมการลักษณะเฉพาะของ $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

การคำนวณด้วย Mathcad

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \left| \begin{pmatrix} 1 - \lambda & 3 \\ 2 & 4 - \lambda \end{pmatrix} \right| = 0 \rightarrow -2 - 5 \cdot \lambda + \lambda^2 = 0$$

7.4.5 การแปลงแถวเมทริกซ์

แบบที่ 1. แถวที่ 1 คูณด้วย -2

$$\text{ORIGIN} := 1 \quad i := 1..2 \quad j := 1..2$$

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad A_{(1,j)} := -2 \cdot A_{(1,j)} \quad A = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

แบบที่ 2. สลับแถว 1 กับ 2

$$\text{ORIGIN} := 1 \quad i := 1..2 \quad j := 1..2$$

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{Temp}_j := A_{(1,j)} \quad A_{(1,j)} := A_{(2,j)} \quad A_{(2,j)} := \text{Temp}_j \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

แบบที่ 3. แถว 1 ถูกรวบรวมด้วย 5 เท่า ของแถวที่ 2

$$\text{ORIGIN} := 1 \quad i := 1..2 \quad j := 1..2$$

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad A_{(1,j)} := A_{(1,j)} + 5 \cdot A_{(2,j)} \quad A = \begin{pmatrix} 16 & 22 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

7.4.6 การแปลงเชิงเส้น

ตัวอย่าง การหาผลการแปลงเชิงเส้น $T(x, y, z) = (-2y - 6z, 3y + 7z, x - 2y - 5z)$

$$T(x, y, z) := \begin{pmatrix} 0 & -2 & -6 \\ 0 & 3 & 7 \\ 1 & -2 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad T(1, 0, 0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad T(0, 1, 0) = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad T(0, 0, 1) = \begin{pmatrix} -6 \\ 7 \\ -5 \end{pmatrix}$$

7.4.7 การหาฐานเชิงตั้งฉากปกติของ R^3 โดยใช้กระบวนการของ Gram - Schmidt

ตัวอย่าง กำหนดฐาน $\{ v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \}$ การคำนวณด้วย Mathcad มีขั้นตอนดังนี้

$$v_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad v_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad v_3 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$u_1 := \frac{v_1}{|v_1|} \quad u_1 = \begin{pmatrix} 0.577 \\ 0.577 \\ 0.577 \end{pmatrix}$$

$$w_2 := v_2 - (v_2 \cdot u_1) \cdot u_1 \quad w_2 = \begin{pmatrix} -0.667 \\ 0.333 \\ 0.333 \end{pmatrix} \quad u_2 := \frac{w_2}{|w_2|} \quad u_2 = \begin{pmatrix} -0.816 \\ 0.408 \\ 0.408 \end{pmatrix}$$

$$w_3 := v_3 - (v_3 \cdot u_2) \cdot u_2 - (v_3 \cdot u_1) \cdot u_1 \quad w_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix} \quad u_3 := \frac{w_3}{|w_3|} \quad u_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.707 \\ 0.707 \end{pmatrix}$$

เพราะฉะนั้นมูลฐานเชิงตั้งฉากปกติคือ $\{ u_1 = \begin{pmatrix} 0.577 \\ 0.577 \\ 0.577 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} -0.816 \\ 0.408 \\ 0.408 \end{pmatrix}, u_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.707 \\ 0.707 \end{pmatrix} \}$

7.4.8 การหาสมการภาคตัดกรวยที่ผ่านจุดที่กำหนดให้

การหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด (1, 2) และ (4, 5)

การคำนวณด้วย Mathcad

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow -2 \cdot x + 3 \cdot y - 7 = 0$$

สมการเส้นตรงคือ $-2x + 3y - 7 = 0$

การหาสมการพาราโบลาที่ผ่านจุด (-1, 2), (2, 5) และ (4, 10)

การคำนวณด้วย Mathcad

$$\begin{vmatrix} x & y & x^2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 4 & 1 \\ 4 & 8 & 16 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow 27 \cdot x - 30 \cdot y + 3 \cdot x^2 + 84 = 0$$

เพราะฉะนั้นสมการพาราโบลาคือ

$$27x - 30y + 3x^2 + 84 = 0$$

หรือ

$$54x - 75y + 3y^2 + 192 = 0$$

$$\begin{vmatrix} x & y & y^2 & 1 \\ -1 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 25 & 1 \\ 4 & 8 & 64 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow 54 \cdot x - 75 \cdot y + 3 \cdot y^2 + 192 = 0$$

การหาสมการวงกลมที่ผ่านจุด (3, 4), (-3, 4) และ (-4, 3)

การคำนวณด้วย Mathcad

$$\begin{vmatrix} x^2 + y^2 & x & y & 1 \\ 25 & -3 & 4 & 1 \\ 25 & 4 & 3 & 1 \\ 25 & 3 & -4 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow -50 \cdot x^2 - 50 \cdot y^2 + 1250 = 0$$

สมการวงกลมคือ $-50x^2 - 50y^2 + 1250 = 0$

การหาสมการไฮเพอร์โบล่าที่ผ่านจุด (1, 1), (-1, 1), (2, -4) และ (-4, 3)

การคำนวณด้วย Mathcad
$$\begin{vmatrix} x^2 & y^2 & x & y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & 16 & 2 & 4 & 1 \\ 16 & 4 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow -12x^2 - 84y^2 + 432y - 336 = 0 .$$

สมการไฮเพอร์โบล่าคือ $-12x^2 - 84y^2 + 432y - 336 = 0$

การหาสมการวงรีที่ผ่านจุด (5, 0), (-5, 0), (0, -4) และ (0, 4)

การคำนวณด้วย Mathcad
$$\begin{vmatrix} x^2 & y^2 & x & y & 1 \\ 25 & 0 & 5 & 0 & 1 \\ 25 & 0 & -5 & 0 & 1 \\ 0 & 16 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 16 & 0 & -4 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow 1280x^2 + 2000y^2 - 32000 = 0 .$$

สมการวงรีคือ $1280x^2 + 2000y^2 - 32000 = 0$

7.5 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับความน่าจะเป็นและสถิติด้วย Mathcad

7.5.1 การสร้างตารางความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มทวินาม

$n := 4 \quad p := 0.2 \quad x := 0..n \quad b(x, n, p) := \frac{n!}{x!(n-x)!} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x} .$

$x =$ $b(x, n, p) =$ $dbinom(x, n, p) =$

0	0.4096	0.4096
1	0.4096	0.4096
2	0.1536	0.1536
3	0.0256	0.0256
4	0.0016	0.0016

หมายเหตุ ฟังก์ชัน dbinom(x, n, p) เป็นฟังก์ชันที่ให้ค่าเท่ากับ b(x, n, p)

7.5.2 การสร้างตารางความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มปัวส์ซง

$\mu := 0.2 \quad x := 0..2 \quad p(x) := \frac{e^{-\mu} \cdot \mu^x}{x!} \quad x =$ $p(x) =$ $dpois(x, 0.2)$

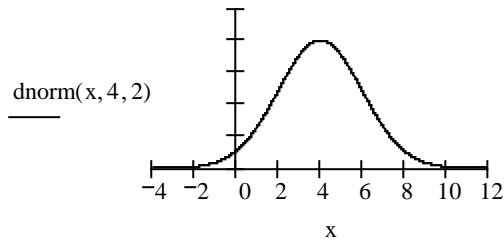
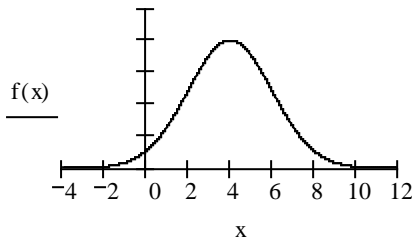
0	0.8187	0.8187
1	0.1637	0.1637
2	0.0164	0.0164

หมายเหตุ ฟังก์ชัน dpois(x, μ) มีค่าเท่ากับ $\frac{e^{-\mu} \cdot \mu^x}{x!}$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มปัวส์ซง

7.5.3 การเขียนกราฟของการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง z, t, f, χ^2

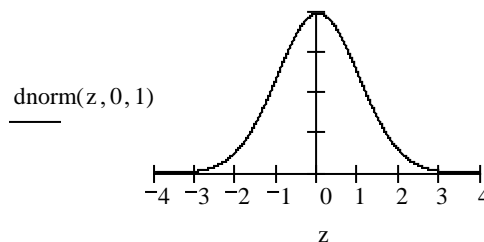
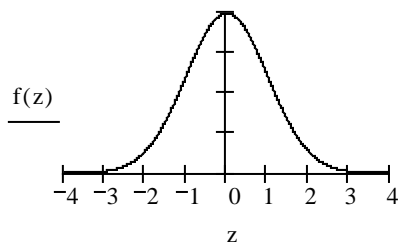
Normal distribution

$$\mu := 4 \quad \sigma := 2 \quad x := -4, -3.99.. 12 \quad f(x) := \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$



Standard Normal distribution

$$z := -4, -3.99.. 4 \quad f(z) := \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}}$$



หมายเหตุ X เป็นตัวแปรสุ่มปกติ ค่าเฉลี่ย μ และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ

$$\text{dnorm}(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \text{dnorm}(1, 4, 2) = 0.0648$$

$$\text{pnorm}(k, \mu, \sigma) = \int_{-\infty}^k \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx = P(-\infty < X < k) \quad \text{pnorm}(4, 4, 2) = 0.5$$

$$\text{qnorm}(A, \mu, \sigma) = \text{ค่าของ } k \text{ ที่ทำให้ } \text{pnorm}(k, \mu, \sigma) \text{ มีค่าเท่ากับ } A \quad \text{qnorm}(0.5, 4, 2) = 4$$

t distribution

$$v := 14 \quad t := -5, -4.99.. 5$$

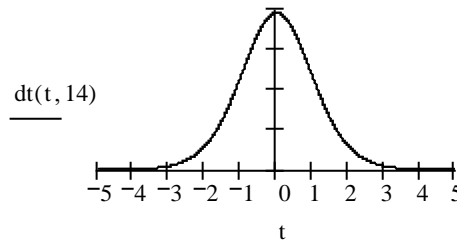
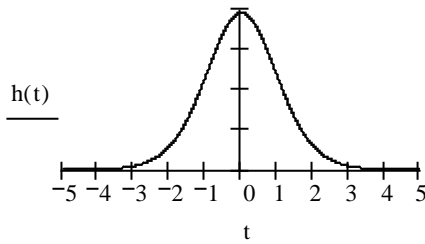
$$h(t) := \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right) \cdot \sqrt{\pi \cdot v}} \cdot \left(1 + \frac{t^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}}$$

$$\text{dt}(2, 14) = 0.0595$$

$$\text{pt}(2, 14) = 0.9674$$

$$\text{qt}(0.9674, 14) = 2$$

$$h(2) = 0.0595$$



หมายเหตุ t เป็นตัวแปรสุ่มที่ ระดับชั้นความเร็ว v

$$dt(t, v) = \frac{\Gamma(\frac{v+1}{2})}{\Gamma(\frac{v}{2})\sqrt{\pi v}} \left(1 + \frac{t^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}}$$

ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่

$$pt(k, v) = \int_{-\infty}^k \frac{\Gamma(\frac{v+1}{2})}{\Gamma(\frac{v}{2})\sqrt{\pi v}} \left(1 + \frac{t^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}} dt = P(-\infty < t < k)$$

qt(A, v) = ค่าของ k ที่ทำให้ $pt(k, v)$ มีค่าเท่ากับ A

Chi-square distribution

$v := 15$ $x := 0, 0.1.. 40$

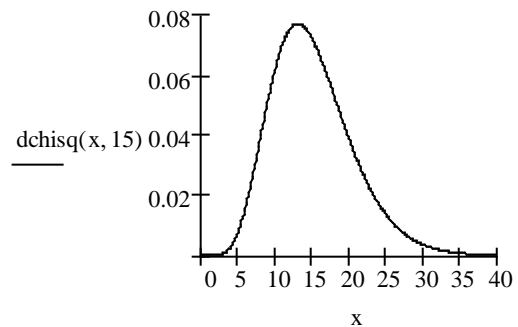
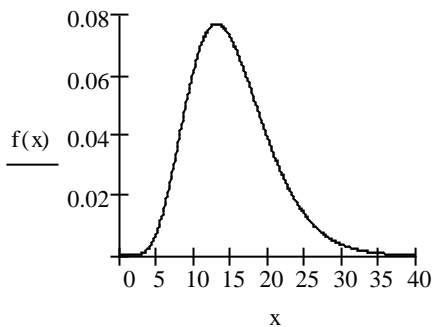
$$f(x) := \frac{1}{2^{\frac{v}{2}} \cdot \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \cdot x^{\frac{v}{2}-1} \cdot e^{-\frac{x}{2}}$$

$dchisq(10, 15) = 0.0629$

$pchisq(10, 15) = 0.1803$

$qchisq(0.1803, 15) = 10$

$f(10) = 0.0629$



หมายเหตุ χ^2 เป็นตัวแปรสุ่มไคสแควร์ ระดับชั้นความเร็ว v

$$dchisq(x, v) = \frac{1}{2^{\frac{v}{2}} \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \cdot x^{\frac{v}{2}-1} \cdot e^{-\frac{x}{2}}$$

ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มไคสแควร์

$$pchisq(k, v) = \int_0^k \frac{1}{2^{\frac{v}{2}} \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \cdot x^{\frac{v}{2}-1} \cdot e^{-\frac{x}{2}} dx = P(-\infty < \chi^2 < k)$$

qchisq(A, v) = ค่าของ k ที่ทำให้ $pchisq(k, v)$ มีค่าเท่ากับ A

F distribution

$$v_1 := 4 \quad v_2 := 10 \quad f := 0, 0.005.. 8$$

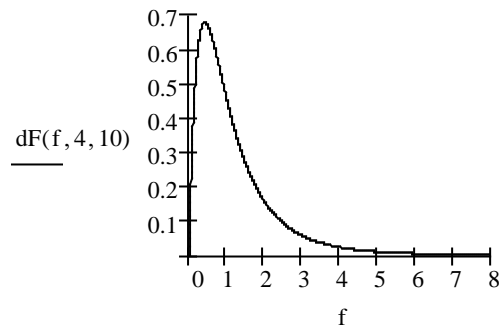
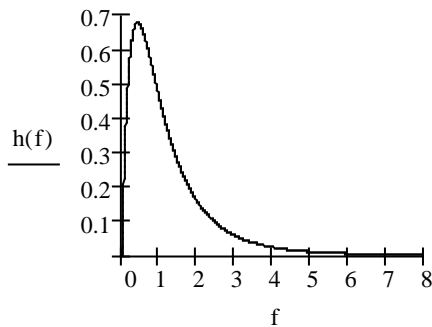
$$h(f) := \frac{\Gamma\left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right) \cdot \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{v_1}{2}} \cdot f^{\frac{v_1}{2} - 1}}{\Gamma\left(\frac{v_1}{2}\right) \cdot \Gamma\left(\frac{v_2}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{v_1}{v_2} \cdot f\right)^{\frac{v_1 + v_2}{2}}}$$

$$dF(3, 4, 10) = 0.0577$$

$$pF(3, 4, 10) = 0.9277$$

$$qF(0.9277, 4, 10) = 3$$

$$h(3) = 0.0577$$



หมายเหตุ F เป็นตัวแปรสุ่มเอฟ ระดับชั้นความเสรี v_1 และ v_2

$$dF(f, v_1, v_2) = \frac{\Gamma\left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right) \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{v_1}{2}} f^{\frac{v_1}{2} - 1}}{\Gamma\left(\frac{v_1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{v_2}{2}\right) \left(1 + \frac{v_1}{v_2} f\right)^{\frac{v_1 + v_2}{2}}}$$

ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มเอฟ

$$pF(k, v_1, v_2) = \int_0^k \frac{\Gamma\left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right) \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{v_1}{2}} f^{\frac{v_1}{2} - 1}}{\Gamma\left(\frac{v_1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{v_2}{2}\right) \left(1 + \frac{v_1}{v_2} f\right)^{\frac{v_1 + v_2}{2}}} df = P(-\infty < F < k)$$

$$qF(A, v_1, v_2) = \text{ค่าของ } k \text{ ที่ทำให้ } pF(k, v_1, v_2) \text{ มีค่าเท่ากับ } A$$

7.5.4 การหาค่าเฉลี่ย และ ความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง

X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่มีฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น $f(x) = \frac{x^2}{3}$ เมื่อ $-1 < x < 2$

$$f(x) := \frac{x^2}{3} \quad \mu := \int_{-1}^2 x \cdot f(x) dx \quad \mu = 1.25 \quad \text{variance} := \int_{-1}^2 (x - \mu)^2 \cdot f(x) dx \quad \text{variance} = 0.6375$$

เพราะฉะนั้นตัวแปรสุ่ม X มีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 1.25 และ ความแปรปรวนเท่ากับ 0.6375

7.5.5 การหาสมการถดถอยและสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

$$x := \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} 14 \\ 23 \\ 35 \\ 64 \\ 79 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{ll} a := \text{intercept}(x, y) & a = 0.2500 \\ b := \text{slope}(x, y) & b = 8.5500 \\ r := \text{corr}(x, y) & r = 0.9804 \end{array}$$

ORIGIN := 1 i := 1..8

สมการถดถอยคือ $y = a + bx = 0.25 + 8.55x$

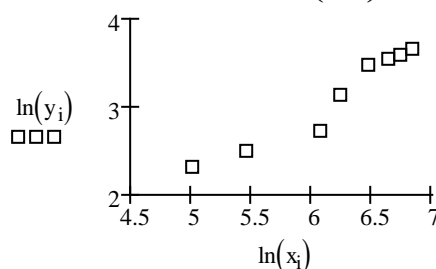
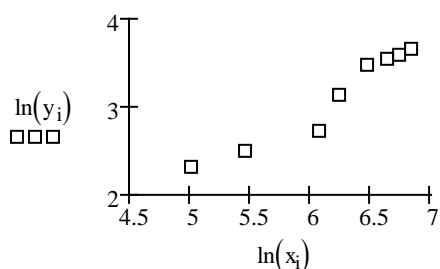
สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คือ 0.98043

$$x := \begin{pmatrix} 150 \\ 235 \\ 432 \\ 511 \\ 645 \\ 759 \\ 834 \\ 915 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} 10 \\ 12 \\ 15 \\ 23 \\ 32 \\ 34 \\ 36 \\ 38 \end{pmatrix}$$

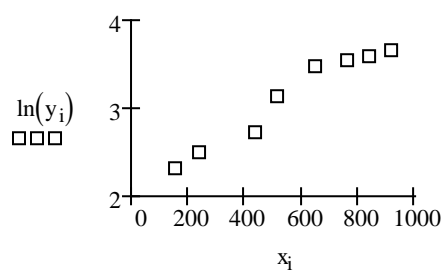
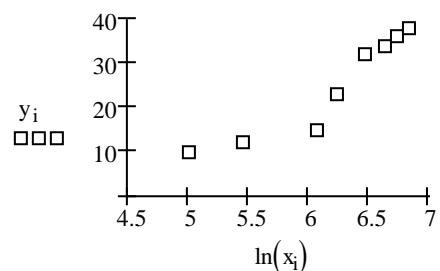
7.5.6 การเขียนแผนภาพกระจายข้อมูลได้หลายๆ แบบ

แผนภาพการกระจายของข้อมูล

สเกลบนแกน (X, Y) และ (lnY, lnX)



แผนภาพการกระจายของข้อมูล สเกลบนแกน (lnX, Y) และ (lnY, X)



7.6 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ขั้นสูงด้วย Mathcad

7.6.1 การหาสูตรของฟังก์ชันที่นิยามในพจน์ของปริพันธ์

$$\int_1^x t \, dt \rightarrow \frac{1}{2} \cdot x^2 - \frac{1}{2} \quad \int_x^{x^2} \frac{1}{1+t^2} \, dt \rightarrow \text{atan}(x^2) - \text{atan}(x)$$

7.6.2 การหาสูตรอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่นิยามในพจน์ของปริพันธ์

$$\frac{d}{dx} \int_1^x t \, dt \rightarrow x \quad \frac{d}{dx} \int_x^{x^2} \frac{1}{1+t^2} \, dt \rightarrow 2 \cdot \frac{x}{(1+x^4)} - \frac{1}{(1+x^2)}$$

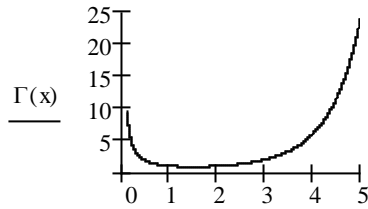
7.6.3 กราฟของฟังก์ชันแกมมา (Gamma function) และการคำนวณค่า

$$x := 0.1, 0.101.. 5$$

$$\Gamma(2) = 1$$

$$\Gamma(3) = 2$$

$$\sqrt{\pi} = 1.772454$$



$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = 1.772454$$

$$\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = 0.886227$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{\pi}$$

$$\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{\pi}$$

7.6.4 ฟังก์ชันเบสเซล (Bessel function) และ กราฟของฟังก์ชันเบสเซล

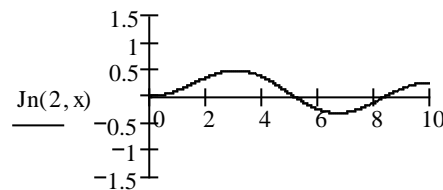
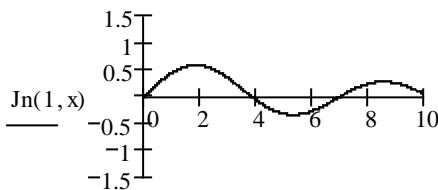
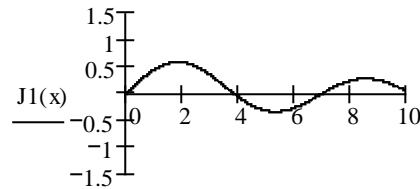
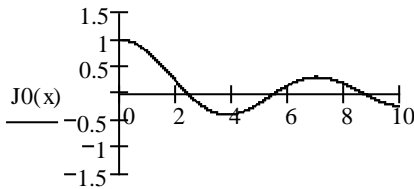
$$x := 0, 0.01.. 10$$

$$J_0(0) = 1$$

$$J_1(0) = 0$$

$$J_n(1, 0) = 0$$

$$J_n(2, 0) = 0$$



หมายเหตุ $J_0(x)$ คือ ฟังก์ชันเบสเซลอันดับ 0, $J_1(x)$ คือ ฟังก์ชันเบสเซลอันดับ 1, $J_n(v, x)$ คือ ฟังก์ชันเบสเซลอันดับ v

7.6.5 การหาอนุพันธ์อันดับสูง และ อนุพันธ์ย่อย

$$\frac{d^3}{dx^3}(x^4) \rightarrow 24 \cdot x$$

$$\frac{d}{dx} \frac{d}{dy} [(y \cdot x)^2 + (x \cdot y)^2] \rightarrow 8 \cdot y \cdot x$$

$$\frac{d}{dx} \frac{d}{dy} (\sin(x) \cdot \cos(y)) \rightarrow -\cos(x) \cdot \sin(y)$$

$$\frac{d}{dx} \frac{d}{dy} (\ln(x^2 + y^2)) \rightarrow -4 \cdot \frac{y}{(x^2 + y^2)^2} \cdot x$$

7.6.6 การหาพหุนามเลอจองต์ $P_n(x)$ อันดับต่างๆ จากสูตรโรตริกส์ $P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$

$$\frac{1}{2^1 \cdot 1!} \frac{d}{dx} (x^2 - 1) \rightarrow x$$

$$\frac{1}{2^2 \cdot 2!} \frac{d^2}{dx^2} (x^2 - 1)^2 \rightarrow \frac{3}{2} \cdot x^2 - \frac{1}{2}$$

7.6.7 การหาค่าสัมประสิทธิ์ a_0, a_n, b_n ของอนุกรมฟูรีเยร์

ตัวอย่าง $f(x) = x$ และ $f(x + 2\pi) = f(x)$

$$f(x) := x \quad \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \text{ expand} \rightarrow 0 \quad \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \cos(n \cdot x) dx \text{ expand} \rightarrow 0$$

$$\frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \sin(n \cdot x) dx \text{ expand} \rightarrow \frac{2}{\pi \cdot n} \cdot \sin(n \cdot \pi) - \frac{2}{n}$$

ตัวอย่าง $f(x) = x^2$ และ $f(x + 2\pi) = f(x)$

$$f(x) := x^2 \quad \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \text{ expand} \rightarrow \frac{2}{3} \cdot \pi^2 \quad \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \sin(n \cdot x) dx \text{ expand} \rightarrow 0$$

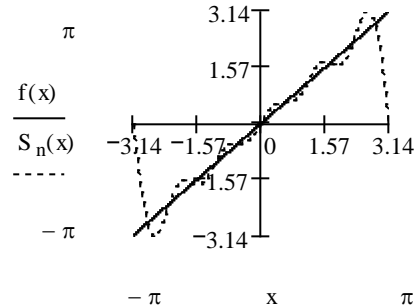
$$\frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \cos(n \cdot x) dx \text{ expand} \rightarrow 2 \cdot \frac{\pi}{n} \cdot \sin(n \cdot \pi) - \frac{4}{\pi \cdot n^3} \cdot \sin(n \cdot \pi) + \frac{4}{n^2} \cdot \cos(n \cdot \pi)$$

การเขียนกราฟของ $f(x)$ และ อนุกรมฟูเรียร์ที่ทำได้

$$f(x) := x \quad \text{ORIGIN} := 0 \quad n := 0..5$$

$$a_0 := \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \quad a_n := \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \cos(n \cdot x) dx \quad b_n := \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \sin(n \cdot x) dx$$

$$S_n(x) := \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^5 (a_n \cdot \cos(n \cdot x) + b_n \cdot \sin(n \cdot x))$$



7.6.8 การคำนวณปริพันธ์ตามเส้นโค้ง

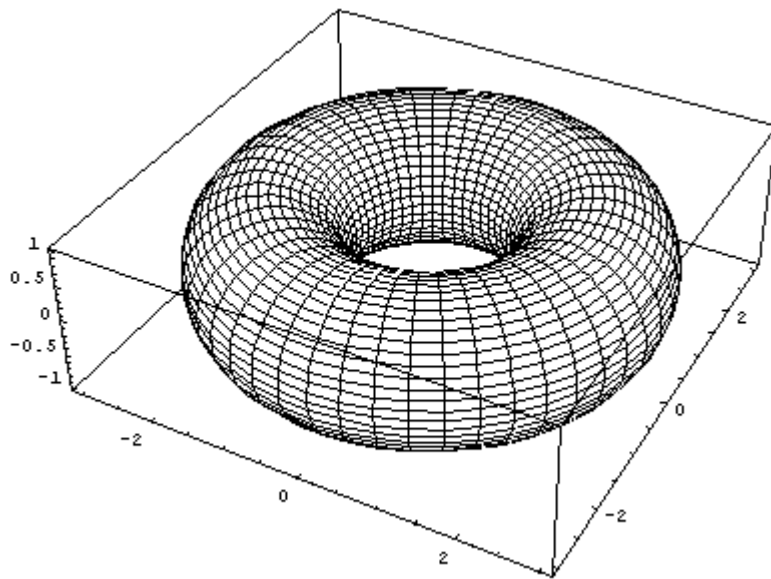
การหาค่า $\int_C f(z) dz$ เมื่อ $f(z) = z$, C เป็นเส้นโค้ง $z(t) = t + i t^2$, $1 < t < 2$

$$i := \sqrt{-1} \quad z(t) := t + i \cdot t^2 \quad f(z) := z \quad \int_1^2 f(z(t)) \cdot \left(\frac{d}{dt} z(t) \right) dt = -6 + 7i$$

การหาค่า $\int_C f(z) dz$ เมื่อ $f(z) = z$, C เป็นเส้นโค้ง $z(t) = \cos t + i \sin t$, $\frac{\pi}{4} < t < \frac{\pi}{2}$

$$i := \sqrt{-1} \quad z(t) := \cos(t) + i \cdot \sin(t) \quad f(z) := z \quad \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} f(z(t)) \cdot \left(\frac{d}{dt} z(t) \right) dt = -0.5 - 0.5i$$

Mathematica



บทนำ

Mathematica

โปรแกรมสำเร็จรูป Mathematica เป็นโปรแกรมที่มีชื่อเสียงมากและเป็นโปรแกรมที่มีความสามารถในการคำนวณสูง รูปแบบการใช้งานต้องพิมพ์คำสั่งผ่านบรรทัดที่เรียกว่า line in [...] ผลของการคำนวณที่ได้จะแสดงออกมาที่บรรทัด line out [...] การใช้งานโดยทั่วไปผู้ใช้ต้องจดจำคำสั่งที่ต้องการได้ หรือจะให้โปรแกรมแสดงแถบเครื่องมือของคำสั่งให้ปรากฏบนจอภาพตลอดเวลาก็ได้ ในการใช้งานโปรแกรม Mathematica ความสามารถในการทำงานบางอย่าง เช่นงานทางด้าน Graphics จะจำแนกเป็นโปรแกรมย่อย เรียกว่า Package ซึ่งเราต้องเรียกโปรแกรมย่อยนั้นขึ้นมาก่อนจึงจะใช้งานทางด้าน Graphics ได้

ในการใช้ Package เช่นการเรียก Package Graphics ต้องพิมพ์ <<Graphics`Graphics` จึงจะใช้คำสั่งในกลุ่มของการเขียนกราฟได้ แต่ในการใช้งานจริงเนื่องจากแป้นพิมพ์บางแป้นพิมพ์ไม่สามารถพิมพ์สัญลักษณ์ backquote character (`) จึงขอแนะนำวิธีพิมพ์คำสั่งเรียกใช้ Package ดังนี้

วิธีที่ 1. พิมพ์ \$Packages แล้วกด <Shift>+←

```
In[1]:= $Packages
```

```
Out[1]= {Global`, System`}
```

ผลบนจอภาพจะได้สัญลักษณ์ backquote character (`) ที่ Out[1] ให้เลื่อนเมาส์ไป copy สัญลักษณ์ backquote character (`) ที่ได้ไว้ใช้งานต่อไปเมื่อต้องการพิมพ์ backquote character (`)

วิธีที่ 2. คลิกที่ Help เมื่อได้เมนูของ Help แล้วให้เลือก Add-on \ Standard Package \ Graphics \ Graphics จะได้คำอธิบายต่าง ๆ ของการใช้ Package Graphics ให้ทำการ copy คำว่า Graphics`Graphics` มา paste ที่บรรทัด line in เพื่อใช้ในการเรียก Package Graphics ต่อไป

ความสามารถที่เหมือนและแตกต่างจาก Mathcad เช่น

- Mathematica แสดงผลทศนิยมได้หลายตำแหน่งตามต้องการแต่ Mathcad แสดงผลได้สูงสุด 15 ตำแหน่ง
- การปรับเปลี่ยนรูปแบบการแสดงผลของกราฟ ต้องใช้คำสั่งในการกำหนดค่า ไม่เหมือนกับ Mathcad ที่มีเมนูของการปรับเปลี่ยนรูปแบบกราฟ
- มีแถบเครื่องมือในการคำนวณ สามารถนำแถบเครื่องมือมาแสดงบนจอภาพได้เหมือนกัน
- สามารถขอคำอธิบายของคำสั่ง ด้วยการพิมพ์ ? ตามด้วยคำสั่งที่ต้องการรู้ความหมาย แล้วกด Enter

สารบัญ

บทที่ 1.	ความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรม Mathematica.....	1 - 10
บทที่ 2.	การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Mathematica.....	11 - 34
บทที่ 3.	การเขียนกราฟด้วย Mathematica.....	35 - 50
บทที่ 4.	การใช้งานเบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรม Mathematica.....	51 - 62
บทที่ 5.	การเขียนโปรแกรมด้วยคำสั่งของ Mathematica.....	63 - 68
บทที่ 6.	การคำนวณคณิตศาสตร์ ม. ปลาย ด้วย Mathematica.....	69 - 78
บทที่ 7.	การคำนวณระดับอุดมศึกษาด้วย Mathematica.....	79 - 94

บทที่ 1.

ความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรม Mathematica

ในบทนี้เป็นการนำความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรมสำเร็จรูป Mathematica ทำได้มาให้ดูก่อนเพื่อผู้อ่านจะได้เห็นความสามารถทางการคำนวณที่สำคัญของโปรแกรมสำเร็จรูป Mathematica ในส่วนของการพิมพ์คำสั่ง การเข้าสู่โปรแกรม Mathematica และการประยุกต์ต่าง ๆ จะกล่าวในบทต่อไป

เนื่องจากลักษณะการทำงานของโปรแกรม Mathematica มีบรรทัดของคำสั่งที่เราต้องพิมพ์คำสั่งของการคำนวณเข้าไป เรียกว่า **line in** $In[n] := \dots$ โปรแกรม Mathematica จึงจะแสดงผลการคำนวณ ในบรรทัดถัดไป เรียกว่า **line out** $Out[n] = \dots$ ดังนั้น การยกตัวอย่างความสามารถต่าง ๆ จึงขอนำผลการคำนวณที่ปรากฏบนจอภาพ ซึ่งมีทั้งบรรทัด **line in** ($In[n] :=$) และ **line out** ($Out[n]=$)

1. การคำนวณเบื้องต้น บวก ลบ คูณ หาร และเลขยกกำลัง

$In[1]:= 3.25 + 16.5$

$Out[1]= 19.75$

$In[2]:= 7.5 - 3.25$

$Out[2]= 4.25$

$In[3]:= 12 * 3$

$Out[3]= 36$

$In[4]:= 3.5 / 2$

$Out[4]= 1.75$

$In[5]:= 2.5^2$

$Out[5]= 6.25$

$In[6]:= (2^2 + 3 * 4)^0.5$

$Out[6]= 4.$

2. สามารถกำหนดการแสดงผลการคำนวณให้เป็นทศนิยมได้หลายตำแหน่ง

$In[7]:= N[Pi, 5]$

$Out[7]= 3.14159$

แสดงค่าของ π เป็นเลขทศนิยม 5 ตำแหน่ง

$In[8]:= N[Pi, 20]$

$Out[8]= 3.1415926535897932385$

แสดงค่าของ π เป็นเลขทศนิยม 20 ตำแหน่ง

3. มีฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ให้ใช้มากมาย

$In[10]:= Sin[Pi / 4]$

$Out[10]= \frac{1}{\sqrt{2}}$

$In[11]:= Cos[\pi / 6]$

$Out[11]= \frac{\sqrt{3}}{2}$

$In[12]:= Tan[Pi / 3]$

$Out[12]= \sqrt{3}$

$In[13]:= ArcSin[1]$

$Out[13]= \frac{\pi}{2}$

$In[14]:= ArcCos[-1]$

$Out[14]= \pi$

$In[15]:= ArcTan[1]$

$Out[15]= \frac{\pi}{4}$

Mathematica - 2

บทที่ 1. ความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรม Mathematica

In[16]:= `Log[10, 100]`

In[17]:= `Log[4, 64]`

In[18]:= `E^1 // N`

Out[16]= 2

Out[17]= 3

Out[18]= 2.71828

หมายเหตุ E หมายถึง ค่า e มีค่าประมาณเท่ากับ 2.71828

Log[a, x] หมายถึง log ฐาน a ของ x

Log[x] หมายถึง log ฐาน e ของ x

4. มีความสามารถในการกำหนดฟังก์ชันใช้งานได้

In[58]:= `f[x_] := x^2 + x + 2`

In[59]:= `f[2]`

Out[59]= 8

หมายเหตุ `f[x_]` คือ การกำหนดสูตรของฟังก์ชัน `f(x)`

5. สามารถกำหนดเซตของจำนวน และสามารถคำนวณสมาชิกภายในเซตได้

In[21]:= `x = {2, 5, 7, 12}`

In[22]:= `x^3`

In[23]:= `2 * x + 1`

Out[21]= {2, 5, 7, 12}

Out[22]= {8, 125, 343, 1728}

Out[23]= {5, 11, 15, 25}

หมายเหตุ เซตของตัวเลขเป็นชนิดของตัวแปรแบบหนึ่งใน Mathematica ซึ่งเรียกว่าตัวแปรแบบ list

6. สามารถเปลี่ยนหน่วยการคำนวณได้โดยง่าย

In[55]:= `Sin[60] // N`

In[52]:= `Sin[60 Degree]`

In[53]:= `Sin[60. Degree]`

Out[55]= -0.304811

Out[52]= $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Out[53]= 0.866025

หมายเหตุ ถ้าไม่กำหนดหน่วยของมุมฟังก์ชันตรีโกณมิติใน Mathematica จะคิดหน่วยของมุมเป็นเรเดียน

การระบุหน่วยให้พิมพ์ Degree ต่อท้ายตัวเลข

การเติมจุดท้ายตัวเลขจะทำให้ผลการคำนวณแสดงค่าเป็นเลขทศนิยม

7. ความสามารถในการแสดงหน่วยของผลการคำนวณ

In[83]:= `s := 500 KiloMeter`

In[84]:= `t := 4 Hour`

In[85]:= `v := s / t`

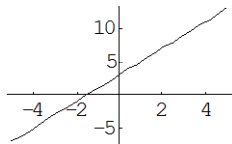
In[86]:= `v`

Out[86]= $\frac{125 \text{ KiloMeter}}{\text{Hour}}$

8. สามารถเขียนกราฟได้หลายรูปแบบ

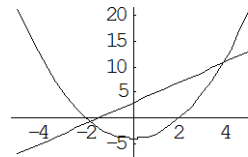
8.1 กราฟในระบบพิกัดมุมฉาก

In[21]:= `Plot[2*x+3, {x, -5, 5}]`



Out[21]= - Graphics -

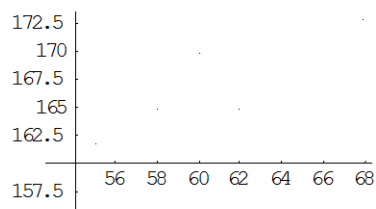
In[23]:= `Plot[{2*x+3, x^2-4}, {x, -5, 5}]`



Out[23]= - Graphics -

8.2 กราฟแผนภาพการกระจายของข้อมูล

In[34]:= `ListPlot[{{53, 156}, {58, 165}, {55, 162}, {60, 170}, {62, 165}, {68, 173}}]`

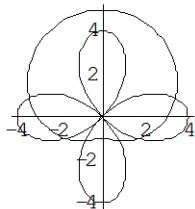


Out[34]= - Graphics -

8.3 กราฟในระบบพิกัดเชิงขั้ว

In[3]:= `<< Graphics`Graphics``

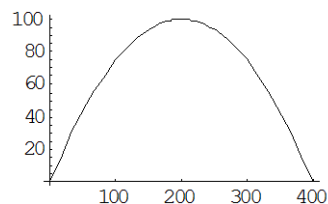
In[18]:= `PolarPlot[{3+2*Sin[t], 4*Cos[2*t]}, {t, 0, 2 Pi}]`



Out[18]= - Graphics -

8.4 กราฟของสมการพาราเมตริก เช่นการเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์

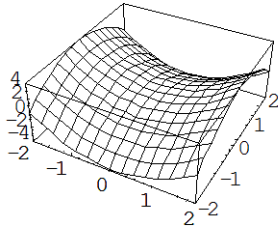
In[25]:= `ParametricPlot[{80*t, -16*t^2+80*t}, {t, 0, 5}]`



Out[25]= - Graphics -

8.5 กราฟพื้นผิวใน 3 มิติ

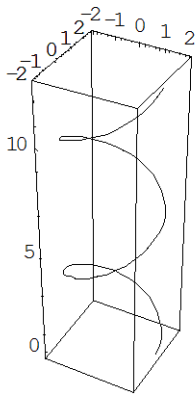
```
In[18]:= Plot3D[x^2 - y^2, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, Shading -> False]
```



```
Out[18]= - SurfaceGraphics -
```

8.6 กราฟของสมการพาราเมตริกใน 3 มิติ เช่นการเคลื่อนที่แบบบันไดเวียน หรือ สปริง

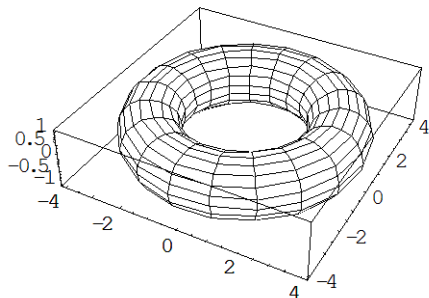
```
In[28]:= ParametricPlot3D[{2 * Cos[t], 2 * Sin[t], t}, {t, 0, 4 * Pi}]
```



```
Out[28]= - Graphics3D -
```

8.7 กราฟพื้นผิวใน 3 มิติ หรือพื้นผิวที่เกิดจากการหมุน

```
In[10]:= ParametricPlot3D[{Cos[t] (3 + Cos[u]), Sin[t] (3 + Cos[u]), Sin[u]}, {t, 0, 2 Pi}, {u, 0, 2 Pi}, Shading -> False]
```



```
Out[10]= - Graphics3D -
```

9. การคำนวณในรูปแบบเลขฐานต่าง ๆ

In[10]:= 2^{10101} 2^{10101} หมายถึงจำนวน 10101 ฐาน 2
 Out[10]= 21 รูปแบบทั่วไป $b^{xx\dots x}$ หมายถึง $xx\dots x$ ฐาน b
 In[11]:= **BaseForm**[21, 2] หมายถึงการเปลี่ยน 21 ฐาน 10 เป็นจำนวนในระบบฐาน 2
 Out[11]//**BaseForm**= รูปแบบทั่วไป **BaseForm**[N, b]
 10101₂ คือการเปลี่ยนจาก N ฐาน 10 เป็น จำนวนในระบบฐาน b

ตัวอย่างอื่น ๆ เช่น

In[16]:= $8^{12} + 8^{15}$ In[17]:= $16^{12} + 16^{15}$
 Out[16]= 23 Out[17]= 39

10. การคำนวณในรูปแบบเวกเตอร์

In[34]:= $\mathbf{u} := \{2, 3, 6\}; \mathbf{v} := \{3, 4, 0\}$ In[37]:= $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$
 In[35]:= $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ Out[37]= $\{-24, 18, -1\}$
 Out[35]= $\{5, 7, 6\}$ In[38]:= $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$
 In[36]:= $\mathbf{u} - \mathbf{v}$ Out[38]= 18
 Out[36]= $\{-1, -1, 6\}$

11. การคำนวณในรูปแบบเมทริกซ์

In[39]:= $\mathbf{A} := \{\{1, 2\}, \{3, 5\}\}$ In[43]:= **MatrixForm**[$\mathbf{A} + \mathbf{B}$] In[46]:= **MatrixForm**[4 \mathbf{A}]
 In[40]:= **MatrixForm**[\mathbf{A}] Out[43]//**MatrixForm**= Out[46]//**MatrixForm**=
 Out[40]//**MatrixForm**= $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 12 & 20 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ In[45]:= **MatrixForm**[$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$] In[47]:= **Det**[\mathbf{A}]
 In[41]:= $\mathbf{B} := \{\{2, 0\}, \{0, 4\}\}$ Out[45]//**MatrixForm**= Out[47]= -1
 In[42]:= $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ $\begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 6 & 20 \end{pmatrix}$
 Out[42]= $\{\{3, 2\}, \{3, 9\}\}$ In[48]:= **MatrixForm**[**Inverse**[\mathbf{A}]]
 Out[48]//**MatrixForm**=
 $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

12. การคำนวณจำนวนเชิงซ้อน

In[78]:= $\mathbf{z} := 3 + 4i$ In[82]:= **Abs**[\mathbf{z}] In[84]:= **Re**[\mathbf{w}]
 Out[78]= $3 + 4i$ Out[82]= 5 Out[84]= 5
 In[79]:= $\mathbf{w} := 5 + 12i$ In[83]:= **Im**[\mathbf{z}] In[85]:= **Conjugate**[\mathbf{w}]
 Out[79]= $5 + 12i$ Out[83]= 4 Out[85]= $5 - 12i$
 In[80]:= $\mathbf{z} + \mathbf{w}$ Out[80]= $8 + 16i$
 In[81]:= $\mathbf{z} * \mathbf{w}$ Out[81]= $-33 + 56i$
 Out[81]= $-33 + 56i$

หมายเหตุ การพิมพ์สัญลักษณ์ i ให้พิมพ์ <Ecs>ii<Ecs>

13. การหาผลบวกอนุกรมกำลัง อนุกรมจำกัด อนุกรมอนันต์ และผลคูณของลำดับ

$$\text{In}[11]:= \sum_{i=1}^n i$$

$$\text{Out}[11]= \frac{1}{2} n (1+n)$$

$$\text{In}[12]:= \sum_{i=1}^n i^2$$

$$\text{Out}[12]= \frac{1}{6} n (1+n) (1+2n)$$

$$\text{In}[18]:= \sum_{n=1}^{\infty} ((1/2) ^ (n-1))$$

$$\text{Out}[18]= 2$$

$$\text{In}[20]:= \sum_{n=1}^{\infty} 1 / (n * (n + 2))$$

$$\text{Out}[20]= \frac{3}{4}$$

$$\text{In}[21]:= \prod_{n=1}^5 n$$

$$\text{Out}[21]= 120$$

$$\text{In}[22]:= \prod_{i=1}^n i$$

$$\text{Out}[22]= n!$$

14. การคำนวณค่าสถิติเบื้องต้น

```
In[95]:= << Statistics`DescriptiveStatistics`
```

```
In[96]:= x := {2, 3, 7, 12, 16}
```

```
In[97]:= Mean[x]
```

```
Out[97]= 8
```

```
In[98]:= Variance[x] // N
```

```
Out[98]= 35.5
```

```
In[99]:= Median[x]
```

```
Out[99]= 7
```

```
In[100]:= Max[x]
```

```
Out[100]= 16
```

```
In[101]:= Min[x]
```

```
Out[101]= 2
```

15. การหาความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลในรูปแบบ $y = mx + c$

```
In[1]:= << Statistics`LinearRegression`
```

```
In[2]:= data = {{53, 156}, {58, 165}, {55, 162}, {60, 170}, {62, 165}, {68, 173}}
```

```
Out[2]:= {{53, 156}, {58, 165}, {55, 162}, {60, 170}, {62, 165}, {68, 173}}
```

```
In[3]:= Regress[data, {1, x}, x]
```

```
Out[3]= {ParameterTable →
```

	Estimate	SE	TStat	PValue
1	106.109	15.0892	7.03214	0.00215481,
x	0.995349	0.253454	3.92714	0.0171442

```
RSquared → 0.794053, AdjustedRSquared → 0.742566,
```

```
EstimatedVariance → 9.20756, ANOVATable →
```

	DF	SumOfSq	MeanSq	FRatio	PValue
Model	1	142.003	142.003	15.4224	0.0171442
Error	4	36.8302	9.20756		
Total	5	178.833			

หมายเหตุ ผลของคำสั่ง Regress จะให้ค่า $m = 0.995349$ และ $c = 106.109$ นอกจากนั้นยังทำการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติให้ด้วย เราสามารถใช้คำสั่ง Regress วิเคราะห์สมการความสัมพันธ์ในรูปแบบอื่น ๆ ได้
อีกเช่น หาค่าความสัมพันธ์ $y = a x^2 + b x + c$

16. ความสามารถในการจัดรูปพีชคณิต การแยกตัวประกอบ การกระจายพหุนาม

In[7]:= Factor[x^4 - 1]

Out[7]= (-1 + x) (1 + x) (1 + x^2)

In[8]:= Expand[(x + 3)^4]

Out[8]= 81 + 108 x + 54 x^2 + 12 x^3 + x^4

In[9]:= Simplify[1 / (2^3 + 8^2)]

Out[9]= $\frac{1}{72}$

In[10]:= Simplify[$\frac{x+1}{x^2+1} + \frac{x-1}{x^2-1}$]

Out[10]= $\frac{2(1+x+x^2)}{(1+x)(1+x^2)}$

17. ความสามารถในการหาอนุพันธ์ อนุพันธ์อันดับสูง อนุพันธ์ย่อย แบบเป็นสูตร และเป็นค่าตัวเลข

การหาอนุพันธ์เป็นสูตรและค่าตัวเลข

อนุพันธ์อันดับสูง

อนุพันธ์ย่อย

In[1]:= f[x] := x^4 + 2 * x + 4

In[2]:= D[f[x], {x, 1}]

Out[2]= 2 + 4 x^3

In[3]:= f'[x] /. x -> 1

Out[3]= f'[1]

In[4]:= D[f[x], {x, 2}]

Out[4]= 12 x^2

In[5]:= D[f[x], {x, 3}]

Out[5]= 24 x

In[6]:= D[x^4 + 2 * x + 4]

Out[6]= {2 + 4 x^3}

In[7]:= D_{x,x}(y^5 * x^2 + x^3 * y^4)

Out[7]= 6 x y^4 + 2 y^5

In[8]:= D_{x,y}(y^5 * x^2 + x^3 * y^4)

Out[8]= 12 x^2 y^3 + 10 x y^4

In[9]:= D_x(x^2)

Out[9]= 2 x

หมายเหตุ D[f[x], x] คือ $\frac{d}{dx}f(x)$ และ D[f[x], {x, n}] คือ $\frac{d^n}{dx^n}f(x)$ และ $\partial_{x,y}f[x,y]$ คืออนุพันธ์ย่อย

18. ความสามารถในการหาปริพันธ์ เป็นสูตร และเป็นค่าตัวเลข

In[1]:= $\int_0^2 (x^3 + 1) dx$

Out[1]= 6

In[2]:= $\int_0^1 \int_0^2 x^3 * y dx dy$

Out[2]= 2

In[3]:= $\int_0^1 \int_1^2 \int_{-1}^1 (x * y^3 + z) dx dy dz$

Out[3]= 1

In[4]:= $\int (x^3 + 1) dx$

Out[4]= $x + \frac{x^4}{4}$

In[5]:= $\int \int x^3 * y dx dy$

Out[5]= $\frac{x^4 y^2}{8}$

In[6]:= $\int \int \int \{x * y^3 + z\} dx dy dz$

Out[6]= $\left\{ \frac{1}{8} x^2 y^4 z + \frac{1}{2} x y z^2 \right\}$

In[7]:= $\int_1^{x^2} (4 * t^3 + 1) dt$

Out[7]= $-2 + x^2 + x^8$

In[8]:= $\int_1^t \int_0^{t^2} (2 * x + 4 * y) dx dy$

Out[8]= $-2 t^2 + t^4 + t^5$

19. ความสามารถในการหาค่าลิมิต

In[1]:= `Limit[x^2 + x + 1, x -> 1]`

Out[1]= 3

In[2]:= `Limit[(x^2 - 1) / (x - 1), x -> 1]`

Out[2]= 2

In[3]:= `Limit[Sin[x] / x, x -> 0]`

Out[3]= 1

In[4]:= `Limit[x / Abs[x], x -> 0, Direction -> 1]`

Out[4]= -1

In[5]:= `Limit[x / Abs[x], x -> 0, Direction -> -1]`

Out[5]= 1

In[6]:= `Limit[(1 + 1 / x)^(2 * x), x -> ∞]`Out[6]= e^2

หมายเหตุ `Limit[f[x], x -> a]` คือ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

`Limit[f[x], x -> a, Direction -> 1]` คือ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$

`Limit[f[x], x -> a, Direction -> -1]` คือ $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$

20. ความสามารถในการคำนวณเป็นโปรแกรม

โปรแกรมหาพื้นที่สามเหลี่ยมเมื่อรู้ความยาวทั้งสามด้าน

In[14]:= `a := 3; b := 4; c := 5; s := (a + b + c) / 2;``Area := Sqrt[s * (s - a) * (s - b) * (s - c)];``Area`

Out[14]= 6

In[15]:= `a := 5; b := 12; c := 13; s := (a + b + c) / 2;``Area := Sqrt[s * (s - a) * (s - b) * (s - c)];``Area`

Out[15]= 30

21. ความสามารถในการหารากของสมการ $f(x) = 0$ In[41]:= `FindRoot[x^2 - 2 == 0, {x, 1}]`Out[41]= `{x -> 1.41421}`In[42]:= `FindRoot[Sin[x] - Cos[x], {x, 1}]`Out[42]= `{x -> 0.785398}`In[43]:= `Solve[x^2 - 2 == 0, {x}]`Out[43]= `{{x -> -√2}, {x -> √2}}`

หมายเหตุ `FindRoot[f[x]==0, {x, a}]` คือการหารากของ $f(x) = 0$ จุดเริ่มต้นของการประมาณค่าที่ $x = a$

22. ความสามารถในการหาผลเฉลยของระบบสมการ

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น $2x + y = 4$, $9x - 4y = 1$

```
In[1]:= NSolve[{2*x+y==4, 9*x-4*y==1}, {x, y}]
```

```
Out[1]= {{x -> 1., y -> 2.}}
```

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้น $x^2 + y^2 = 1$, $x - y = 0$

```
In[2]:= Solve[{x^2+y^2==1, x-y==0}, {x, y}]
```

```
Out[2]= {{x -> -1/Sqrt[2], y -> -1/Sqrt[2]}, {x -> 1/Sqrt[2], y -> 1/Sqrt[2]}}
```

23. ความสามารถในการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์

การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ $y' = x^2$

```
In[1]:= DSolve[y'[x]==x^2, y[x], x]
```

```
Out[1]= {{y[x] -> x^3/3 + C[1]}}
```

การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญเชิงเส้นเอกพันธ์ $y'' + y = 0$

```
In[2]:= DSolve[y''[x]+y[x]==0, y[x], x]
```

```
Out[2]= {{y[x] -> C[2] Cos[x] - C[1] Sin[x]}}
```

การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญเชิงเส้นไม่เอกพันธ์ $y'' + y = x^2$

```
In[3]:= DSolve[{y''[x]+y[x]==x^2}, y[x], x]
```

```
Out[3]= {{y[x] -> -2 + x^2 + C[2] Cos[x] - C[1] Sin[x]}}
```

การหาผลเฉลยสมการเชิงอนุพันธ์สามัญเชิงเส้นไม่เอกพันธ์ $y'' + y = x^2$ และ $y'(0) = -1$, $y(0) = 2$

```
In[4]:= DSolve[{y''[x]+y[x]==x^2, y'[0]==-1, y[0]==2}, y[x], x]
```

```
Out[4]= {{y[x] -> -2 + x^2 + 4 Cos[x] - Sin[x]}}
```

การหาผลเฉลยระบบสมการเชิงอนุพันธ์ $x' = x - y + 2$

$$y' = -x + y - 5$$

```
In[5]:= DSolve[{x'[t]==x[t]-y[t]+2,
               y'[t]==-x[t]+y[t]-5}, {x[t], y[t]}, t]
```

```
Out[5]= {{x[t] -> 1/4 (-7 - 6t + 2 C[1] + 2 e^{2t} C[1] + 2 C[2] - 2 e^{2t} C[2]),
          y[t] -> 1/4 (7 - 6t + 2 C[1] - 2 e^{2t} C[1] + 2 C[2] + 2 e^{2t} C[2])}}
```

การหาผลเฉลยระบบสมการเชิงอนุพันธ์

$$\begin{aligned}x' &= x - y + 2 \\y' &= -x + y - 5 \\x(0) &= 1, y(0) = -1\end{aligned}$$

```
In[6]:= DSolve[{x'[t] == x[t] - y[t] + 2,
               y'[t] == -x[t] + y[t] - 5, x[0] == 1, y[0] == -1}, {x[t], y[t]}, t]
```

```
Out[6]= {{x[t] -> 1/4 (-7 + 11 e^{2t} - 6t), y[t] -> 1/4 (7 - 11 e^{2t} - 6t)}}
```

24. มีฟังก์ชันสำหรับการคำนวณเกี่ยวกับจำนวนเต็มเช่น หรม. ครน. การแยกตัวประกอบจำนวนเต็ม

```
In[1]:= LCM[40, 32]
```

```
Out[1]= 160
```

```
In[2]:= GCD[40, 32]
```

```
Out[2]= 8
```

```
In[3]:= FactorInteger[10!]
```

```
Out[3]= {{2, 8}, {3, 4}, {5, 2}, {7, 1}}
```

หมายเหตุ $10! = 2^8 3^4 5^2 7$

25. สามารถหาผลการแปลงลาปลาซและผลการแปลงลาปลาซผกผันได้

```
In[1]:= LaplaceTransform[Sin[x], x, s]
```

```
Out[1]= 1/(1 + s^2)
```

```
In[2]:= LaplaceTransform[{1, x, Cos[x]}, x, s]
```

```
Out[2]= {1/s, 1/s^2, s/(1 + s^2)}
```

```
In[3]:= InverseLaplaceTransform[1/(s^2 + 1), s, x]
```

```
Out[3]= Sin[x]
```

```
In[4]:= InverseLaplaceTransform[{1/s, 1/s^2, s/(s^2 + 1)}, s, x]
```

```
Out[4]= {1, x, Cos[x]}
```

บทที่ 2.
การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Mathematica

ในบทนี้จะเรียนรู้เกี่ยวกับการนำโปรแกรมสำเร็จรูป Mathematica เข้ามาทำงาน และการคำนวณเบื้องต้นกับคำสั่งของ Mathematica

หมายเหตุ โปรแกรม Mathematica ที่ใช้ในขณะนี้คือ Mathematica 4

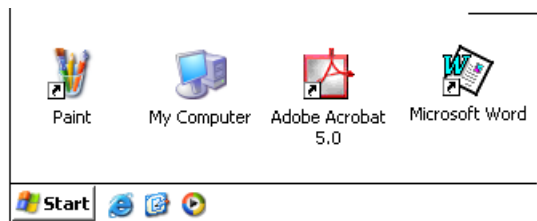
สำหรับ Version อื่น ๆ เช่น Mathematica 3 หรือ Mathematica 2 จะมีการใช้งานที่ใกล้เคียงกัน

2.1 การเรียกโปรแกรม Mathematica ขึ้นมาใช้งาน

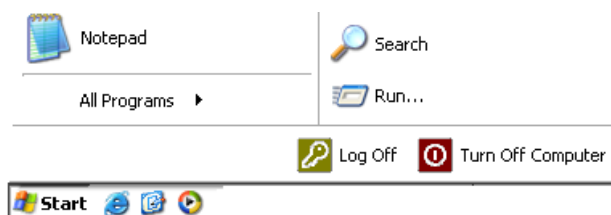
ขั้นที่ 1. เปิดเครื่องคอมพิวเตอร์

ขั้นที่ 2. รोजนจอภาพขึ้นข้อมูลต่าง ๆ ครบ

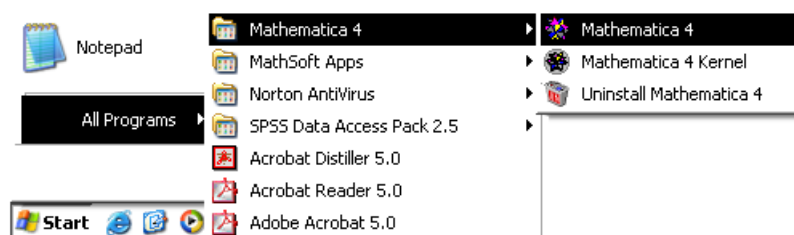
ดังตัวอย่างเช่นในภาพ



ขั้นที่ 3. คลิกที่ปุ่ม  จะได้เมนู



ขั้นที่ 4. คลิกที่ All Programs และเลื่อนเมาส์ไปที่ Mathematica 4 จะได้เมนูย่อยเป็นดังนี้



Mathematica – 12

บทที่ 2. การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Mathematica

ขั้นที่ 5. เลือกโปรแกรม Mathematica 4

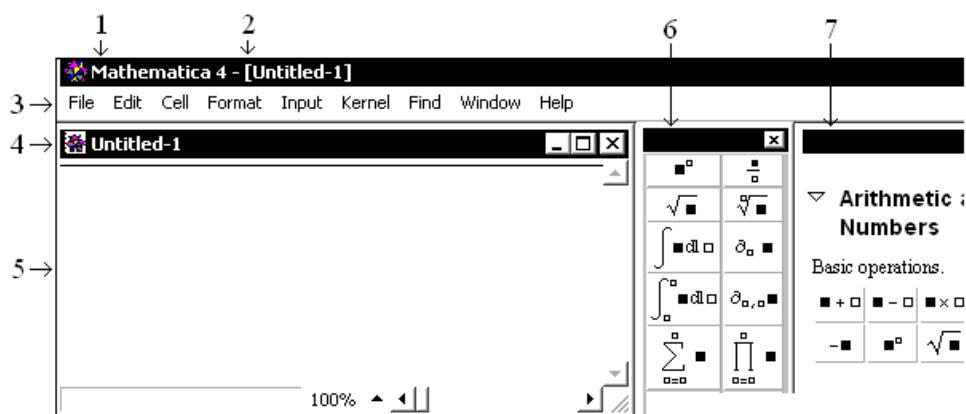
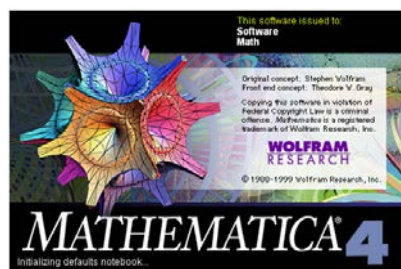
หลังจากคลิก Mathematica 4 แล้ว

บนจอภาพจะขึ้น Logo ของ Mathematica 4

ดังรูป

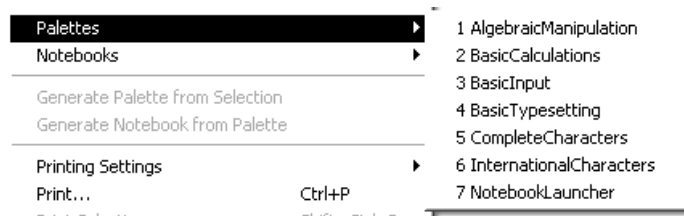
หลังจากนั้นจะเข้าสู่โปรแกรม Mathematica

ซึ่งจะปรากฏหน้าจอดังนี้



1. แสดง Window ของการทำงาน Mathematica 4
2. แสดงชื่อแฟ้มข้อมูลของ Mathematica ที่กำลังทำงาน (เมื่อเข้ามาครั้งแรกจะมีชื่อเป็น Untitled-1)
3. เมนูบาร์ของการทำงานต่าง ๆ เช่น เปิด-ปิด แฟ้มข้อมูล สั่งพิมพ์งาน
4. แสดง Window ย่อยของการทำงานใน Mathematica (Window ย่อยขณะนี้มีชื่อว่า Untitled-1)
5. บริเวณของการทำงานทางด้านการคำนวณต่าง ๆ ของ Mathematica
6. แถบเครื่องมือของการคำนวณเบื้องต้น
7. แถบเครื่องมือของการคำนวณเบื้องต้น

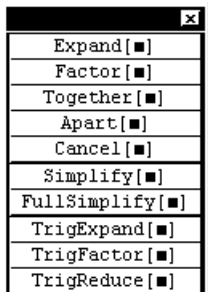
หมายเหตุ เมื่อเข้ามาครั้งแรกแถบเครื่องมือของการคำนวณเบื้องต้นที่แสดงออกมาอาจไม่เหมือนกับรูปข้างนี้ การนำแถบเครื่องมือของการคำนวณต่าง ๆ ขึ้นมา ทำได้โดยเลือกเมนู File\Palettes\



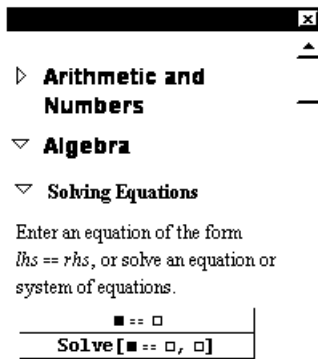
และเลือกแถบเครื่องมือที่ต้องการ เช่น แถบเครื่องมือ BasicCalculations, แถบเครื่องมือ BasicInput, ...

ตัวอย่างของแถบเครื่องมือเช่น

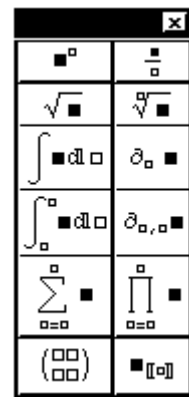
AlgebraicManipulation



BasicCalculations

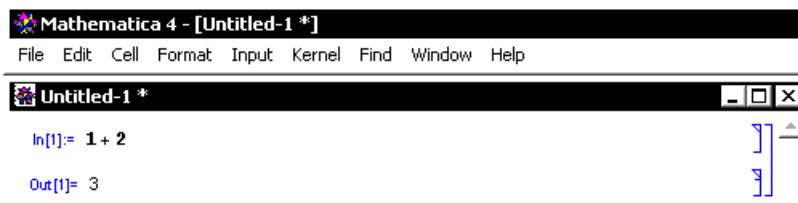


BasicInput



2.2 การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Mathematica

รูปแบบการทำงานด้วยคำสั่งต่าง ๆ ของ Mathematica มีบรรทัดของการรับค่าหรือคำสั่ง และมีบรรทัดของการแสดงผล ตัวอย่างเช่น การหาผลบวก $1 + 2$ เมื่อเราพิมพ์ $1 + 2$ เสร็จแล้วกด <Shift> + ↵ โปรแกรมจะทำการคำนวณ แล้วขึ้นบรรทัดใหม่ แล้วแสดงผลการคำนวณให้ ดังนี้



หมายเหตุ กด ↵ เป็นการขึ้นบรรทัดใหม่

การกด <Shift> + ↵ (กด Shift ค้างไว้แล้วกด Enter) คือการสั่งให้โปรแกรมทำการคำนวณ

เพื่อให้เข้าใจการใช้งานง่ายขึ้น การใช้งานโปรแกรม Mathematica จะขอเขียนในรูปแบบตาราง โดยมีตารางช่องที่ 1 หมายถึงการพิมพ์ผ่านทางแป้นพิมพ์ ตารางในช่องที่ 2 เป็นผลที่เกิดจากการคำนวณของ Mathematica และสิ่งเกิดขึ้นจากผลการคำนวณและการจัดรูปแบบการแสดงผลบนจอภาพที่มี

In[n] :=

และ Out[n]=

การคำนวณด้วยโปรแกรม Mathematica

1. การหาผลบวก $45.25 + 17.5$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$45.25+17.5$ <Shift>+↵	In[1]:= $45.25 + 17.5$ Out[1]= 62.75

2. การหาผลหาร $\frac{47}{5}$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
47/5.<Shift>+↵	In[3]:= 41 / 5.
มีจุด . ท้ายเลข 5 จะแสดงผลการคำนวณ	Out[3]= 8.2
47/5<Shift>+↵	In[4]:= 47 / 5
ไม่มีจุด . ท้ายเลข 4 จะแสดงเป็นเศษส่วน	Out[4]= $\frac{47}{5}$

3. การหาผลคูณของ 15 กับ 32

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
15*32<Shift>+↵	In[5]:= 15 * 32
	Out[5]= 480

4. การคำนวณเลขยกกำลัง 4^3 และ e^4

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
4^3<Shift>+↵	In[6]:= 4 ^ 3
	Out[6]= 64
E^4.<Shift>+↵	In[8]:= E ^ 4.
หมายเหตุ E = 2.718281828	Out[8]= 54.5982
E^4<Shift>+↵	In[9]:= E ^ 4
ไม่มีจุด . ท้ายเลข 4 จะแสดงเป็นการยกกำลัง	Out[9]= e^4

5. การคำนวณโดยใช้ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ $\log(2)$, $\ln(2)$, $\sin(\frac{\pi}{6})$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{32}$ และ $5!$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
Log[2]<Shift>+↵	In[1]:= Log [2] // N
หมายเหตุ Log[x] คือ ln x	Out[1]= 0.693147
//N เป็นการบังคับให้แสดงผลเป็นตัวเลข	
Log[10, 2]<Shift>+↵	In[2]:= Log [10, 2]
หมายเหตุ Log[10, x] คือ แสดงค่า $\log_{10} x$	Out[2]= $\frac{\text{Log} [2]}{\text{Log} [10]}$
ไม่มี //N จะแสดงผลเป็นการจัดรูปพีชคณิต	
Log[10, 2]//N<Shift>+↵	In[3]:= Log [10, 2] // N
หมายเหตุ Log[10, x] คือ แสดงค่า $\log_{10} x$	Out[3]= 0.30103




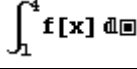
Sin[Pi/3]<Shift>+↵	In[4]:= Sin[Pi / 3] Out[4]= $\frac{\sqrt{3}}{2}$
การหารากที่ 2 มี 2 วิธี	
วิธีที่ 1. Sqrt[3]/N<Shift>+↵	In[5]:= Sqrt[3] // N Out[5]= 1.73205
วิธีที่ 2. <Ctrl>+2	$\sqrt{\blacksquare}$ หมายเหตุ คลิกสัญลักษณ์ $\sqrt{\blacksquare}$ จากแถบเครื่องมือ BasicInput ก็ได้
3	$\sqrt{3}$
→ หมายเหตุ กดแป้นลูกศร จะสังเกตเห็นว่า cursor เลื่อนออกไปนอกเครื่องหมาย Root	$\sqrt{3}$
//N<Shift>+↵	In[8]:= $\sqrt{3}$ // N Out[8]= 1.73205
การหารากที่ n	
คลิกสัญลักษณ์ $\sqrt[n]{\blacksquare}$ จากแถบเครื่องมือ BasicInput	$\sqrt[n]{\blacksquare}$
32	$\sqrt[5]{32}$
Tab	$\sqrt[5]{32}$
5<Shift>+↵	In[7]:= $\sqrt[5]{32}$ Out[7]= 2
การหาค่า 5! แฟกทอเรียล 5!<Shift>+↵	In[8]:= 5! Out[8]= 120

6. การกำหนดค่าให้กับตัวแปร, การกำหนดสูตรฟังก์ชัน

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
x:=4<Shift>+↵ หมายเหตุ := คือการกำหนดค่าให้กับตัวแปร	In[1]:= x := 4
f[x_]:=x^2<Shift>+↵ หมายเหตุ f[x_]:= เป็นการกำหนดสูตร	In[2]:= f[x_] := x^2
f[x]<Shift>+↵	In[3]:= f[x] Out[3]= 16

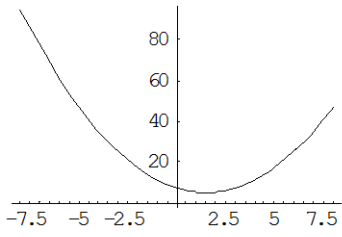
<code>f[3]<Shift>+↵</code>	<code>In[4]:= f[3]</code> <code>Out[4]= 9</code>
<code>f[x]/.x->4<Shift>+↵</code>	<code>In[5]:= f[x] /. x -> 4</code> <code>Out[5]= 16</code>

7. การหาค่าอินทิกรัล $\int_a^b f(x)dx$ ตัวอย่างเช่น $\int_1^4 (x^2 + 4)dx$

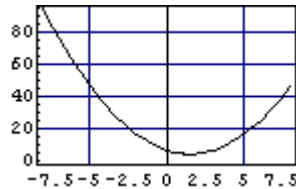
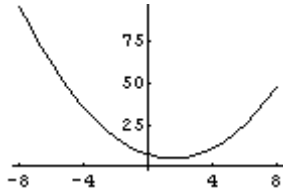
พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>f[x_]:=x^2+4<Shift>+↵</code>	<code>In[1]:= f[x_] := x^2 + 4</code>
วิธีที่ 1. <code>Integrate[f[x], {x, 0, 1}]<Shift>+↵</code>	<code>In[2]:= Integrate[f[x], {x, 1, 4}]</code> <code>Out[2]= 33</code>
วิธีที่ 2. คลิกสัญลักษณ์ $\int_a^b f(x)dx$ จากแถบเครื่องมือ BasicInput	
<code>1<Tab></code>	
<code>4<Tab></code>	
<code>f[x]<Tab></code>	
<code>x<Shift>+↵</code>	<code>In[3]:= \int_1^4 f[x] dx</code> <code>Out[3]= 33</code>

2.3 การเขียนกราฟของฟังก์ชัน

ตัวอย่าง การเขียนกราฟของ $f(x) = x^2 - 3x + 7$ บนช่วง $[-8, 8]$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>f[x_]:=x^2-3*x+7<Shift>+↵</code>	<code>In[5]:= f[x_] := x^2 - 3*x + 7</code>
<code>Plot[f[x], {x, -8, 8}]<Shift>+↵</code>	<code>In[6]:= Plot[f[x], {x, -8, 8}]</code>
หมายเหตุ คำสั่ง <code>Plot[f[x], {x, a, b}]</code> คือการเขียนกราฟ $y = f(x)$ บนช่วง $[a, b]$	 <code>Out[6]= - Graphics -</code>

หมายเหตุ โปรแกรม Mathematica สามารถจัดรูปแบบการแสดงผลของกราฟได้หลายลักษณะเช่น



เลือกกำหนดสเกลที่แกน X และ แกน Y

มีเส้นตาข่ายช่วยในการประมาณค่า

2.4 การกำหนดค่าและการคำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์

ตัวอย่าง การกำหนด $A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
การกำหนดเมทริกซ์แบบที่ 1.	
A=	$A = $
คลิกสัญลักษณ์ $\begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}$ จากแถบเครื่องมือ BasicInput	$A = \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}$
4<Tab> หมายเหตุ การกด Tab ทำให้ Curser กระโดดไปตำแหน่งถัดไป	$A = \begin{pmatrix} 4 & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}$
-2<Tab>-5<Tab>3<Shift>+↵	In[1]:= $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$ Out[1]= {{4, -2}, {-5, 3}}
ในทำนองเดียวกัน กำหนดเมทริกซ์ B	In[2]:= $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ Out[2]= {{2, 5}, {1, 3}}
เรียกโปรแกรมการทำงานเกี่ยวกับเมทริกซ์ คือ <<LinearAlgebra`Matrixmanipulation`<Shift>+↵	In[3]:= << LinearAlgebra`MatrixManipulation`
MatrixForm[A]<Shift>+↵ หมายเหตุ MatrixForm[A] เป็นคำสั่งกำหนดการแสดงผลในรูปแบบเมทริกซ์	In[4]:= MatrixForm[A] Out[4]//MatrixForm= $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$

การคำนวณค่าของเมทริกซ์ $A + B$, $4A$, A^2 , AB , A^{-1} , A^T , $\det(A)$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
MatrixForm[A+B]<Shift>+↵	In[5]:= MatrixForm [A+ B] Out[5]//MatrixForm= $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$
MatrixForm[4*A]<Shift>+↵	In[6]:= MatrixForm [4* A] Out[6]//MatrixForm= $\begin{pmatrix} 16 & -8 \\ -20 & 12 \end{pmatrix}$
MatrixForm[MatrixPower[A,2]] <Shift>+↵	In[7]:= MatrixForm [MatrixPower [A, 2]] Out[7]//MatrixForm= $\begin{pmatrix} 26 & -14 \\ -35 & 19 \end{pmatrix}$
MatrixForm[A.B]<Shift>+↵	In[8]:= MatrixForm [A. B] Out[8]//MatrixForm= $\begin{pmatrix} 6 & 14 \\ -7 & -16 \end{pmatrix}$
MatrixForm[Inverse[A]] <Shift>+↵	In[9]:= MatrixForm [Inverse [A]] Out[9]//MatrixForm= $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 1 \\ \frac{5}{2} & 2 \end{pmatrix}$
Det[A]<Shift>+↵	In[10]:= Det [A] Out[10]= 2
MatrixForm[Tranpose[A]] <Shift>+↵	In[11]:= MatrixForm [Transpose [A]] Out[11]//MatrixForm= $\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

การกำหนดดรรชนีล่าง (subscript) สำหรับอ้างอิงใช้งานกับสมาชิกของเมทริกซ์

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
MatrixForm[A]<Shift>+↵	In[12]:= MatrixForm [A] Out[12]//MatrixForm= $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$
คลิกสัญลักษณ์ \mathbb{A} จากแถบ เครื่องมือ BasicInput	\mathbb{A}
A<Tab>	\mathbb{A}

1,1<Shift>+↵	In[13]:= $A_{1,2}$ Out[13]= -2
--------------	-----------------------------------

การกำหนดเมทริกซ์แบบที่ 2.

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$A = \{\{4, -2\}, \{5, 3\}\}$ <Shift>+↵	In[17]:= $A = \{\{4, -2\}, \{5, 3\}\}$ Out[17]= $\{\{4, -2\}, \{5, 3\}\}$

ในกรณีที่เมทริกซ์มีมิติใหญ่ ให้กำหนดในรูปแบบของเซตดังนี้

$$A = \{\{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1m}\}, \{a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2m}\}, \dots, \{a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{nm}\}\}$$

ตัวอย่างเช่น การกำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

In[18]:= $A = \{\{1, 2, 4, 5\}, \{1, 2, 0, 3\}, \{4, 1, 1, 2\}, \{3, 2, 1, 5\}\}$

Out[18]= $\{\{1, 2, 4, 5\}, \{1, 2, 0, 3\}, \{4, 1, 1, 2\}, \{3, 2, 1, 5\}\}$

In[19]:= **MatrixForm**[A]

Out[19]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

2.5 การกำหนดค่าและการคำนวณเกี่ยวกับเวกเตอร์

สำหรับข้อมูลที่อยู่ในรูปแบบของเวกเตอร์เช่น $u = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ และ $v = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$u = \{-3, 4\}$ <Shift>+↵	In[1]:= $u = \{-3, 4\}$ Out[1]= $\{-3, 4\}$
MatrixForm [u]<Shift>+↵	In[2]:= MatrixForm [u] Out[2]//MatrixForm= $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$
$v = \{1, 2\}$ <Shift>+↵	In[3]:= $v = \{1, 2\}$ Out[3]= $\{1, 2\}$
MatrixForm [v]<Shift>+↵	In[4]:= MatrixForm [v] Out[4]//MatrixForm= $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$





การหาค่า $u + v$, $4u$, $u \cdot v$, $|u|$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
MatrixForm[u+v]<Shift>+↵	In[5]:= MatrixForm [u + v] Out[5]//MatrixForm= $\begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$
MatrixForm[4*u]<Shift>+↵	In[6]:= MatrixForm [4 * u] Out[6]//MatrixForm= $\begin{pmatrix} -12 \\ 16 \end{pmatrix}$
MatrixForm[u.v]<Shift>+↵	In[7]:= MatrixForm [u.v] Out[7]//MatrixForm= 5
การหาขนาดของเวกเตอร์ u Sqrt[u.u]<Shift>+↵	In[16]:= Sqrt [u.u] Out[16]= 5

2.6 การกำหนดข้อมูล

ตัวอย่างข้อมูลคือ $x = 2, 3, 5, 7, 8, 15$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<<Statistics`DescriptiveStatistics` <Shift>+↵	In[1]:= << Statistics`DescriptiveStatistics` หมายเหตุ คำสั่งเรียก Package หรือโปรแกรมประยุกต์ ทางด้านสถิติของ Mathematica ขึ้นมาใช้งาน
x={2,3,5,7,8,15}<Shift>+↵	In[2]:= x = {2, 3, 5, 7, 8, 15} Out[2]= {2, 3, 5, 7, 8, 15}
Mean[x]<Shift>+↵	In[3]:= Mean [x] Out[3]= $\frac{20}{3}$
Median[x]<Shift>+↵	In[4]:= Median [x] Out[4]= 6
Variance[x]<Shift>+↵	In[5]:= Variance [x] Out[5]= $\frac{328}{15}$
Length[x]<Shift>+↵	In[6]:= Length [x] Out[6]= 6
StandardDeviation[x]<Shift>+↵	In[7]:= StandardDeviation [x] Out[7]= $2\sqrt{\frac{82}{15}}$

คลิกสัญลักษณ์  จากแถบเครื่องมือ BasicInput	
x<Tab>	x 
1<Shift>+↵	In[11]:= x  Out[11]= 2

ใน Mathematica มีฟังก์ชันที่ช่วยคำนวณค่าทางด้านสถิติของข้อมูล เช่น

- Mean[x] = ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลใน x
- Median[x] = มัธยฐานของข้อมูลใน x
- Variance[x] = ความแปรปรวน(ตัวอย่าง) x
- Length[x] = จำนวนข้อมูลใน x
- StandardDeviation[x] = ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(ตัวอย่าง) x

2.7 การกำหนดข้อมูลในรูปแบบตัวแปร 2 มิติ

ตัวอย่างเช่นต้องการกำหนดข้อมูลเป็น

x	y
3	12
5	15
9	21
12	32

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<<Statistics`LinearRegression`<Shift>+↵	In[1]:= << Statistics`LinearRegression` หมายเหตุ คำสั่งเรียก Package ทางด้าน Linear Regression ของ Mathematica ขึ้นมาใช้งาน
data={3,12},{5,15},{9,21},{12,32}<Shift>+↵	In[2]:= data = {{3, 12}, {5, 15}, {9, 21}, {12, 32}} Out[2]= {{3, 12}, {5, 15}, {9, 21}, {12, 32}}
MatrixForm[data]<Shift>+↵	In[3]:= MatrixForm[data] Out[3]//MatrixForm= $\begin{pmatrix} 3 & 12 \\ 5 & 15 \\ 9 & 21 \\ 12 & 32 \end{pmatrix}$

การเขียนแผนภาพการกระจาย

ListPlot[data]

เป็นคำสั่งให้เขียนกราฟแผนภาพ

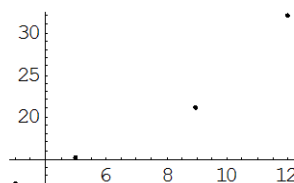
การกระจายของข้อมูล

ListPlot[data,

PlotStyl→{PointSize[0.025]}]

เป็นการเพิ่มขนาดของจุด

In[4]:= **ListPlot[data, PlotStyle→ {PointSize[0.025]}]**



Out[4]= - Graphics -

2.8 การคำนวณค่าเกี่ยวกับผลบวกในรูปแบบ \sum

ตัวอย่าง การหาค่าของ $\sum_{i=1}^{10} i, \sum_{i=1}^{10} i^2, \sum_{i=1}^{10} (i^2 - 4i - 5)$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
วิธีที่ 1. ใช้คำสั่ง Sum	
Sum[i,{i,1,10}]<Shift>+↵	In[1]:= Sum[i, {i, 1, 10}] Out[1]= 55
Sum[i^2,{i,1,10}]<Shift>+↵	In[2]:= Sum[i^2, {i, 1, 10}] Out[2]= 385
Sum[i^2-4*i-5,{i,1,10}]<Shift>+↵	In[3]:= Sum[i^2 - 4*i - 5, {i, 1, 10}] Out[3]= 115
วิธีที่ 2. ใช้สัญลักษณ์ผลบวก	
คลิกสัญลักษณ์ $\sum_{i=0}^a$ จากแถบเครื่องมือ BasicInput	$\sum_{i=0}^a$
i<Tab>	$\sum_{i=0}^a$
1<Tab>	$\sum_{i=1}^a$
10<Tab>	$\sum_{i=1}^{10}$
i<Shift>+↵ หมายเหตุ ถ้าต้องการหาค่า $\sum_{i=1}^{10} i^2$ ให้พิมพ์ i^2<Tab>	In[4]:= $\sum_{i=1}^{10} i$ Out[4]= 55

2.9 การคำนวณค่าปริพันธ์ $\int_a^b f(x)dx$

ตัวอย่างการหาค่าของ $\int_0^1 x^2 dx$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
วิธีที่ 1. ใช้คำสั่ง Integrate	
Integrate[x^2,{x,0,1}]<Shift>+↵	In[5]:= Integrate[x^2, {x, 0, 1}] Out[5]= $\frac{1}{3}$

วิธีที่ 2. คลิกสัญลักษณ์ \int จากแถบ เครื่องมือ BasicInput	\int
0<Tab>	\int_0
4<Tab>	\int_0^1
x^2<Tab>	$\int_0^1 x^2 dx$
x<Shift>+↵	In[7]:= $\int_0^1 x^2 dx$ Out[7]= $\frac{1}{3}$

2.10 การคำนวณค่าอนุพันธ์ $\frac{d}{dx}f(x)$ หรือ $\frac{d^n}{dx^n}f(x)$

ตัวอย่าง การคำนวณ $\frac{d}{dx}f(x)$ เมื่อ $f(x) = x^2$ ที่ $x = 1$ และ $\frac{d^2}{dx^2}f(x)$ เมื่อ $f(x) = x^4$ ที่ $x = 2$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
วิธีที่ 1. D[x^2,x]<Shift>+↵	In[1]:= D[x^2, x] Out[1]= 2 x หมายเหตุ D[f[x], x] เป็นคำสั่งคำนวณสูตร $f'(x)$
D[x^2,x]/.x->1<Shift>+↵	In[2]:= D[x^2, x] /. x -> 1 Out[2]= 2 หมายเหตุ D[f[x], x] /.x->a เป็นคำสั่งคำนวณค่า $f'(a)$
D[x^4,{x,2}]<Shift>+↵	In[3]:= D[x^4, {x, 2}] Out[3]= 12 x^2 หมายเหตุ D[f[x], {x, n}] เป็นคำสั่งหาสูตร $f^{(n)}(x)$
D[x^4,{x,2}]/.x->2<Shift>+↵	In[4]:= D[x^4, {x, 2}] /. x -> 2 Out[4]= 48 หมายเหตุ D[f[x], {x, n}] /.x->a คำสั่งหาค่า $f^{(n)}(a)$
วิธีที่ 2. คลิกสัญลักษณ์ ∂_x จากแถบ เครื่องมือ BasicInput	∂_x
x<Tab>	∂_x

x^2 <Shift>+↵	In[5]:= $\partial_x x^2$ Out[5]= 2 x
คลิกสัญลักษณ์ ∂_x แล้วพิมพ์ x <Tab> $x^2/.x->1$ <Shift>+↵	In[6]:= $\partial_x x^2 /. x \rightarrow 1$ Out[6]= 2

2.11 การกำหนดหน่วยให้กับผลการคำนวณ

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
การกำหนดหน่วยของมุม	
$\text{Sin}[90]$ <Shift>+↵	In[1]:= $\text{Sin}[90]$ // N Out[1]= 0.893997 หมายเหตุ ฟังก์ชันตรีโกณมิติ Sin, Cos, Tan, Sec, ... ถ้าไม่ระบุหน่วยจะคิดหน่วยเป็นเรเดียน
$\text{Sin}[90\text{Degree}]$ <Shift>+↵	In[2]:= $\text{Sin}[90 \text{ Degree}]$ // N Out[2]= 1. หมายเหตุ การกำหนดองศา ให้พิมพ์ Degree ท้ายตัวเลข
$\text{ArcSin}[1.]$ <Shift>+↵	In[3]:= $\text{ArcSin}[1.]$ Out[3]= 1.5708 หมายเหตุ ค่าของ ArcSin, ArcCos, ArcTan, ... ถ้าไม่ระบุหน่วยจะคิดหน่วยเป็นเรเดียน
$\text{ArcSin}[1.]/\text{Degree}$ <Shift>+↵	In[4]:= $\text{ArcSin}[1.] / \text{Degree}$ Out[4]= 90.
การกำหนดหน่วยแบบอื่น ๆ เช่น	Meter, Hour,
<<Miscellaneous`Units` <Shift>+↵	In[1]:= << Miscellaneous`Units` หมายเหตุ คำสั่งเรียก Package ทางด้านการกำหนด เกี่ยวกับหน่วยของ Mathematica ขึ้นมาใช้งาน
s:=10800Meter;t:=3Hour; v:=s/t<Shift>+↵	In[2]:= s := 10800 Meter; t := 3 Hour; v := s / t
v<Shift>+↵	In[3]:= v Out[3]= $\frac{3600 \text{ Meter}}{\text{Hour}}$
Convert[v,Centimeter/Second] <Shift>+↵	In[4]:= Convert[v, Centimeter / Second] Out[4]= $\frac{100 \text{ Centimeter}}{\text{Second}}$ หมายเหตุ Convert[x, หน่วย] กำหนดการแสดงผลหน่วย ของ x ตามที่ต้องการ

2.12 การคำนวณในรูปแบบของเลขฐานอื่น ๆ

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
BaseForm[9,2]<Shift>+↵	In[1]:= BaseForm[9, 2] Out[1]//BaseForm= 1001 ₂
8^2+8^17<Shift>+↵	In[2]:= 8^^12+ 8^^17 Out[2]= 25 หมายเหตุ 12 ฐาน 8 บวก 17 ฐาน 8 ได้ 25 ฐาน 10
16^2*16^10<Shift>+↵	In[3]:= 16^^2* 16^^10 Out[3]= 32 หมายเหตุ 2 ฐาน 16 คูณ 11 ฐาน 16 ได้ 32 ฐาน 10

หมายเหตุ BaseForm[x, b] คือการแสดงผลของ x ในรูปแบบตัวเลขฐาน b และ b^^x คือจำนวน x ฐาน b

2.13 การหาผลบวกในรูปแบบ $\sum_{i=1}^n x_i, \sum_{i=1}^n y_i, \sum_{i=1}^n x_i^2, \dots$

ตัวอย่างข้อมูลเช่น

x	y
2	12
3	15
6	14
9	19

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
x:={2,3,6,9}<Shift>+↵	In[1]:= x := {2, 3, 6, 9}
y:={12,15,14,19}<Shift>+↵	In[2]:= y := {12, 15, 14, 19}
{x[[1]],y[[1]]}<Shift>+↵ หมายเหตุ x[[i]] คือ x _i	In[3]:= {x[[1]], y[[1]]} Out[3]= {2, 12}
Sum[x[[i]],{i,1,4}]<Shift>+↵	In[4]:= Sum[x[[i]], {i, 1, 4}] Out[4]= 20 หมายเหตุ Sum[F[i],{i,a,b}] = $\sum_{i=a}^b F(i)$
Sum[x[[i]]^2,{i,1,4}]<Shift>+↵	In[5]:= Sum[x[[i]]^2, {i, 1, 4}] Out[5]= 130
Sum[x[[i]]*y[[i]],{i,1,4}]<Shift>+↵	In[6]:= Sum[x[[i]] * y[[i]], {i, 1, 4}] Out[6]= 324

การใช้ $\sum_{i=0}^n$ และ $■[[i]]$	
คลิกสัญลักษณ์ $\sum_{i=0}^n$ จากแถบเครื่องมือ BasicInput	$\sum_{i=0}^n$
i<Tab>1<Tab>4<Tab>	$\sum_{i=1}^4$
คลิกสัญลักษณ์ $■[[i]]$ จากแถบเครื่องมือ BasicInput	$\sum_{i=1}^4 ■[[i]]$
x<Tab>	$\sum_{i=1}^4 x[[i]]$
i<Shift>+↵	$\text{In}[7]:= \sum_{i=1}^4 x[[i]]$ $\text{Out}[7]= 20$

ในทำนองเดียวกันจะได้

$\text{In}[8]:= \sum_{i=1}^4 x[[i]]^2$	$\text{In}[9]:= \sum_{i=1}^4 x[[i]] * y[[i]]$	$\text{In}[10]:= \sum_{i=1}^4 y[[i]]$	$\text{In}[11]:= \sum_{i=1}^4 y[[i]]^2$
Out[8]= 130	Out[9]= 324	Out[10]= 60	Out[11]= 926

2.14 การสร้างตารางฟังก์ชัน

ตัวอย่างเช่นการสร้างตาราง

Table[{x, f(x)}, {x, a, b, d}]

เป็นการทำตารางของอันดับ {x, f(x)}, x เปลี่ยนค่าจาก a ถึง b

โดยมีค่าเพิ่มขึ้นครั้งละ d

TableForm[...] เป็นการสั่งให้แสดงผลแบบแนวตั้ง

x	f(x) = 2x + 4
1	6
2	8
3	10
4	12

พิมพ์	ผลบนจอภาพ								
Table[{x,2*x+4}, {x,1,4,1}]<Shift>+↵	$\text{In}[1]:= \text{Table}[\{x, 2*x + 4\}, \{x, 1, 4, 1\}]$ $\text{Out}[1]= \{\{1, 6\}, \{2, 8\}, \{3, 10\}, \{4, 12\}\}$								
TableForm[Table[{x,2*x+4}, {x,1,4,1}]] <Shift>+↵	$\text{In}[2]:= \text{TableForm}[\text{Table}[\{x, 2*x + 4\}, \{x, 1, 4, 1\}]]$ $\text{Out}[2]//\text{TableForm}=$ <table style="margin-left: 40px;"> <tr><td>1</td><td>6</td></tr> <tr><td>2</td><td>8</td></tr> <tr><td>3</td><td>10</td></tr> <tr><td>4</td><td>12</td></tr> </table>	1	6	2	8	3	10	4	12
1	6								
2	8								
3	10								
4	12								

หมายเหตุ ในกรณีที่ค่า x เพิ่มไม่เท่ากันเช่น x = 2, 5, 7, 12 สามารถคำนวณในรูปแบบตารางได้ดังนี้

```
In[6]:= x := {2, 5, 7, 12}
In[7]:= f[x_] := 2*x+4
In[8]:= Table[{x[[i]], f[x[[i]]}], {i, 1, 4}]
Out[8]= {{2, 8}, {5, 14}, {7, 18}, {12, 28}}
In[9]:= TableForm[Table[{x[[i]], f[x[[i]]}], {i, 1, 4}]]
Out[9]//TableForm=
      2      8
      5     14
      7     18
     12     28
```

2.15 การคำนวณค่าเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน

ตัวอย่าง z = 3 + 4i, w = 5 - 9i จะได้ z + w = 8 - 5i, |z| = 5, $\bar{z} = 3 - 4i$, $z^{-1} = \frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
z:=3+4<Esc>ii<Esc><Shift>+↵	In[1]:= z := 3 + 4i หมายเหตุ กด <Esc>ii<Esc> จะได้สัญลักษณ์ i = $\sqrt{-1}$
w:=5-9<Esc>ii<Esc><Shift>+↵	In[2]:= w := 5 - 9i
z+w<Shift>+↵	In[3]:= z + w Out[3]= 8 - 5i
Abs[z]<Shift>+↵	In[4]:= Abs[z] Out[4]= 5
Conjugate[z]<Shift>+↵	In[5]:= Conjugate[z] Out[5]= 3 - 4i
z^-1<Shift>+↵	In[6]:= z^-1 Out[6]= $\frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$

2.16 การหารากของสมการ f(x) = 0

ตัวอย่าง การหารากของสมการ $x^2 - 2 = 0$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
FindRoot[x^2-2==0,{x,1}]<Shift>+↵	In[1]:= FindRoot[x^2 - 2 == 0, {x, 1}] Out[1]= {x → 1.41421}

FindRoot[x^2-2==0,{x,-1}] <Shift>+↵	In[2]:= FindRoot[x^2 - 2 == 0, {x, -1}] Out[2]= {x → -1.41421}
Solve[x^2-2==0,x]<Shift>+↵	In[1]:= Solve[x^2 - 2 == 0, x] Out[1]= {{x → -√2}, {x → √2}}
Solve[x^2-2==0,x]/N <Shift>+↵	In[2]:= Solve[x^2 - 2 == 0, x] // N Out[2]= {{x → -1.41421}, {x → 1.41421}}

หมายเหตุ FindRoot[f[x] == 0, {x, x₀}] เป็นคำสั่งที่ใช้หาค่ารากของสมการ f(x) = 0 โดยวิธีของนิวตัน โดยมีจุดเริ่มต้นของการประมาณค่าเป็น x₀

Solve[f[x] == 0, x] เป็นคำสั่งที่ใช้หาค่ารากของสมการ f(x) = 0

2.17 การหาผลเฉลยของระบบสมการ

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการ $2x + 3y = 8$
 $x + y = 3$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
FindRoot[{2*x+3*y==8, x+y==3},{x,0},{y,0}] <Shift>+↵	In[1]:= FindRoot[{2 * x + 3 * y == 8, x + y == 3}, {x, 0}, {y, 0}] Out[1]= {x → 1., y → 2.}
FindRoot[{x^2+y^2==25, 3*x+4*y==0},{x,0},{y,0}] <Shift>+↵	In[2]:= FindRoot[{x^2 + y^2 == 25, 3 * x + 4 * y == 0}, {x, 1}, {y, 1}] Out[2]= {x → 4., y → -3.}

หมายเหตุ FindRoot[{equation1,equation2, ... , {x, x₀}, {y, y₀},] เป็นคำสั่งที่ใช้หาผลเฉลยของระบบสมการ โดยวิธีของนิวตัน โดยมีจุดเริ่มต้นของการประมาณค่าของ x, y เป็น x₀, y₀, ...

ตัวอย่างการหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้นเช่น

การหาจุดตัดของวงกลม $x^2 + y^2 = 25$ และเส้นตรง $3x + 4y = 0$

In[2]:= FindRoot[{x^2 + y^2 == 25, 3 * x + 4 * y == 0}, {x, 1}, {y, 1}]

Out[2]= {x → 4., y → -3.}

2.18 การคำนวณค่า ${}^n C_r$ และ $nPr = {}^n P_r$

สูตร ${}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ สามารถกำหนดเป็นสูตรในโปรแกรม Mathematica ได้ดังนี้

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
nCr[n_,r_]:=n!/(r!*(n-r!) <Shift>+↵	In[1]:= nCr[n_, r_] := n! / (r! * (n - r) !)

nCr[5,1]<Shift>+↵	In[2]:= nCr[5, 1] Out[2]= 5
nCr[5,2]<Shift>+↵	In[3]:= nCr[5, 2] Out[3]= 10
nPr[n_,r_]:=n!/(n-r)! <Shift>+↵	In[4]:= nPr[n_, r_] := n! / (n - r) !
nPr[5,1]<Shift>+↵	In[5]:= nPr[5, 1] Out[5]= 5
nPr[5,2]<Shift>+↵	In[6]:= nPr[5, 2] Out[6]= 20

2.19 การคำนวณที่ให้ผลลัพธ์เป็นสูตร

โปรแกรม Mathematica สามารถคำนวณและแสดงผลออกมาในรูปแบบของสูตรได้เช่น

การกระจายพหุนาม $(x - 1)(x + 2)$ กระจายได้เป็น $x^2 + x - 2$

การแยกตัวประกอบ $x^4 - 2x^2 - 3x - 2$ แยกตัวประกอบได้เป็น $(x - 2)(x + 1)(x^2 + x + 1)$

การแสดงผลเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{12} + \frac{11}{15}}$ จัดรูปเป็น $\frac{15}{23}$

การหาอนุพันธ์เป็นสูตร $\frac{d}{dx} x^2$ ผลการหาอนุพันธ์คือ $2x$

การหาปริพันธ์เป็นสูตร $\int (4x + 7)dx$ ผลการคำนวณเป็นสูตรคือ $2x^2 + 7x$

สามารถหาค่าลิมิตเป็นสูตรได้ ตัวอย่างเช่น $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + kx)$ หาค่าลิมิตได้เป็น $k + 1$

ตัวอย่าง การกระจายสูตรพหุนาม $(x - 1)(x + 2)$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
Expand[(x-1)*(x+2)] <Shift>+↵	In[1]:= Expand[(x - 1) * (x + 2)] Out[1]= -2 + x + x ²

หมายเหตุ คำสั่ง Expand[...] ใช้กระจายสูตรพหุนาม หรือฟังก์ชันต่าง ๆ

ตัวอย่าง การแยกตัวประกอบ $x^4 - 2x^2 - 3x - 2$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
Factor[x^4-2*x^2-3*x-2] <Shift>+↵	In[2]:= Factor[x^4 - 2*x^2 - 3*x - 2] Out[2]= (-2 + x) (1 + x) (1 + x + x ²)

หมายเหตุ คำสั่ง Factor[...] ใช้แยกตัวประกอบพหุนาม หรือฟังก์ชันต่าง ๆ

ตัวอย่าง การแสดงผลเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ $\frac{3}{\frac{5}{12} + \frac{11}{15}}$ จัดรูปเป็น $\frac{15}{23}$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
Simplify[(3/4)/((5/12)+(11/15))]<Shift>+↵	In[3]:= Simplify[(3/4)/((5/12)+(11/15))] Out[3]= $\frac{15}{23}$

หมายเหตุ คำสั่ง Simplify[...] ใช้ในการจัดรูปทางพีชคณิตเช่น ทำเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

ตัวอย่าง การหาอนุพันธ์ $\frac{d}{dx} x^2$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
D[x^2]<Shift>+↵	In[4]:= D[x^2] Out[4]= x^2
D[x^2,{x,2}]<Shift>+↵	In[5]:= D[x^2, {x, 2}] Out[5]= 2

หมายเหตุ คำสั่ง D[f(x)] ใช้หาอนุพันธ์อันดับที่ 1

คำสั่ง D[f(x), {x, k}] ใช้หาอนุพันธ์อันดับที่ k เทียบกับตัวแปร x

ตัวอย่าง การหาปริพันธ์เป็นสูตร $\int (4x + 7)dx$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
Integrate[4*x+7,x]<Shift>+↵	In[6]:= Integrate[4*x+7, x] Out[6]= $7x + 2x^2$

หมายเหตุ คำสั่ง Integrate[f(x), x] ใช้หาสูตรอินทิเกรตของ f(x)

ตัวอย่าง การหาค่าลิมิต $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + kx)$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
Limit[x^2+k*x,x->1] <Shift>+↵	In[7]:= Limit[x^2+k*x, x->1] Out[7]= 1+k เมื่อ กต -> บนจอภาพจะเป็นลูกศร →

ตัวอย่างการคำนวณ

In[8]:= {D[Sin[x], {x, 1}], D[Sin[x], {x, 2}], D[Sin[x], {x, 3}]}

Out[8]= {Cos[x], -Sin[x], -Cos[x]}

In[9]:= {Integrate[Exp[x], x], Integrate[Log[x], x], Integrate[Sin[x], x]}

Out[9]= {e^x, -x + x Log[x], -Cos[x]}

2.20 การหาสูตรเทย์เลอร์ของฟังก์ชัน

ตัวอย่างการหาอนุกรมเทย์เลอร์ของ $\sin(x)$ และ $\ln(x)$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
Series[Sin[x],{x,0,5}] <Shift>+↵	In[1]:= Series[Sin[x], {x, 0, 5}] Out[1]= $x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + O[x]^6$
Series[Sin[x],{x,0,8}] <Shift>+↵	In[2]:= Series[Sin[x], {x, 0, 8}] Out[2]= $x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \frac{x^7}{5040} + O[x]^9$
Series[Log[x],{x,1,3}] <Shift>+↵	In[3]:= Series[Log[x], {x, 1, 3}] Out[3]= $(x - 1) - \frac{1}{2} (x - 1)^2 + \frac{1}{3} (x - 1)^3 + O[x - 1]^4$

หมายเหตุ คำสั่ง Series[f(x), {x, a, k}] ใช้หาพหุนามเทย์เลอร์ดีกรีไม่เกิน k ของ f(x) รอบจุด x = a

2.21 การหาผลการแปลงลาปลาซและผลการแปลงลาปลาซผกผัน

ตัวอย่างเช่น $L\{\sin(x)\} = \frac{1}{s^2+1}$ และ $L^{-1}\{\frac{1}{s^2+1}\} = \sin(x)$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
LaplaceTransform[Sin[x], x,s]<Shift>+↵	In[1]:= LaplaceTransform[Sin[x], x, s] Out[1]= $\frac{1}{1 + s^2}$
InverseLaplaceTransform[1/(s^2+1),s,x]<Shift>+ ↵	In[2]:= InverseLaplaceTransform[1/(s^2+1), s, x] Out[2]= Sin[x]

หมายเหตุ คำสั่ง LaplaceTransform[f[x], x, s] ให้ผลเป็นสูตร F(s) ที่เป็นผลการแปลงลาปลาซของ f(x)

คำสั่ง InverseLaplaceTransform[F[s], s, x] ให้ผลเป็นสูตร f(x) ที่เป็นผลการแปลงลาปลาซผกผันของ F(s)

2.22 การแยกเศษส่วนย่อย

ตัวอย่างเช่น การแยกเศษส่วน $\frac{1}{x(x+1)}$ ออกเป็น $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
Apart[1/(x*(x+1))]<Shift>+↵	In[3]:= Apart[1/(x*(x+1))] Out[3]= $\frac{1}{x} - \frac{1}{1 + x}$

หมายเหตุ คำสั่ง Apart[f[x]] จะทำการกระจายสูตรของ f(x) เมื่อ f(x) เป็นเศษส่วนของพหุนาม ออกเป็นผลบวกของเศษส่วนย่อย

ตัวอย่างอื่น ๆ เช่น $\frac{x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x + 12}{(1+x)(1+x^2)}$ แยกได้เป็น $-2 + x + \frac{10}{1+x} + \frac{4-7x}{1+x^2}$

```
In[4]:= Apart[(x^4 - x^3 + 2 x^2 - 4 x + 12) / ((x + 1) * (x^2 + 1))]
```

```
Out[4]= -2 + x +  $\frac{10}{1+x}$  +  $\frac{4-7x}{1+x^2}$ 
```

หมายเหตุ คำสั่ง Together[f[x]] จะทำการจัดรูปผลบวกของพหุนามและเศษส่วนของพหุนาม ให้ออกมาเป็นรูปแบบ เศษส่วนของพหุนาม $\frac{p(x)}{q(x)}$ ตัวอย่างเช่น

```
In[5]:= Together[-2 + x +  $\frac{10}{1+x}$  +  $\frac{4-7x}{1+x^2}$ ]
```

```
Out[5]=  $\frac{12 - 4x + 2x^2 - x^3 + x^4}{(1+x)(1+x^2)}$ 
```

2.23 การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ และ ระบบสมการเชิงอนุพันธ์

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยสมการเชิงอนุพันธ์ $y' = x^2$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
DSolve[y'[x]==x^2,y[x],x] <Shift>+↵	In[1]:= DSolve[y' [x] == x^2, y[x] , x] Out[1]= {{y[x] → $\frac{x^3}{3} + C[1]$ }}

ผลเฉลยคือ $y = \frac{x^3}{3} + c_1$

หมายเหตุ คำสั่ง DSolve[สมการเชิงอนุพันธ์, y[x] ตัวแปรตาม, x ตัวแปรอิสระ]

$y'[x]$ คือ $\frac{dy}{dx}$, $y''[x]$ คือ $\frac{d^2y}{dx^2}$, ...

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยสมการเชิงอนุพันธ์สามัญเชิงเส้นเอกพันธ์ $y'' + y = 0$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
DSolve[y''[x]+y[x]==0,y[x],x] <Shift>+↵	In[2]:= DSolve[y' '[x] + y[x] == 0, y[x] , x] Out[2]= {{y[x] → C[2] Cos[x] - C[1] Sin[x]}}

ผลเฉลยคือ $y = c_2 \cos(x) - c_1 \sin(x)$

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยสมการเชิงอนุพันธ์สามัญเชิงเส้นไม่เอกพันธ์ $y'' + y = x^2$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
DSolve[y''[x]+y[x]==x^2 ,y[x],x]<Shift>+↵	In[3]:= DSolve[y' '[x] + y[x] == x^2, y[x] , x] Out[3]= {{y[x] → -2 + x^2 + C[2] Cos[x] - C[1] Sin[x]}}

ผลเฉลยคือ $y = -2 + x^2 + c_2 \cos(x) - c_1 \sin(x)$

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยสมการเชิงอนุพันธ์ $y'' + y = x^2$ และ $y'(0) = -1, y(0) = 2$

พิมพ์	DSolve[{y''[x]+y[x]==x^2,y'[0]==-1,y[0]==2},y[x],x]<Shift>+↵
ผลบนจอภาพ	<p>In[4]:= DSolve[{y'[x] + y[x] == x^2, y'[0] == -1, y[0] == 2}, y[x], x]</p> <p>Out[4]= {{y[x] → -2 + x² + 4 Cos[x] - Sin[x]}}</p>

ผลเฉลยคือ $y = -2 + x^2 + 4\cos(x) - \sin(x)$

หมายเหตุ คำสั่ง DSolve[{สมการเชิงอนุพันธ์, เงื่อนไข 1, เงื่อนไข 1, }, y[x], x] ใช้หาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ที่มีเงื่อนไขเริ่มต้น

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยระบบสมการเชิงอนุพันธ์ $x' = x - y + 2$
 $y' = -x + y - 5$

พิมพ์	DSolve[{x'[t]==x[t]-y[t]+2,y'[t]==-x[t]+y[t]-5},{x[t],y[t]},t]<Shift>+↵
ผลบนจอภาพ	<p>In[5]:= DSolve[{x'[t] == x[t] - y[t] + 2, y'[t] == -x[t] + y[t] - 5}, {x[t], y[t]}, t]</p> <p>Out[5]= {{x[t] → $\frac{1}{4}(-7 - 6t + 2C[1] + 2e^{2t}C[1] + 2C[2] - 2e^{2t}C[2])$, y[t] → $\frac{1}{4}(7 - 6t + 2C[1] - 2e^{2t}C[1] + 2C[2] + 2e^{2t}C[2])$}}</p>

หมายเหตุ คำสั่ง DSolve[{สมการเชิงอนุพันธ์ 1, สมการเชิงอนุพันธ์ 2, }, x[t], y[x], t] ใช้หาผลเฉลยของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่มี x, y เป็นตัวแปรตาม และ t เป็นตัวแปรอิสระ

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยระบบสมการเชิงอนุพันธ์ $x' = x - y + 2$
 $y' = -x + y - 5$
 $x(0) = 1, y(0) = -1$

พิมพ์	DSolve[{x'[t]==x[t]-y[t]+2,y'[t]==-x[t]+y[t]-5,x[0]==1,y[0]==-1},{x[t],y[t]},t]<Shift>+↵
ผลบนจอภาพ	<p>In[6]:= DSolve[{x'[t] == x[t] - y[t] + 2, y'[t] == -x[t] + y[t] - 5, x[0] == 1, y[0] == -1}, {x[t], y[t]}, t]</p> <p>Out[6]= {{x[t] → $\frac{1}{4}(-7 + 11e^{2t} - 6t)$, y[t] → $\frac{1}{4}(7 - 11e^{2t} - 6t)$}}</p>

2.24 ฟังก์ชันเกี่ยวกับจำนวนเต็มเช่น หรม. ครน. การแยกตัวประกอบจำนวนเต็ม

การหาตัวประกอบของจำนวนเต็ม

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
FactorInteger[100]<Shift>+↵	In[1]:= FactorInteger[100] Out[1]= {{2, 2}, {5, 2}}
FactorInteger[10!]<Shift>+↵	In[2]:= FactorInteger[10!] Out[2]= {{2, 8}, {3, 4}, {5, 2}, {7, 1}}

หมายเหตุ คำสั่ง FactorInteger[x] จำนวนตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะของจำนวนเต็ม x

ตัวอย่างจากผลการคำนวณเช่น $100 = 2^2 5^2$ และ $10! = 2^8 3^4 5^2 7^1$

การหา หรม.

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
GCD[40,32]<Shift>+↵	In[3]:= GCD[40, 32] Out[3]= 8
GCD[40,32,64,96]<Shift>+↵	In[4]:= GCD[40, 32, 64, 96] Out[4]= 8

หมายเหตุ คำสั่ง GCD[a, b, c, ...] ใช้ในการหา หรม. ของ a, b, c, ...

การหา ครน.

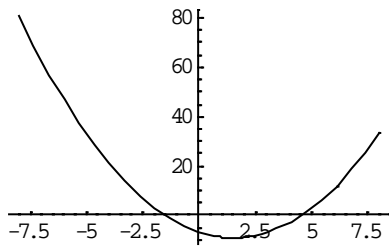
พิมพ์	ผลบนจอภาพ
LCM[40,32]<Shift>+↵	In[5]:= LCM[40, 32] Out[5]= 160
LCM[40,32,64,96]<Shift>+↵	In[6]:= LCM[40, 32, 64, 96] Out[6]= 960

หมายเหตุ คำสั่ง LCM[a, b, c, ...] ใช้ในการหา ครน. ของ a, b, c, ...

บทที่ 3.
การเขียนกราฟด้วย Mathematica

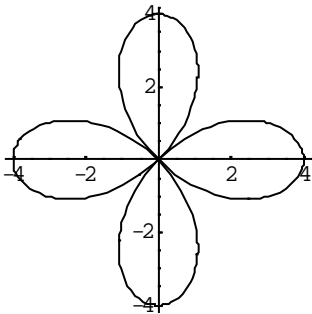
โปรแกรม Mathematica มีความสามารถในการเขียนกราฟที่ใช้งานในคณิตศาสตร์ระดับนักเรียน และกราฟสำหรับเนื้อหาคณิตศาสตร์ระดับอุดมศึกษา ได้หลายแบบ เช่น กราฟในระบบพิกัดมุมฉาก กราฟ 2 มิติ กราฟ 3 มิติ กราฟเชิงขั้ว ในบทนี้จะศึกษาการใช้คำสั่งเพื่อเขียนกราฟรูปแบบต่างๆ เพื่อให้ได้รูปของกราฟที่ทั้งความเหมาะสม และ ความสวยงาม

ตัวอย่างของกราฟบางรูปแบบที่โปรแกรมสำเร็จรูป Mathematica ทำได้เช่น



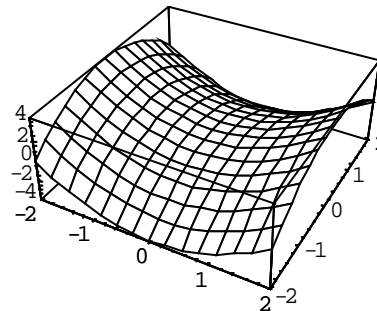
กราฟในพิกัดมุมฉาก 2 มิติ

$$f(x) = x^2 - 3x - 7$$



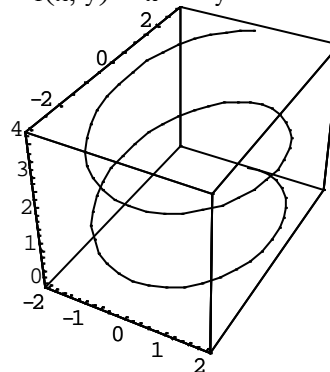
กราฟในพิกัดเชิงขั้ว

$$r = 4\cos(2t)$$



กราฟพื้นผิว 3 มิติ

$$f(x, y) = x^2 - y^2$$

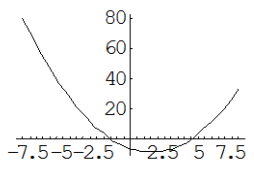


กราฟเส้นโค้งใน 3 มิติ

$$r(t) = (2\sin t, 3\cos t, \frac{t}{\pi})$$

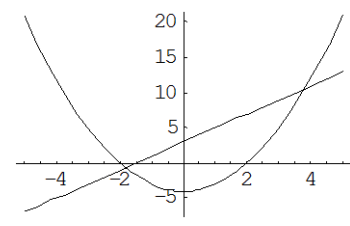
3.1 การเขียนกราฟในระบบพิกัดมุมฉาก 2 มิติ

ตัวอย่าง การเขียนกราฟ $y = x^2 - 3x - 7$

พิมพ์	<code>Plot[x^2-3*x-7, {x, -8, 8}]<Shift>+↵</code>
ผลบนจอภาพ	<p><code>In[1]:= Plot[x^2 - 3*x - 7, {x, -8, 8}]</code></p>  <p><code>Out[1]= - Graphics -</code></p>

หมายเหตุ `Plot[f[x], {x, a, b}]` เป็นคำสั่ง plot กราฟ $y = f(x)$ บนช่วง $[a, b]$

ตัวอย่าง การเขียนกราฟ $y = x^2 - 3x - 7$ และ $y = x^2$

พิมพ์	<code>Plot[{2*x+3, x^2-4}, {x, -5, 5}]<Shift>+↵</code>
ผลบนจอภาพ	<p><code>In[14]:= Plot[{2*x + 3, x^2 - 4}, {x, -5, 5}]</code></p>  <p><code>Out[14]= - Graphics -</code></p>

หมายเหตุ `Plot[{f[x], g[x], ...}, {x, a, b}]` เป็นคำสั่ง plot กราฟ $y = f(x)$ และ $y = g(x)$ บนช่วง $[a, b]$

3.2 การเขียนกราฟของแผนภาพการกระจายของข้อมูล

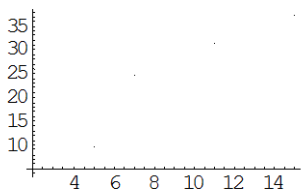
ตัวอย่างของข้อมูลเช่น

x	y
2	4
5	10
7	25
11	32
15	38

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code><<Graphics`Graphics`↵</code>	<p><code>In[1]:= << Graphics`Graphics`</code> เป็นคำสั่งเรียก package Graphics ขึ้นมาทำงาน</p>

พิมพ์	<code>ListPlot[{{2,4},{5,10},{7,25},{11,32},{15,38}}]<Shift>+↵</code>
ผลบนจอภาพ	

```
In[1]:= << Graphics`Graphics`
In[2]:= ListPlot[{{2, 4}, {5, 10}, {7, 25}, {11, 32}, {15, 38}}]
Out[2]= - Graphics -
```

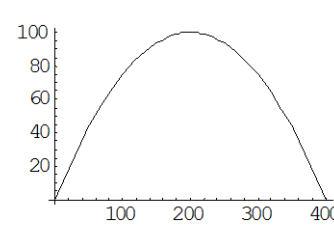


หมายเหตุ ListPlot[{y₁, y₂, ...}] ใช้เขียนกราฟคู่ลำดับ (i, y_i), i = 1, 2, 3, ... , n

ListPlot[{{x₁, y₁}, {x₂, y₂}, ...}] ใช้เขียนกราฟคู่ลำดับ (x_i, y_i), i = 1, 2, 3, ... , n

3.3 การเขียนกราฟของสมการพาราเมตริก 2 มิติ

ตัวอย่าง การเขียนกราฟของสมการ $x(t) = 80t$ และ $y(t) = -16t^2 + 80t$ บนช่วง $0 < t < 5$

พิมพ์	ParametricPlot[{80*t, -16*t^2+80*t}, {t,0,5}]<Shift>+↵
ผลบนจอภาพ	
In[10]:= ParametricPlot[{80 * t, -16 * t^2 + 80 * t}, {t, 0, 5}]	
	
Out[10]= - Graphics -	

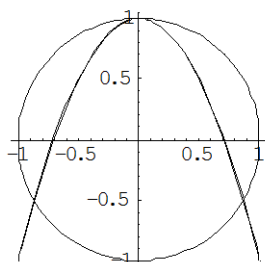
หมายเหตุ ParametricPlot[{x(t), y(t)}, {t, a, b}] เป็นคำสั่ง plot กราฟของ $r(t) = (x(t), y(t))$ บนช่วงเวลา t ตั้งแต่ a ถึง b

ParametricPlot[{{x(t), y(t)}, {f(t), g(t)}, ...}, {t, a, b}]

เป็นคำสั่ง plot กราฟของ (x(t), y(t)), (f(t), g(t)), .. บนช่วงเวลา t ตั้งแต่ a ถึง b

ตัวอย่างการเขียนกราฟพาราเมตริก 2 เส้น

```
In[18]:= ParametricPlot[{{Sin[t], Cos[t]}, {Sin[t], Cos[2 * t]}}, {t, 0, 2 * Pi},
    AspectRatio -> Automatic]
```

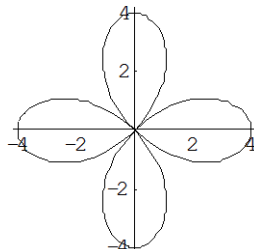


Out[18]= - Graphics -

3.4 การเขียนกราฟในระบบพิกัดพิกัดเชิงขั้ว

ตัวอย่างการเขียนกราฟ $r = 4\cos(2t)$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<<Graphics`Graphics`↵	In[1]:= << Graphics`Graphics` เป็นคำสั่งเรียก package Graphics ขึ้นมาทำงาน

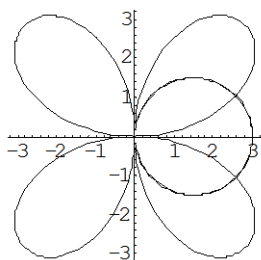
พิมพ์	ผลบนจอภาพ
PolarPlot[4*Cos[2*t],{t,0,2*Pi}]<Shift>+↵	<p>ผลบนจอภาพ</p> <p>In[7]:= PolarPlot[4 * Cos[2 * t] , {t, 0, 2 * Pi}]</p>  <p>Out[7]= - Graphics -</p>

หมายเหตุ PolarPlot[r(t), {t, a, b}] เขียนกราฟเชิงขั้ว r(t) บนช่วง [a, b]

PolarPlot3D[{r₁(t), r₂(t), ... }, {t, a, b}] เขียนกราฟเชิงขั้ว r₁(t), r₂(t), ... บนช่วง [a, b]

ตัวอย่างเช่น

In[14]:= PolarPlot[{3 * Cos[t] , 4 * Sin[2 * t] } , {t, 0, 2 * Pi}]



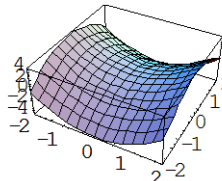
Out[14]= - Graphics -

3.5 การเขียนกราฟในระบบพิกัดมุมฉาก 3 มิติ

3.5.1 กราฟพื้นผิว 3 มิติ

ตัวอย่างการเขียนกราฟพื้นผิว $z = x^2 - y^2$ บนช่วง $[-2, 2] \times [-2, 2]$

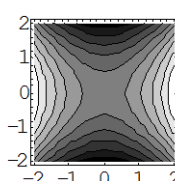
พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<<Graphics`Graphics`↵	In[1]:= << Graphics`Graphics` เป็นคำสั่งเรียก package Graphics ขึ้นมาทำงาน

พิมพ์	<code>Plot3D[x^2-y^2,{x,-2,2},{y,-2,2}]<Shift>+↵</code>
ผลบนจอภาพ	<p><code>In[2]:= Plot3D[x^2 - y^2, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}]</code></p>  <p><code>Out[2]= - SurfaceGraphics -</code></p>

หมายเหตุ `Plot3D[{f(x, y), {x, a, b}, {y, c, d}]` เขียนกราฟพื้นผิว $z = f(x, y)$ บนช่วง $[a, b] \times [c, d]$

3.5.2 การเขียนกราฟแบบ contour

ตัวอย่าง การเขียนกราฟแบบ contour ของพื้นผิว $z = x^2 - y^2$ บนช่วง $[-2, 2] \times [-2, 2]$

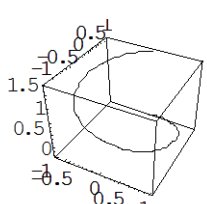
พิมพ์	<code>ContourPlot[x^2-y^2,{x,-2,2},{y,-2,2}]<Shift>+↵</code>
ผลบนจอภาพ	<p><code>In[3]:= ContourPlot[x^2 - y^2, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}]</code></p>  <p><code>Out[3]= - ContourGraphics -</code></p>

หมายเหตุ `ContourPlot[{f(x, y), {x, a, b}, {y, c, d}]`

เป็นคำสั่งเขียนกราฟแบบ contour ของพื้นผิว $z = f(x, y)$ บนช่วง $[a, b] \times [c, d]$

3.5.3 การเขียนกราฟของสมการพารามетริก 3 มิติ $r(t) = (x(t), y(t), z(t))$

ตัวอย่าง การเขียนกราฟของสมการ $x(t) = \sin(t)$, $y(t) = \cos(t)$ และ $z(t) = \frac{t}{4}$ บนช่วง $0 < t < 2\pi$

พิมพ์	<code>ParametricPlot3D[{Sin[t],Cos[t],t/4},{t,0,2*Pi}]<Shift>+↵</code>
ผลบนจอภาพ	<p><code>In[5]:= ParametricPlot3D[{Sin[t], Cos[t], t/4}, {t, 0, 2*Pi}]</code></p>  <p><code>Out[5]= - Graphics3D -</code></p>

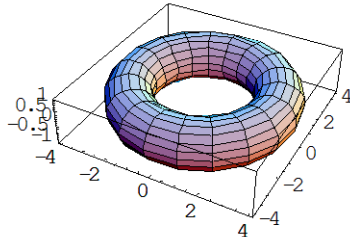
หมายเหตุ `ParametricPlot3D[{x(t), y(t), z(t)}, {t, a, b}]`

เป็นคำสั่ง plot กราฟของ $r(t) = (x(t), y(t), z(t))$ บนช่วงเวลา t ตั้งแต่ a ถึง b

3.5.4 การเขียนกราฟของสมการพาราเมตริก 3 มิติ แบบ 2 ตัวแปร

ตัวอย่าง การเขียนกราฟของสมการ

$x(t, u) = \cos t(3 + \cos u)$, $y(t, u) = \sin t(3 + \cos u)$, $z(t, u) = \sin u$ บนช่วง $0 < t < 2\pi$ และ $0 < u < 2\pi$

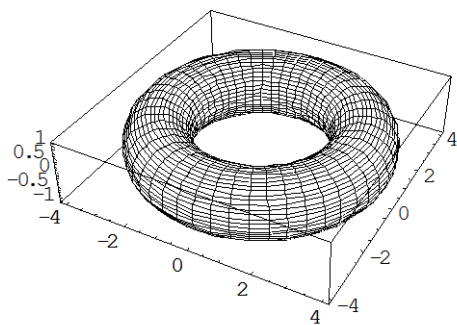
พิมพ์	<code>ParametricPlot3D[{Cos[t]*(3+Cos[u]),Sin[t]*(3+Cos[u]),Sin[u]},{t,0,2*Pi}, {u,0,2*Pi}]<Shift>+↵</code>
ผลบนจอภาพ	<p><code>In[8]:= ParametricPlot3D</code></p> <pre>[{Cos[t] * (3 + Cos[u]), Sin[t] * (3 + Cos[u]), Sin[u]}, {t, 0, 2 * Pi}, {u, 0, 2 * Pi}]</pre>  <p><code>Out[8]= - Graphics3D -</code></p>

หมายเหตุ `ParametricPlot3D[{x(t, u), y(t, u), z(t, u)}, {t, a, b}, {u, c, d}]`

เป็นคำสั่งเขียนกราฟของพื้นผิว $(x(t, u), y(t, u), z(t, u))$ บนช่วง $[a, b] \times [c, d]$

ตัวอย่างของการเขียนกราฟที่มีการกำหนดรูปแบบต่าง ๆ เพื่อให้ได้รูปกราฟที่เหมาะสมและสวยงามมากขึ้น

```
In[30]:= ParametricPlot3D
[ {Cos[t] * (3 + Cos[u]), Sin[t] * (3 + Cos[u]), Sin[u]},
 {t, 0, 2 * Pi}, {u, 0, 2 * Pi},
 Shading -> False,
 PlotPoints -> 50]
```



`Out[30]= - Graphics3D -`

3.6 การเขียนกราฟของฟังก์ชันที่นิยามสูตรต่างกันในแต่ละช่วง

ตัวอย่าง การเขียนกราฟ $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & , x < 1 \\ 2-x & , x \geq 1 \end{cases}$

ขั้นที่ 1. กำหนดสูตร $f(x)$

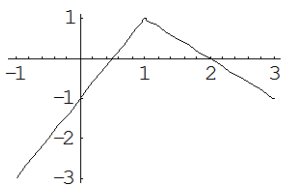
พิมพ์	<code>f[x_]:=2*x-1;/x<1↵</code> <code>f[x_]:=2-x;/x>=1<Shift>+↵</code>
ผลบนจอภาพ	<code>In[1]:= f[x_] := 2*x - 1 / ; x < 1</code> <code>f[x_] := 2 - x / ; x ≥ 1</code>

หมายเหตุ /; เป็นการกำหนดโดเมนของสูตร $f(x)$

พิมพ์ `>=` โปรแกรม Mathematica จะจัดรูปเป็น `≥`

พิมพ์ `<=` โปรแกรม Mathematica จะจัดรูปเป็น `≤`

ขั้นที่ 2. การเขียนกราฟ

พิมพ์	<code>Plot[f[x],{x,-1,3}]<Shift>+↵</code>
ผลบนจอภาพ	<code>In[2]:= Plot[f[x], {x, -1, 3}]</code>  <code>Out[2]= - Graphics -</code>

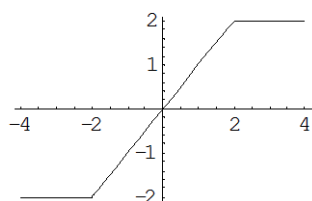
ตัวอย่าง การเขียนกราฟของ $f(x) = \begin{cases} -2 & , x < -2 \\ x & , -2 \leq x \leq 2 \\ 2 & , 2 < x \end{cases}$

`In[11]:= f[x_] := -2 / ; x < -2`

`f[x_] := x / ; -2 ≤ x ≤ 2`

`f[x_] := 2 / ; x > 2`

`In[14]:= Plot[f[x], {x, -4, 4}]`



`Out[14]= - Graphics -`

3.7 คำสั่งที่ใช้ในการปรับปรุงรูปแบบของกราฟ

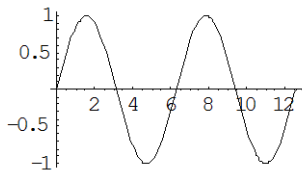
ลักษณะ	หน้าที่	ค่า Default
PlotRange	กำหนดขอบเขตของพิสัยในการเขียนกราฟ	Automatic
AspectRatio	กำหนดสัดส่วน ความสูงต่อความกว้างของกราฟ	Automatic
Frame	กำหนดให้มีกรอบล้อมรอบกราฟ	False
FrameLabel	กำหนดให้มีคำอธิบายที่กรอบ FrameLabel{xlabel, ylabel} หรือ FrameLabel{text1, text2, text3, text4} เป็นคำอธิบายที่กรอบของรูปโดยเริ่มที่ได้กรอบและหมุนตามเข็มนาฬิกาไปด้านถัดไปของกรอบ	None
Axes	กำหนดให้มีการแสดงแกน X, Y, Z ในกราฟ	Automatic
AxesLabel	กำหนดให้มีคำอธิบายที่แกน X, แกน Y ซึ่งกำหนดได้โดย {xlabel, ylabel}	None
AxesOrigin	กำหนดจุดตัดแกนว่าต้องการให้ตัดกันที่จุดใด	Automatic
FrameTicks	กำหนดให้มีการขีด scale ที่กรอบของกราฟ หมายเหตุ ต้องกำหนดให้มีกรอบก่อนใช้คำสั่งนี้	Automatic
GridLines	กำหนดให้มีเส้น grid ภายในกรอบของกราฟ	Automatic
DisplayFunction	กำหนดให้มีการแสดงกราฟหรือเก็บไว้โดยไม่แสดงผล DisplayFunction \$DisplayFunction แสดงกราฟ DisplayFunction Identity ไม่แสดงกราฟ	\$DisplayFunction
PlotLabel	กำหนดชื่อกราฟ	None
PlotStyle	กำหนดลักษณะของการเขียน เช่น PointSize[n] กำหนดขนาดของจุดที่ plot	Automatic
PlotJoined	กำหนดให้มีการโยงเส้นตรงระหว่างจุดหรือไม่	False
Ticks	กำหนดให้มีขีด scale ที่แกน X และ แกน Y	Automatic
AxesLabel	การแสดงผลคำอธิบายประกอบที่แกน	None
Boxed	กำหนดให้มีกรอบเป็นรูปกล่องล้อมรอบกราฟ	True
FaceGrids	การแสดงผลเส้น grid บนส่วน box	None
HiddenSurface	การแสดงผลพื้นผิวให้มีลักษณะเป็น solid	True
Lighting	การแสดงผลพื้นผิวที่มีสีให้มีแสง	True
Mesh	การแสดงผลพื้นผิวที่มีลักษณะเป็นร่างแห	True
Shading	กำหนดการแรเงาพื้นผิว	True
ViewPoint	กำหนดว่าจะมองกราฟในมุมใด	{1.3, -2.4, 2}

หมายเหตุ การกำหนดค่าให้กับ Option ต่าง ๆ เช่น Frame → True

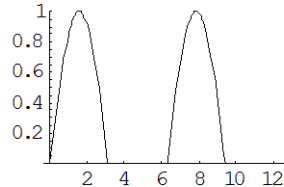
การพิมพ์สัญลักษณ์ลูกศร ให้พิมพ์ -> โปรแกรม Mathematica จะเปลี่ยนเป็นลูกศร → ให้เอง

ตัวอย่างที่ 1. การใช้ PlotRange กำหนดพิสัยของการ Plot กราฟ

In[14]:= Plot[Sin[x], {x, 0, 4 * Pi}] In[16]:= Plot[Sin[x], {x, 0, 4 * Pi}, PlotRange -> {0, 1}]



Out[14]= - Graphics -

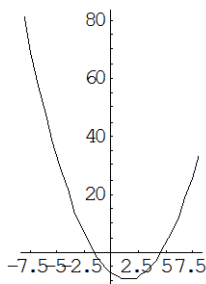


Out[16]= - Graphics -

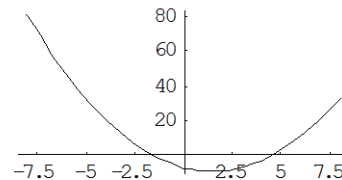
เมื่อกำหนด PlotRange -> {0, 1} ทำให้การ Plot กราฟค่าของ $y = \sin x$ ในบริเวณ $0 \leq y \leq 1$ เท่านั้น

ตัวอย่างที่ 2. การใช้ AspectRatio กำหนดสัดส่วน ความสูงต่อความกว้าง ของกราฟ

In[5]:= Plot[x^2 - 3 * x - 7, {x, -8, 8}, AspectRatio -> 1.5] In[6]:= Plot[x^2 - 3 * x - 7, {x, -8, 8}, AspectRatio -> 0.5]



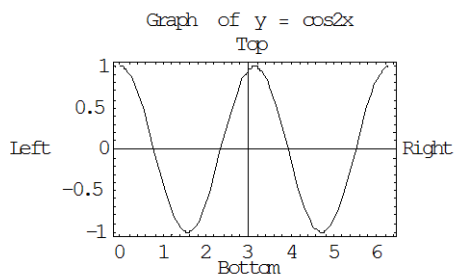
Out[5]= - Graphics -



Out[6]= - Graphics -

ตัวอย่างที่ 3. การใช้ Frame, PlotLabel, FrameLabel, RotateLabel, Axes และ AxesOrigin

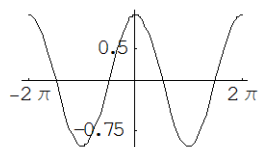
In[7]:= Plot[Cos[2 * x], {x, 0, 2 * Pi}, Frame -> True, PlotLabel -> "Graph of y = cos2x", FrameLabel -> {Bottom, Left, Top, Right}, RotateLabel -> False, Axes -> True, AxesOrigin -> {3, 0}]



Out[7]= - Graphics -

ตัวอย่างที่ 4. การกำหนดให้มีการขีดบนแกนตามตำแหน่งที่ต้องการด้วยคำสั่ง Ticks

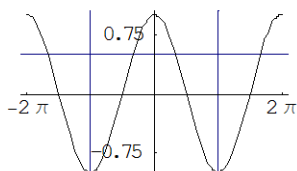
```
In[8]:= Plot[Cos[x], {x, -2 * Pi, 2 * Pi}, Ticks -> {{-2 * Pi, 2 * Pi}, {-0.75, 0.5}}]
```



Out[8]= - Graphics -

ตัวอย่างที่ 5. การกำหนดให้มีการขีดบนแกนตามตำแหน่งที่ต้องการด้วยคำสั่ง Ticks และลากเส้นกริดตามตำแหน่งที่ต้องการด้วยคำสั่ง GridLines

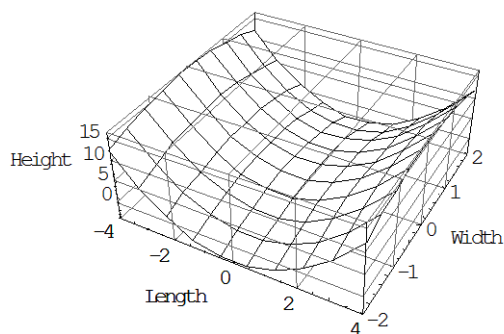
```
In[9]:= Plot[Cos[x], {x, -2 * Pi, 2 * Pi}, Ticks -> {{-2 * Pi, 2 * Pi}, {-0.75, 0.75}},  
GridLines -> {{-Pi, Pi}, {0.5, 0.5}}]
```



Out[9]= - Graphics -

ตัวอย่างที่ 6. การกำหนดค่าเกี่ยวกับ Shading, PlotPoints, Mesh, FaceGrids และ AxesLabel

```
In[10]:= Plot3D[x^2 - y^2, {x, -4, 4}, {y, -2, 2},  
Shading -> False, PlotPoints -> 10, Mesh -> True, FaceGrids -> All,  
AxesLabel -> {"Length", "Width", "Height"}]
```



Out[10]= - SurfaceGraphics -

ตัวอย่างที่ 7. การเขียนกราฟหลายกรอบพร้อมกัน

line 1. เลือกใช้ package ของการเขียนกราฟ

line 2. สั่งให้เขียนกราฟรูปแรก แต่ไม่ต้องแสดงผลของกราฟ และ เก็บไว้ในตัวแปร graph1

line 3. สั่งให้เขียนกราฟรูปที่ 2 แต่ไม่ต้องแสดงผลของกราฟ และ เก็บไว้ในตัวแปร graph2

line 4. สั่งให้เขียนกราฟรูปที่ 3 แต่ไม่ต้องแสดงผลของกราฟ และ เก็บไว้ในตัวแปร graph3

line 5. สั่งให้เขียนกราฟรูปที่ 4 แต่ไม่ต้องแสดงผลของกราฟ และ เก็บไว้ในตัวแปร graph4

line 6. Show[GraphicsArray[...]] เป็นการแสดงผลของกราฟ

```
In[1]:= << Graphics`Graphics`
```

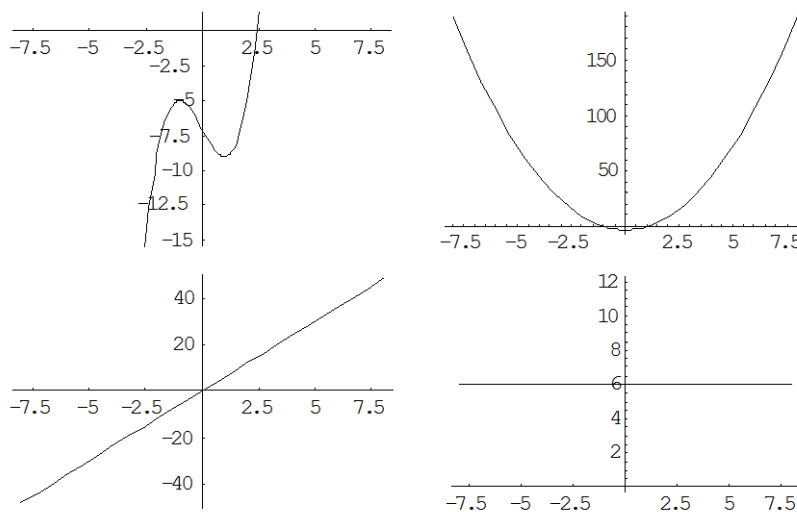
```
In[2]:= graph1 := Plot[x^3 - 3*x - 7, {x, -8, 8}, DisplayFunction -> Identity]
```

```
In[3]:= graph2 := Plot[3*x^2 - 3, {x, -8, 8}, DisplayFunction -> Identity]
```

```
In[4]:= graph3 := Plot[6*x, {x, -8, 8}, DisplayFunction -> Identity]
```

```
In[5]:= graph4 := Plot[6, {x, -8, 8}, DisplayFunction -> Identity]
```

```
In[6]:= Show[GraphicsArray[{{graph1, graph2}, {graph3, graph4}}],
  DisplayFunction -> $DisplayFunction]
```



```
Out[6]= - GraphicsArray -
```

หมายเหตุ

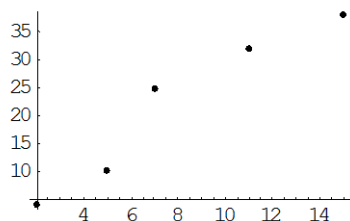
Show[GraphicsArray[{g1, g2, g3, ...}] แสดงกราฟ g1, g2, g3, ... เป็นแถวตามแนวนอน

Show[GraphicsArray[{{g1}, {g2}, {g3}, ...}] แสดงกราฟ g1, g2, g3, ... เป็นแถวตามแนวตั้ง

Show[GraphicsArray[{{g1, g2}, {g3, g4}, ...}] แสดงกราฟ g1, g2, g3, ... ในรูปแบบตาราง

ตัวอย่างที่ 8. การกำหนดค่าเกี่ยวกับจุดที่ใช้ในการเขียนกราฟ เช่นขนาดของจุด

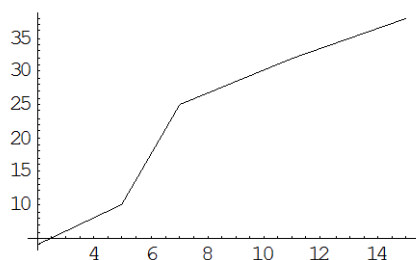
```
In[7]:= ListPlot[{{2, 4}, {5, 10}, {7, 25}, {11, 32}, {15, 38}},
  PlotStyle -> {PointSize[0.025]}]
```



Out[7]= - Graphics -

ตัวอย่างที่ 9. การเขียนกราฟแบบโยงเส้นระหว่างจุดโดยใช้ PlotJoined \rightarrow True

```
In[9]:= ListPlot[{{2, 4}, {5, 10}, {7, 25}, {11, 32}, {15, 38}},
  PlotJoined  $\rightarrow$  True]
```

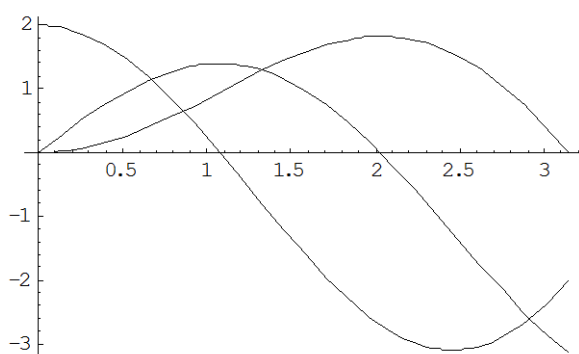


Out[9]= - Graphics -

ตัวอย่างที่ 10. กำหนด $f(x) = x \sin x$ บนช่วง $[0, \pi]$ การเขียนกราฟ $f(x)$, $f'(x)$ และ $f''(x)$ พร้อมกัน

```
In[10]:= f[x_] := x * Sin[x]
```

```
In[12]:= Plot[{f[x], f'[x], f''[x]}, {x, 0, Pi}]
```

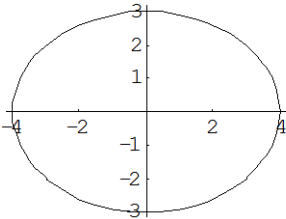


Out[12]= - Graphics -

3.8 การเขียนกราฟของฟังก์ชันที่นิยามโดยนัยหรือกราฟของความสัมพันธ์

ตัวอย่างการเขียนกราฟของวงรี $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code><<Graphics`ImplicitPlot`<␣</code>	<code>In[1]:= << Graphics`ImplicitPlot`</code> เป็นคำสั่งเรียก package ImplicitPlot ขึ้นมาทำงาน

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>ImplicitPlot[{x^2/16+y^2/9==1},{x,-6,6},{y,-4,4}]<Shift>+<␣</code>	<p>ผลบนจอภาพ</p> <p><code>In[2]:= ImplicitPlot[{x^2/16+y^2/9==1},{x,-6,6},{y,-4,4}]</code></p>  <p><code>Out[2]= - Graphics -</code></p>

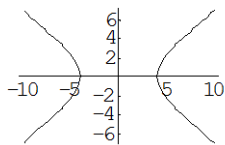
หมายเหตุ

`ImplicitPlot[f(x, y), {x, a, b}, {y, c, d}]` เขียนกราฟความสัมพันธ์ $f(x, y)$ บนช่วง $[a, b] \times [c, d]$

`ImplicitPlot[{f1(x, y), f2(x, y), ...}, {x, a, b}, {y, c, d}]` เขียนกราฟความสัมพันธ์ $f_1(x, y), f_2(x, y), \dots$ บนช่วง $[a, b] \times [c, d]$

ตัวอย่างการเขียนกราฟไฮเพอร์โบลา $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

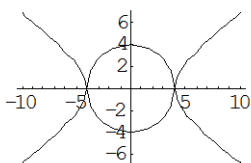
`In[3]:= ImplicitPlot[{x^2/16-y^2/9==1},{x,-10,10},{y,-10,10}]`



`Out[3]= - Graphics -`

การเขียนกราฟของวงกลม $x^2 + y^2 = 16$ และไฮเพอร์โบลา $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

`In[4]:= ImplicitPlot[{x^2+y^2==16,x^2/16-y^2/9==1},{x,-10,10},{y,-10,10}]`

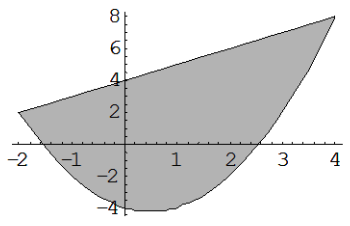


`Out[4]= - Graphics -`

3.9 การเขียนกราฟของสมการและการแรเงาในบริเวณที่ต้องการ

ตัวอย่างการเขียนกราฟและแรเงาพื้นที่ระหว่างเส้นโค้ง $y = x^2 - x - 4$ กับ $y = x + 4$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<<Graphics`FilledPlot`↵	In[1]:= << Graphics`FilledPlot` เป็นคำสั่งเรียก package FilledPlot ขึ้นมาทำงาน

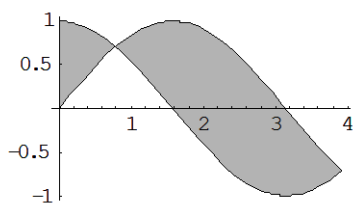
พิมพ์	FilledPlot[{x^2-x-4,x+4},{x,-2,4},Fills->GrayLevel[0.7]]<Shift>+↵
ผลบนจอภาพ	<p>In[2]:= FilledPlot[{x^2 - x - 4, x + 4}, {x, -2, 4}, Fills -> GrayLevel[0.7]]</p>  <p>Out[2]= - Graphics -</p>

หมายเหตุ

FilledPlot[{f(x), g(x)}, {x, a, b}] เขียนกราฟ f(x) และ g(x) บนช่วง [a, b] และแรเงาพื้นที่ด้วย Fills->GrayLevel[0.7] เป็นการกำหนดความเข้มของสีดำในการแรเงา

ตัวอย่างการเขียนกราฟและแรเงาพื้นที่ระหว่างเส้นโค้ง $y = \sin x$ และ $y = \cos x$ บนช่วง $[0, \frac{5\pi}{4}]$

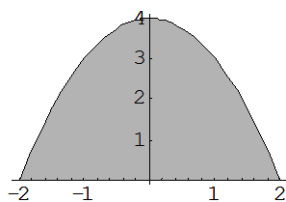
In[3]:= FilledPlot[{Sin[x], Cos[x]}, {x, 0, 5 * Pi / 4}, Fills -> GrayLevel[0.7]]



Out[3]= - Graphics -

ตัวอย่างการเขียนกราฟและแรเงาพื้นที่ระหว่างเส้นโค้ง $y = 4 - x^2$ บนช่วง $[-2, 2]$

In[4]:= FilledPlot[{4 - x^2}, {x, -2, 2}, Fills -> GrayLevel[0.7]]

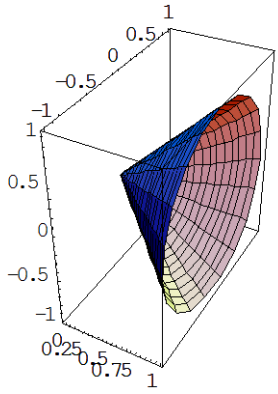


Out[4]= - Graphics -

3.10 การเขียนกราฟของพื้นผิวที่เกิดจากการหมุนเส้นโค้ง

ตัวอย่างการเขียนกราฟพื้นผิวที่เกิดจากการหมุน เส้นโค้ง $y = x$ บนช่วง $[0, 1]$ รอบแกน X

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code><<Graphics`SurfaceOfRevolution`< </code>	<code>In[1]:= << Graphics`SurfaceOfRevolution`</code> คำสั่งเรียก package SurfaceOfRevolution ขึ้นมาทำงาน

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>SurfaceOfRevolution[x, {x, 0, 1}, RevolutionAxis -> {1, 0, 0}]<Shift>+< </code>	<p>ผลบนจอภาพ</p> <p><code>In[2]:= SurfaceOfRevolution[x, {x, 0, 1}, RevolutionAxis -> {1, 0, 0}]</code></p>  <p><code>Out[2]= - Graphics3D -</code></p>

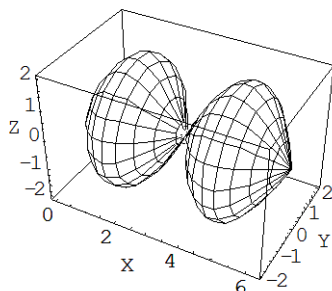
หมายเหตุ

`SurfaceOfRevolution[f(x), {x, a, b}, RevolutionAxis -> {1, 0, 0}]` เป็นคำสั่งเขียนกราฟพื้นผิวที่เกิดจากการหมุนเส้นโค้ง $y = f(x)$ บนช่วง $[a, b]$

`RevolutionAxis -> {1, 0, 0}]` รอบแกน X , `RevolutionAxis -> {0, 1, 0}]` รอบแกน Y

ตัวอย่างการเขียนกราฟพื้นผิวที่เกิดจากการหมุน เส้นโค้ง $y = 2\sin x$ บนช่วง $[0, 2\pi]$ รอบแกน X

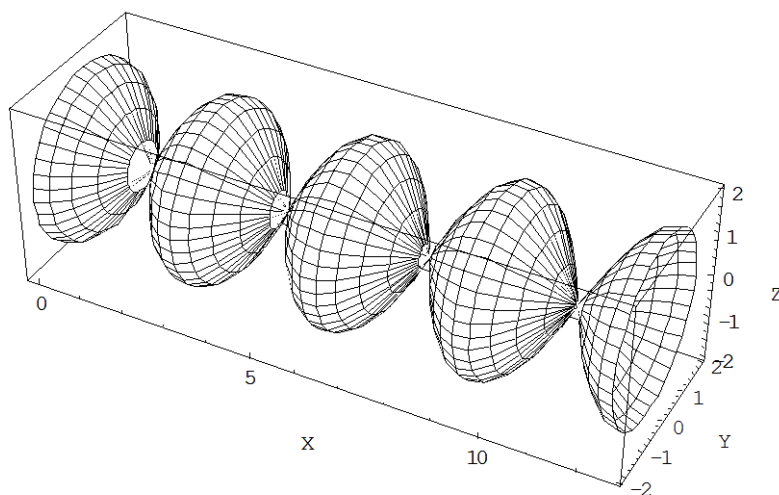
`In[3]:= SurfaceOfRevolution[2 * Sin[x], {x, 0, 2 * Pi}, RevolutionAxis -> {1, 0, 0}, Shading -> False, AxesLabel -> {"X", "Y", "Z"}, PlotPoints -> 20]`



`Out[3]= - Graphics3D -`

ตัวอย่างการเขียนกราฟพื้นผิวที่เกิดจากการหมุน เส้นโค้ง $y = 2\cos x$ บนช่วง $[0, 4\pi]$ รอบแกน X

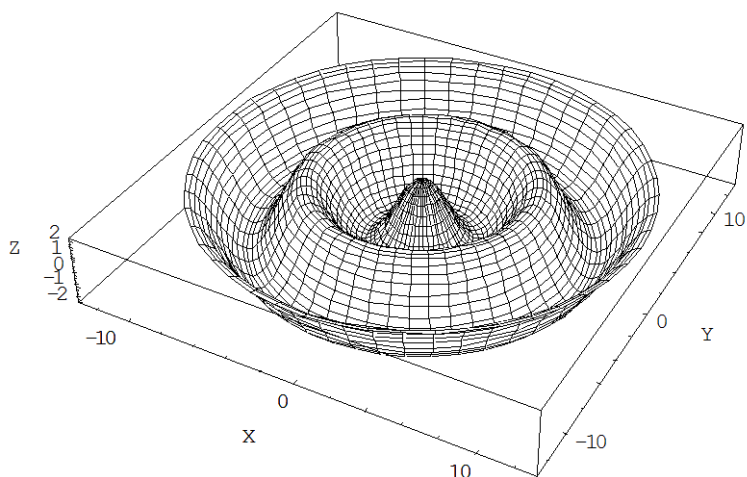
```
In[35]:= SurfaceOfRevolution[2 * Cos[x], {x, 0, 4 * Pi}, RevolutionAxis -> {1, 0, 0},
      Shading -> False, AxesLabel -> {"X", "Y", "Z"}, PlotPoints -> 40]
```



Out[35]= - Graphics3D -

ตัวอย่างการเขียนกราฟพื้นผิวที่เกิดจากการหมุน เส้นโค้ง $y = 2\cos x$ บนช่วง $[0, 4\pi]$ รอบแกน Z

```
In[36]:= SurfaceOfRevolution[2 * Cos[x], {x, 0, 4 * Pi}, RevolutionAxis -> {0, 0, 1},
      Shading -> False, AxesLabel -> {"X", "Y", "Z"}, PlotPoints -> 50]
```



Out[36]= - Graphics3D -

บทที่ 4.

การใช้งานเบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรม Mathematica

ในบทนี้จะเป็นการใช้งานเบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรมสำเร็จรูป Mathematica เช่นการพิมพ์สูตร การนำสูตรเก่ากลับมาใช้ใหม่ การอ้างถึงผลลัพธ์เพื่อนำกลับมาใช้ใหม่ การบันทึกแฟ้ม การเปลี่ยนแปลงขนาดตัวแปร ตัวเลข การใช้งาน window ต่าง ๆ ของ Mathematica

4.1 การกำหนดผลการคำนวณให้แสดงผลพร้อมตามที่ต้องการ

โปรแกรม Mathematica สามารถกำหนดการแสดงผลการคำนวณได้หลายแบบเช่น

ตัวอย่างการคำนวณ	คำอธิบาย
<code>In[1]:= 25 / 3</code> <code>Out[1]= $\frac{25}{3}$</code>	เมื่อไม่กำหนดเงื่อนไขการแสดงผล โปรแกรมจะแสดงผลในรูปแบบเศษส่วน
<code>In[2]:= 25 / 3 .</code> <code>Out[2]= 8.33333</code>	มี . ท้ายสูตร เป็นการบังคับให้แสดงผลเป็นเลขทศนิยม
<code>In[3]:= 25 / 3 // N</code> <code>Out[3]= 8.33333</code>	มี //N ท้ายสูตร เป็นการบังคับให้แสดงผลเป็นเลขทศนิยม
<code>In[4]:= N[25 / 3, 18]</code> <code>Out[4]= 8.333333333333333</code>	N[สูตร, k] คำสั่งแสดงผลเป็นเลขทศนิยมที่มีเลขนัยสำคัญ k ตัว
<code>In[5]:= NumberForm[25 / 3. , 10]</code> <code>Out[5]//NumberForm=</code> <code>8.33333333</code>	NumberForm[สูตร, k] คำสั่งแสดงผลเป็นเลขทศนิยมที่มีเลขนัยสำคัญ k ตัว
<code>In[6]:= ScientificForm[0.7^20, 8]</code> <code>Out[6]//ScientificForm=</code> <code>7.9792266 × 10⁻⁴</code>	ScientificForm[x, k] แสดงผลเป็น $N \times 10^m$ โดย N มีตัวเลขนัยสำคัญ k ตัว
<code>In[7]:= EngineeringForm[0.7^20, 8]</code> <code>Out[7]//EngineeringForm=</code> <code>797.92266 × 10⁻⁶</code>	EngineeringForm[x, k] แสดงผลเป็น $N \times 10^m$ โดย N มีตัวเลขนัยสำคัญ k ตัว และ 3 ทหาร m ลงตัว

4.2 การนำผลการคำนวณเก่ามาใช้ใน Line input ใหม่

การนำผลการคำนวณเก่าที่เคยคำนวณไว้แล้วกลับมาใช้ใหม่ มีวิธีทำดังนี้

วิธีที่ 1. ใช้การอ้างถึงด้วยสัญลักษณ์ %, %%, %%% , ... และ %k

- % ผลการคำนวณล่าสุดย้อนหลัง 1 ขั้นตอน
- %% ผลการคำนวณล่าสุดย้อนหลัง 2 ขั้นตอน
- %%% ผลการคำนวณล่าสุดย้อนหลัง 3 ขั้นตอน
- :
- %k ผลการคำนวณจาก Output ตัวที่ k

ตัวอย่างเช่น

ใน Input line[3] 5 + % คือการบวก 5 ด้วยผลลัพธ์ล่าสุดจาก Out[2]

ใน Input line[4] 35 + %% คือการบวก 5 ด้วยผลลัพธ์ย้อนหลัง 2 ขั้นตอน
ซึ่งเป็นผลที่ได้จาก Out[2]

ใน Input line[5] 5 + %2 คือการบวก 5 ด้วยผลลัพธ์จาก Out[2]

วิธีที่ 2. ใช้การอ้างถึงด้วย Out[k] หมายถึงผลการคำนวณใน Out[k]

ตัวอย่างเช่น

ใน Input line[5] 5 + Out[1] คือการบวก 5 ด้วยผลลัพธ์ที่ได้จาก Out[1]

In[1]:= 1 + 2

Out[1]= 3

In[2]:= 4 + 5

Out[2]= 20

In[3]:= 5 + %

Out[3]= 25

In[4]:= 35 + %%

Out[4]= 55

In[5]:= 5 + %2

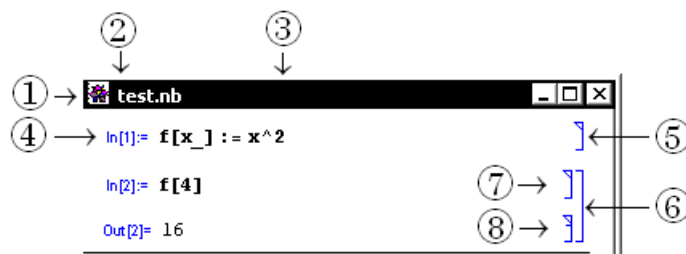
Out[5]= 25

In[6]:= 5 + Out[1]

Out[6]= 8

4.3 การ copy สูตร และการ paste สูตร

การทำงานใน window notebook ของ Mathematica มีสิ่งต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นระหว่างการทำงาน จากตัวอย่างต่อไปนี้มีบริเวณที่สำคัญดังนี้



1. สัญลักษณ์ที่บอกว่าเรากำลังทำงานใน Window notebook ของ Mathematica
2. ชื่อแฟ้มข้อมูล notebook (*.nb) ของ Mathematica ในตัวอย่างนี้ชื่อว่า test.nb
ในกรณีที่เข้าใหม่และยังไม่ได้บันทึกแฟ้ม Mathematica จะตั้งชื่อชั่วคราวว่า Untitled
3. การนำแฟ้มเก่ามาแก้ไข หากยังไม่ได้บันทึก Mathematica จะเตือนเราด้วยเครื่องหมายดอกจันเหนือชื่อ
4. Line Input[...] เป็นบริเวณที่เราพิมพ์คำสั่งต่าง ๆ เพื่อการคำนวณ
5. สัญลักษณ์วงเล็บที่คลุม Line Input[...] ภายในสัญลักษณ์แบบนี้เราสามารถแก้ไขสูตรในบรรทัดนั้นและสั่งคำนวณใหม่ได้ (หมายเหตุ เมื่อแก้ไขและสั่งคำนวณ Mathematica จะถือว่า Input Line นั้นเป็น Input Line ใหม่ล่าสุด ขอให้สังเกตที่หมายเลข Input Line[...])

6. สัญลักษณ์วงเล็บที่คลุม Line Input[...] และ Output Line[...] ชุดเดียวกัน โดยจำแนกย่อยเป็น
7. ส่วนของ Input Line
8. ส่วนของ Output Line (หมายเหตุ ในส่วนของ Output Line จะแก้ไขสูตรไม่ได้)

การ Copy สูตรมีขั้นตอนดังนี้

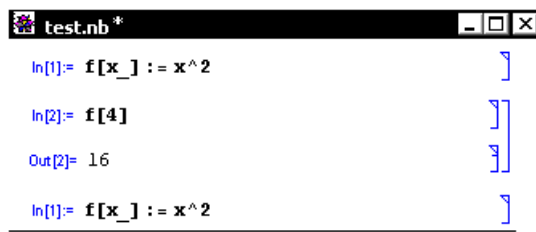
ขั้นที่ 1. คลิกเมาส์ที่วงเล็บหมายเลข 5.

จะขึ้นแถบสีดำดังรูป

ทำการ copy โดยการกด <Ctrl> + C

ขั้นที่ 2. คลิกเมาส์ในที่ว่าง ๆ ได้บรรทัด Out[2]

กด <Ctrl> + V จะเป็น paste สิ่งที่เรา copy ไว้เพื่อจะได้ทำการแก้ไขเป็น Input Line ใหม่ต่อไป

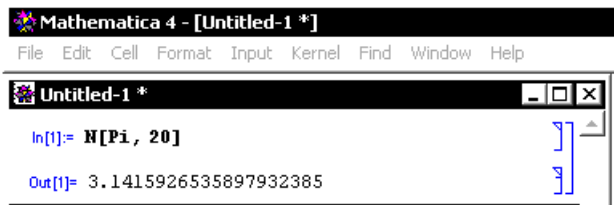


4.3 การบันทึกแฟ้ม Notebook.nb

จากตัวอย่างการทำงานใน Window Notebook

การ save แฟ้มข้อมูลมีขั้นตอนดังนี้

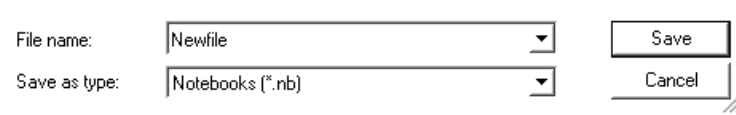
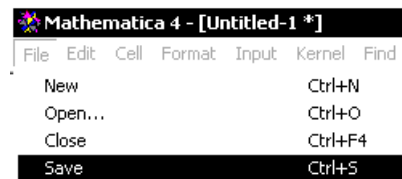
ขั้นที่ 1. คลิกคำสั่ง File



ขั้นที่ 2. เลือกคำสั่งย่อย Save

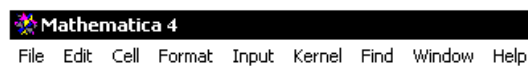
จะได้เมนูย่อยของการบันทึกแฟ้มข้อมูล

ขั้นที่ 3. พิมพ์ชื่อแฟ้มเช่น Newfile แล้วคลิกปุ่ม Save



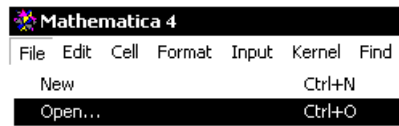
4.4 การเปิดแฟ้ม Notebook.nb

ขณะทำงานใน Window Notebook



การเปิดแฟ้มข้อมูลมีขั้นตอนดังนี้

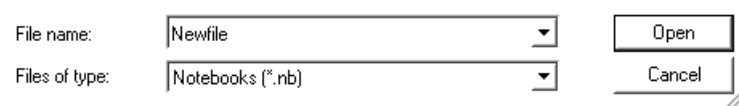
ขั้นที่ 1. คลิกคำสั่ง File



ขั้นที่ 2. เลือกคำสั่งย่อย Open

จะได้เมนูย่อยของการเปิดแฟ้มข้อมูล

ขั้นที่ 3. พิมพ์ชื่อแฟ้มเช่น Newfile แล้วคลิกปุ่ม Open



จะได้แฟ้มเก่าที่บันทึกไว้เพื่อจะทำงานต่อไป



ข้อสังเกต ตรงหมายเลข 1. และ 2. ไม่มีคำว่า Ln[...] และ Out[...] เหตุผลก็คือ เมื่อเปิดแฟ้ม Notebook เข้ามาใหม่ โปรแกรม Mathematica ยังไม่เติมหมายเลข Input Line และ Output Line ให้ การสั่งให้โปรแกรมที่เปิดขึ้นมาใหม่ ทำการคำนวณใหม่มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1. กด <Ctrl> + A

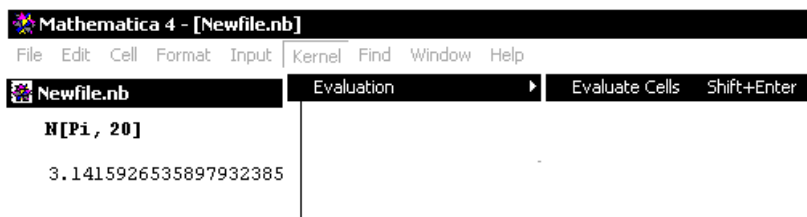
เพื่อเลือกคำนวณใหม่ทั้งแฟ้ม



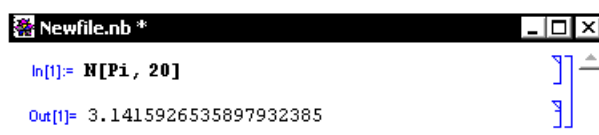
ขั้นที่ 2. คลิกที่เมนู Kernel

เลือกเมนูย่อย Evaluation

เลือกเมนูย่อยของ Evaluation คือ Evaluate Cells



จอภาพจะเปลี่ยนแปลงไปเป็นดังนี้



4.5 ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์และฟังก์ชันอื่น ๆ ที่สำคัญ

โปรแกรม Mathematica มีฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ดังนี้

ฟังก์ชัน	ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน
Abs[x]	ค่าสัมบูรณ์ของ x หรือ ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน a + bi In[1]:= {Abs[-3], Abs[-3 + 4 i]} Out[1]= {3, 5} หมายเหตุ กด <Esc>ii<Esc> จึงจะได้สัญลักษณ์ i
Arg[a + bi]	ค่าอาร์กิวเมนต์ของจำนวนเชิงซ้อน a + bi In[2]:= Arg[1 + i] Out[2]= $\frac{\pi}{4}$
Re[z], Im[z] Conjugate[z]	ส่วนจริง ส่วนจินตภาพ และ ค่าสังยุค ของ z In[3]:= {Re[3 + 4 i], Im[3 + 4 i], Conjugate[3 + 4 i]} Out[3]= {3, 4, 3 - 4 i}
Exp[x]	เอกซ์โพเนนเชียลฟังก์ชัน (e^x) In[4]:= {Exp[0], Exp[1], N[Exp[1], 20]} Out[4]= {1, e, 2.7182818284590452354}
Ceiling[x]	จำนวนเต็มทีเล็กที่สุดที่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ x In[5]:= {Ceiling[-2.9], Ceiling[2.9], Ceiling[2.1]} Out[5]= {-2, 3, 3}
Round[x]	การปัดเศษจำนวนจริง x ให้เป็นตัวเลขจำนวนเต็มทีใกล้ที่สุด In[6]:= {Round[-2.51], Round[-2.49], Round[3.51]} Out[6]= {-3, -2, 4}
Floor[x]	จำนวนเต็มทีใหญ่ที่สุดทีมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ x In[7]:= {Floor[-2.9], Floor[2.9], Floor[2.1]} Out[7]= {-3, 2, 2}
Log[x]	Log[x] คือ ln(x) ค่าลอการิทึมฐาน e In[8]:= {Log[1] // N, Log[2] // N, Log[3]} Out[8]= {0., 0.693147, Log[3]}
Log[b, x]	$\log_b x$ ค่าลอการิทึมฐาน b In[9]:= {Log[10, 2] // N, Log[10, 3] // N} Out[9]= {0.30103, 0.477121}

Mod[x, y]	เศษเหลือจากการหาร x ด้วยจำนวนเต็ม y In[10]:= {Mod[12, 5], Mod[25, 7]} Out[10]= {2, 4}
Sign[x]	เท่ากับ +1 ถ้า $x > 0$ และเท่ากับ -1 ถ้า $x < 0$ In[11]:= {Sign[-2.1], Sign[0], Sign[2.5]} Out[11]= {-1, 0, 1}
Sqrt[x]	รากที่ 2 ของ x In[12]:= {Sqrt[2], Sqrt[2] // N, Sqrt[4 * i]} Out[12]= { $\sqrt{2}$, 1.41421, $2(-1)^{1/4}$ }
Sin[x], Cos[x] Tan[x], Sec[x] Csc[x], Cot[x]	ฟังก์ชันตรีโกณมิติ In[13]:= {Sin[Pi / 4], Cos[Pi / 6] // N, Tan[Pi / 6]} Out[13]= { $\frac{1}{\sqrt{2}}$, 0.866025, $\frac{1}{\sqrt{3}}$ } In[14]:= {Sec[Pi / 3], Csc[Pi / 4], Cot[Pi / 6] // N} Out[14]= {2, $\sqrt{2}$, 1.73205}
ArcSin[x] ArcCos[x] ArcTan[x] ArcSec[x] ArcCsc[x] ArcCot[x]	ฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน In[15]:= {ArcSin[0.5], ArcCos[0.5], ArcTan[-1]} Out[15]= {0.523599, 1.0472, $-\frac{\pi}{4}$ } In[16]:= {ArcSec[2], ArcCsc[-2], ArcCot[1]} Out[16]= { $\frac{\pi}{3}$, $-\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$ }
Sinh[x], Cosh[x] Tanh[x], Sech[x] Csch[x], Coth[x]	ฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก In[17]:= {Sinh[0.5], Cosh[2.5], Tanh[0.5]} Out[17]= {0.521095, 6.13229, 0.462117} In[18]:= {Sech[0], Csch[1] // N, Coth[1] // N} Out[18]= {1, 0.850918, 1.31304}
ArcSinh[x] ArcCosh[x] ArcTanh[x] ArcSech[x] ArcCsch[x] ArcCoth[x]	ฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิกผกผัน In[19]:= {ArcSinh[0.2], ArcCosh[2.5], ArcTanh[0.2]} Out[19]= {0.19869, 1.5668, 0.202733} In[20]:= {ArcSech[0.5], ArcCsch[1] // N, ArcCoth[4] // N} Out[20]= {1.31696, 0.881374, 0.255413}

คำสั่งเกี่ยวกับการจัดรูปพีชคณิต

ฟังก์ชัน	ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน
Apart[f(x)]	เขียนเศษส่วนของพหุนามในรูปแบบผลบวกของเศษส่วนย่อย In[1]:= <code>Apart[x^3 / (x^2 - 2 * x - 3)]</code> Out[1]= $2 + \frac{27}{4(-3+x)} + x + \frac{1}{4(1+x)}$
Together[f(x)]	รวมเทอมผลบวกของเศษส่วนย่อยให้อยู่ในรูปพหุนาม $\frac{p(x)}{q(x)}$ In[2]:= <code>Together[2 + 27 / (4 * (-3 + x)) + x + 1 / (4 * (1 + x))]</code> Out[2]= $\frac{x^3}{(-3+x)(1+x)}$
Simplify[f(x)]	จัดรูปแบบพีชคณิตให้เป็นรูปแบบอย่างง่าย In[3]:= <code>Simplify[2 + 27 / (4 * (-3 + x)) + x + 1 / (4 * (1 + x))]</code> Out[3]= $\frac{x^3}{-3 - 2x + x^2}$ In[4]:= <code>f[x_] := x^3;</code> In[5]:= <code>Simplify[(f[x+h] - f[x]) / h]</code> Out[5]= $h^2 + 3hx + 3x^2$
Expand[f(x)] ExpandAll[f(x)]	กระจายสูตรของฟังก์ชัน Expand[f(x), Trig -> True] กระจายสูตรของฟังก์ชันตรีโกณมิติ กระจายสูตรของฟังก์ชันทุกเทอมที่ปรากฏ In[6]:= <code>Expand[(x + 2)^3]</code> Out[6]= $8 + 12x + 6x^2 + x^3$ In[7]:= <code>Expand[Sin[x + y], Trig -> True]</code> Out[7]= $\cos[y] \sin[x] + \cos[x] \sin[y]$ In[8]:= <code>Expand[(1 - x^2) / ((1 + x^2)^2)]</code> Out[8]= $\frac{1}{(1+x^2)^2} - \frac{x^2}{(1+x^2)^2}$ In[9]:= <code>ExpandAll[(1 - x^2) / ((1 + x^2)^2)]</code> Out[9]= $\frac{1}{1+2x^2+x^4} - \frac{x^2}{1+2x^2+x^4}$
ComplexExpand [f(x)]	กระจายสูตรของฟังก์ชันเชิงซ้อน In[10]:= <code>ComplexExpand[Exp[4 * i * x]]</code> Out[10]= $\cos[4x] + i \sin[4x]$

Collect[f(x)]	จัดรูปแบบพีชคณิตโดยการกระจายตามพจน์ของตัวแปรที่กำหนด In[11]:= Collect [(2 * x + y + 1) ^ 3, x] Out[11]= $1 + 8x^3 + 3y + 3y^2 + y^3 + x^2(12 + 12y) + x(6 + 12y + 6y^2)$ In[12]:= Collect [(2 * x + y + 1) ^ 3, y] Out[12]= $1 + 6x + 12x^2 + 8x^3 + (3 + 12x + 12x^2)y + (3 + 6x)y^2 + y^3$
Factor[f(x)]	แยกตัวประกอบ Factor[f(x), Trig -> True] แยกตัวประกอบฟังก์ชันตรีโกณมิติ In[13]:= Factor [x^2 - 3 * x - 4] Out[13]= (-4 + x) (1 + x) In[14]:= Factor [Sin[x] + Sin[y], Trig -> True] Out[14]= $2 \cos\left[\frac{x}{2} - \frac{y}{2}\right] \sin\left[\frac{x}{2} + \frac{y}{2}\right]$
Cancel[f(x)]	หาผลหารของพหุนาม In[15]:= Cancel [(x^2 - 1) / (x^4 - 1)] Out[15]= $\frac{1}{1 + x^2}$
Denominator[f(x)]	ใช้ในการหาพหุนามส่วนที่เป็นตัวส่วนของ f(x) In[16]:= Denominator [(x^3 - 1) / (x^4 - 1)] Out[16]= $-1 + x^4$
Numerator[f(x)]	ใช้ในการหาพหุนามส่วนที่เป็นตัวเศษของ f(x) In[17]:= Numerator [(x^3 - 1) / (x^4 - 1)] Out[17]= $-1 + x^3$

คำสั่งเกี่ยวกับผลบวก และ ผลคูณ

ฟังก์ชัน	ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน
1. Sum[f(i), {i, a, b}] 2. Sum[f(i), {i, a, b, c}] 3. Sum[f(i, j), {i, a, b, c}, {j, d, e, k}]	1. หาผลรวม f(i) โดย i เปลี่ยนค่า จาก a ถึง b 2. หาผลรวม f(i) โดย i เปลี่ยนค่า จาก a ถึง b เพิ่มค่าครั้งละ c 3. หาผลรวม f(i, j) โดย i เปลี่ยนค่า จาก a ถึง b เพิ่มค่าครั้งละ c และ j เปลี่ยนค่าจาก d ถึง e เพิ่มค่าครั้งละ k In[1]:= Sum [i, {i, 1, 10}] Out[1]= 55

	<pre>In[2]:= Sum[i, {i, 1, 10, 2}] Out[2]= 25 In[3]:= Sum[i*j, {i, 1, 2}, {j, 1, 3}] Out[3]= 18</pre>
<p>1. Product[f(x), {x,a,b}</p> <p>2. Product[f(x),{x,a,b,c}</p> <p>3. Product[f(x, y), {x, a, b, c}, {j, d, e, k}</p>	<p>1. หาคุณ f(x) โดย x เปลี่ยนค่า จาก a ถึง b</p> <p>2. หาผลคูณ f(x) โดย x เปลี่ยนค่า จาก a ถึง b เพิ่มค่าครั้งละ c</p> <p>3. หาผลคูณ f(x, y) โดย x เปลี่ยนค่า จาก a ถึง b เพิ่มค่าครั้งละ c และ y เปลี่ยนค่าจาก d ถึง e เพิ่มค่าครั้งละ k</p> <pre>In[4]:= Product[x, {x, 1, 3}] Out[4]= 6 In[5]:= Product[x, {x, 1, 5, 2}] Out[5]= 15</pre>

คำสั่งเกี่ยวกับ ฟังก์ชัน ลิมิต อนุพันธ์ และ อินทิเกรต

ฟังก์ชัน	ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน
<p>f[x_]:=....</p> <p>f[x]/.x→a</p> <p>f[a]</p>	<p>f[x_]:=.....เป็นการกำหนดสูตรฟังก์ชัน</p> <p>คำนวณค่า f(a) (หมายเหตุ → ได้จากการพิมพ์ - และ >)</p> <p>f[a] คำสั่งคำนวณค่า f(a)</p> <pre>In[1]:= f[x_] := x^2; In[2]:= f[4] Out[2]= 16 In[3]:= f[x] /. x → 4 Out[3]= 16</pre>
<p>Composition[f, g, ...][x]</p> <p>Nest[f, x, n]</p>	<p>ฟังก์ชันประกอบของ f, g, ...</p> <p>ฟังก์ชันประกอบ (f ∘ f ∘ ... ∘ f)(x) n ครั้ง</p> <p>ตัวอย่างเช่น</p> <pre>In[1]:= f[x_] := x^2; In[2]:= g[x_] := x + 1; In[3]:= Composition[f, g][x] Out[3]= (1 + x)^2</pre>

	<p>In[4]:= Composition[g, f][x]</p> <p>Out[4]= $1 + x^2$</p> <p>In[5]:= Nest[f, x, 3]</p> <p>Out[5]= x^8</p>
<p>Limit[f[x], x→a]</p> <p>Limit[f[x], x→a , Direction→-1]</p> <p>Limit[f[x], x→a , Direction→1]</p>	<p>หมายถึง $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ ตามลำดับ</p> <p>In[1]:= Limit[x^2, x → 4]</p> <p>Out[1]= 16</p> <p>In[2]:= Limit[Abs[x] / x, x → 0, Direction -> 1]</p> <p>Out[2]= -1</p> <p>In[3]:= Limit[Abs[x] / x, x → 0, Direction -> -1]</p> <p>Out[3]= 1</p>
<p>1. f'[x], f''[x], f'''[x], ...</p> <p>2. D[f, x]</p> <p>3. D[f, {x, k}]</p> <p>4. Dt[f, x]</p>	<p>1. f'(x), f''(x), f'''(x), ... ตามลำดับ</p> <p>2. อนุพันธ์ หรืออนุพันธ์ย่อยของ f เทียบกับ x</p> <p>3. อนุพันธ์ หรืออนุพันธ์ย่อยอันดับ k ของ f เทียบกับ x</p> <p>4. ค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันนิยามโดยนัย</p> <p>In[1]:= f[x_] := x^3 - 4*x + 5;</p> <p>In[2]:= {f'[x], f''[x], f'[2], f''[3]}</p> <p>Out[2]= {-4 + 3x², 6x, 8, 18}</p> <p>In[3]:= D[f[x], x]</p> <p>Out[3]= -4 + 3x²</p> <p>In[4]:= D[f[x], {x, 2}]</p> <p>Out[4]= 6x</p> <p>In[5]:= Dt[x^2*y^3, x]</p> <p>Out[5]= 2xy³ + 3x²y²Dt[y, x]</p> <p>หมายเหตุ $\frac{d}{dx}(x^2y^3) = 2xy^3 + 3x^2y^2 \frac{dy}{dx}$</p>
<p>1. Integrate[f[x], x]</p> <p>2. Integrate[f[x], {x,a,b}]</p> <p>3. NIntegrate[f[x], {x,a,b}]</p>	<p>1. $\int f dx$</p> <p>2. $\int_a^b f(x) dx$</p> <p>3. การประมาณค่า $\int_a^b f(x) dx$</p>

	<pre>In[1]:= Integrate[x^2, x]</pre>
	<pre>Out[1]= $\frac{x^3}{3}$</pre>
	<pre>In[2]:= Integrate[x^2, {x, 0, 1}]</pre>
	<pre>Out[2]= $\frac{1}{3}$</pre>
	<pre>In[3]:= Integrate[Sin[x] / x, {x, 0, Pi / 2}]</pre>
	<pre>Out[3]= SinIntegral[$\frac{\pi}{2}$]</pre>
	<pre>In[4]:= NIntegrate[Sin[x] / x, {x, 0, Pi / 2}]</pre>
	<pre>Out[4]= 1.37076</pre>

คำสั่งเกี่ยวกับการคำนวณคณิตศาสตร์ขั้นสูง

ฟังก์ชัน	ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน
LaplaceTransform[f[x], x, s]	ผลการแปลงลาปลาซของ F(s) <pre>In[1]:= LaplaceTransform[Exp[4 * x], x, s]</pre> <pre>Out[1]= $\frac{1}{-4 + s}$</pre>
InverseLaplaceTransform[F[s], s, x]	ผลการแปลงลาปลาซผกผันของ F(s) <pre>In[2]:= InverseLaplaceTransform[1 / (s - 4), s, x]</pre> <pre>Out[2]= e^{4x}</pre>
Series[f[x], {x, a, n}]	พหุนามเทย์เลอร์ของ f รอบจุด x = a ตีกรีไม่เกิน n <pre>In[3]:= Series[Exp[x], {x, 0, 3}]</pre> <pre>Out[3]= $1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + O[x]^4$</pre> <pre>In[4]:= Series[Log[x], {x, 1, 2}]</pre> <pre>Out[4]= $(x - 1) - \frac{1}{2} (x - 1)^2 + O[x - 1]^3$</pre>

คำสั่งในการหารากสมการ และ ผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์

ฟังก์ชัน	ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน
Solve[eq1==eq2]	หารากของสมการ eq1 = eq2
Solve[{eq1==eq2, eq3==eq4,...}]	หาผลเฉลยของระบบสมการ eq1 = eq2, eq3 = eq4, ...
	<pre>In[1]:= Solve[x^2 == 2]</pre> <pre>Out[1]= {{x -> -$\sqrt{2}$}, {x -> $\sqrt{2}$}}</pre>

	<pre>In[2]:= Solve[{x^2 + y^2 == 25, 3*x - 4*y == 0}] Out[2]= {{x -> -4, y -> -3}, {x -> 4, y -> 3}}</pre>
<pre>NSolve[equ1==equ2] NSolve[{equ1==equ2, equ3==equ4,...}]</pre>	<p>หารากของสมการ $equ1 = equ2$ หาผลเฉลยของระบบสมการ $equ1 = equ2, equ3 = equ4, \dots$</p> <pre>In[3]:= NSolve[y == x^2 - 2*x - 2 && y == 2*x + 3] Out[3]= {{y -> 13., x -> 5.}, {y -> 1., x -> -1.}}</pre> <pre>In[4]:= NSolve[y == x^2 - 2*x - 2 && y == 2*x + 3] Out[4]= {{y -> 13., x -> 5.}, {y -> 1., x -> -1.}}</pre>
<pre>NRoots[equ1==equ2, x]</pre>	<p>หารากของสมการ $equ1 = equ2$</p> <pre>In[5]:= NRoots[x^2 - 4*x - 5 == 0, x] Out[5]= x == -1. x == 5.</pre>
<pre>FindRoot[equ1==equ2, {x, x0}]</pre>	<p>หารากของสมการพหุนาม $equ1 = equ2$ โดยมีจุดเริ่มต้นของการประมาณค่ารากที่ $x = x_0$</p> <pre>In[6]:= FindRoot[x^2 == 2, {x, 1}] Out[6]= {x -> 1.41421}</pre> <pre>In[7]:= FindRoot[x^2 == 2, {x, -1}] Out[7]= {x -> -1.41421}</pre>
<pre>Reduce[equ1==equ2]</pre>	<p>ค้นหาความเป็นไปได้ของผลเฉลยของสมการ</p> <pre>In[8]:= Reduce[{a*x + 1 == b*y}] Out[8]= a == $\frac{-1 + b y}{x}$ && x ≠ 0 b == $\frac{1}{y}$ && x == 0</pre>
<pre>Eliminate[equ1==equ2 && equ1==equ2, ตัวแปร ที่ต้องการ]</pre>	<p>ขจัดตัวแปรอื่น ๆ ทิ้งไปจากระบบสมการ ให้เหลือไว้เฉพาะตัวแปรที่ต้องการ</p> <pre>In[9]:= Eliminate[y == x^2 - 2*x - 2 && y == 2*x + 3, x] Out[9]= -14 y + y^2 == -13</pre> <pre>In[10]:= Eliminate[y == x^2 - 2*x - 2 && y == 2*x + 3, y] Out[10]= -4 x + x^2 == 5</pre>
<pre>DSolve[equ1,y[x],x]</pre>	<p>หาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์</p> <pre>In[1]:= DSolve[y'[x] - y[x] == 0, y[x], x] Out[1]= {{y[x] -> e^x C[1]}}</pre>

บทที่ 5.
การเขียนโปรแกรมด้วยคำสั่งของ Mathematica

จากแผนภูมิสายงาน



เราสามารถนำมาประยุกต์กับการคำนวณทางคณิตศาสตร์ได้หลายแบบเช่น

โปรแกรมหาพื้นที่สามเหลี่ยมเมื่อกำหนดความยาวด้าน a, b และ c

โปรแกรมหาพื้นที่สามเหลี่ยมเมื่อกำหนดพิกัดจุดยอด 3 จุด

โปรแกรมหารากสมการ $f(x) = 0$ โดยวิธีของนิวตัน

โปรแกรมหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของสมการเชิงอนุพันธ์ โดยวิธีของออยเลอร์

โปรแกรมที่ 1. การหาพื้นที่สามเหลี่ยมเมื่อกำหนดความยาวของด้าน a, b, c

ส่วนของ INPUT คือ การกำหนดค่า a, b, c

ส่วนประมวลผล คือ การคำนวณค่า s และ area

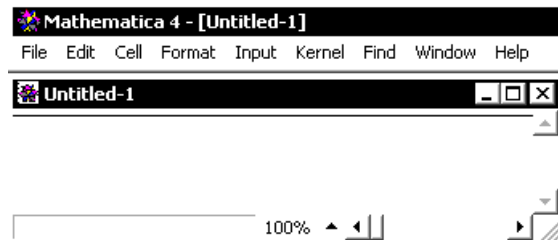
ส่วนแสดงผล คือ การพิมพ์ค่า area

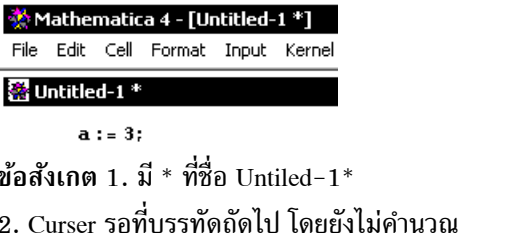
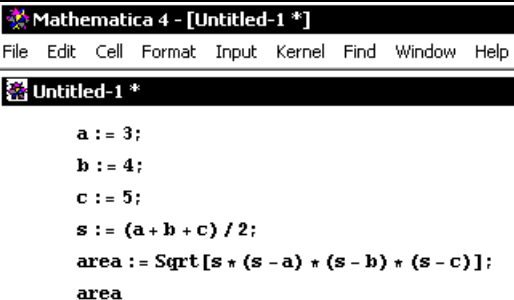
ขั้นตอนการเขียนโปรแกรมมีดังนี้

ขั้นที่ 1. เข้าสู่การทำงานของ Mathematica

(หมายเหตุ เพื่อให้ผลของการพิมพ์
และข้อความที่ปรากฏ เหมือนกับคำแนะนำ
ในหนังสือขณะนี้ ขอให้ปิดการทำงานของ
Mathematica ก่อน แล้วจึงเข้ามาใหม่)

ขั้นที่ 2. พิมพ์โปรแกรม ด้วยคำสั่งต่าง ๆ ตามที่ต้องการ



พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<p>a:=3;↵</p> <p>หมายเหตุ 1. กด ↵ เพื่อขึ้นบรรทัดใหม่ โดยไม่คำนวณ</p> <p>2. สัญลักษณ์ In[..] ยังไม่มี เพราะว่ายังไม่ได้สั่งคำนวณ</p>	 <p>Mathematica 4 - [Untitled-1 *] File Edit Cell Format Input Kernel</p> <p>Untitled-1 *</p> <p>a := 3;</p> <p>ข้อสังเกต 1. มี * ที่ชื่อ Untitled-1*</p> <p>2. Curser รอที่บรรทัดถัดไป โดยยังไม่คำนวณ</p>
<p>b:=4;↵</p> <p>c:=5;↵</p> <p>s:=(a+b+c)/2;↵</p> <p>area:=Sqrt[s*(s-a)*(s-b)*(s-c)];↵</p>	 <p>Mathematica 4 - [Untitled-1 *] File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help</p> <p>Untitled-1 *</p> <p>a := 3;</p> <p>b := 4;</p> <p>c := 5;</p> <p>s := (a + b + c) / 2;</p> <p>area := Sqrt[s * (s - a) * (s - b) * (s - c)];</p> <p>area</p>
<p>area<Shift>+↵</p> <p>ข้อสังเกต</p> <p>1. In[2] คือ b:=4;</p> <p>In[3] คือ c:=5;</p> <p>:</p> <p>In[6] คือ area</p> <p>ไม่แสดงสัญลักษณ์ line in ออกมา</p>	<p>In[1]:= a := 3;</p> <p>b := 4;</p> <p>c := 5;</p> <p>s := (a + b + c) / 2;</p> <p>area := Sqrt[s * (s - a) * (s - b) * (s - c)];</p> <p>area</p> <p>Out[6]= 6</p> <p>ผลการคำนวณที่ได้ คือ area มีค่าเท่ากับ 6</p>

ทดลองเปลี่ยนค่า a, b, c ใหม่เป็น a:=5, b:=12, c:=13 แล้วกด <Shift>+↵ จะได้ผลการคำนวณใหม่ดังนี้

```
In[7]:= a := 5;
b := 12;
c := 13;
s := (a + b + c) / 2;
area := Sqrt[s * (s - a) * (s - b) * (s - c)];
area
```

Out[12]= 30

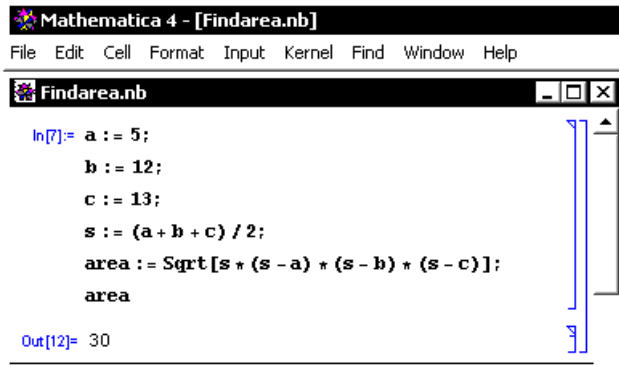
ข้อสังเกต 1. ได้ผลการคำนวณใหม่เป็น area = 30

2. หมายเลขของ Line In และ Line Out เปลี่ยนแปลงไปจากเดิม

การบันทึกโปรแกรม

ขั้นที่ 1. คลิกที่คำสั่ง File>Save

ขั้นที่ 2. เลือกบันทึกชื่อตามต้องการ (สมมติต้องการบันทึกชื่อเป็น Findarea)

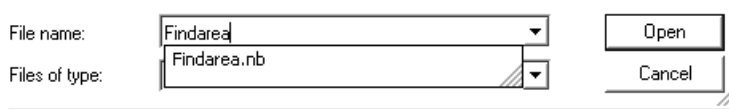
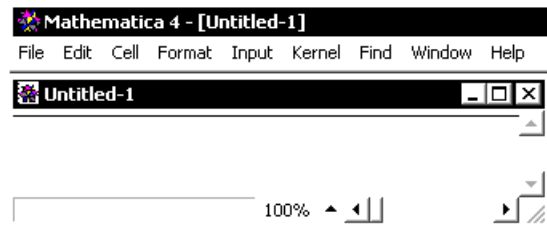


เมื่อเรา Save โปรแกรมแล้ว ชื่อชั่วคราว Untitled-1 จะเปลี่ยนเป็น Findarea.nb ต่อไปขอให้เปิดการทำงานของโปรแกรม Mathematica แล้วกลับเข้ามาใหม่อีกครั้ง เพื่อทดลองนำโปรแกรมเก่ากลับมาทำงาน

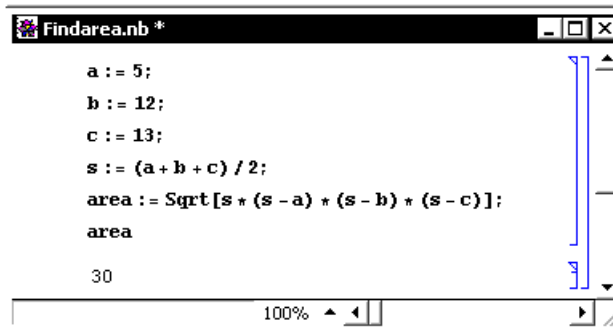
ขั้นที่ 1. เปิดแฟ้มโปรแกรมด้วยคำสั่ง

File\Open

จะได้เมนูย่อยของการเปิดแฟ้มข้อมูล



ขั้นที่ 2. พิมพ์ชื่อ Findarea เสร็จแล้วคลิก Open



แก้ไขค่า a, b, c ใหม่เช่น a:=10, b:=8, c:=6 แล้วกด <Shift>+↵ จะได้ผลการคำนวณใหม่ดังนี้

```
In[1]:= a := 10;
b := 8;
c := 6;
s := (a + b + c) / 2;
area := Sqrt[s * (s - a) * (s - b) * (s - c)];
area

Out[6]= 24
```

โปรแกรมที่ 2. การหาพื้นที่สามเหลี่ยมเมื่อกำหนดพิกัดจุดยอด 3 จุด

หมายเหตุ เมื่อกำหนดจุดยอดของสามเหลี่ยม ABC มาให้ $A(x_0, y_0)$, $B(x_1, y_1)$, $C(x_2, y_2)$

$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยม} = \frac{1}{2} \left| \det \begin{pmatrix} x_1 - x_0 & y_1 - y_0 \\ x_2 - x_0 & y_2 - y_0 \end{pmatrix} \right| = \frac{1}{2} |(y_1 - y_0)(x_2 - x_0) - (x_1 - x_0)(y_2 - y_0)|$$

โปรแกรมการหาพื้นที่สามเหลี่ยมเมื่อกำหนดพิกัดจุดยอด 3 จุด

```
In[1]:= x0 := 0;
        y0 := 0;
        x1 := 6;
        y1 := 0;
        x2 := 0;
        y2 := 4;
        area := (1/2) * Abs[(y1 - y0) * (x2 - x0) - (x1 - x0) * (y2 - y0)];
        area
```

Out[8]= 12

คำสั่งต่าง ๆ ที่ควรทราบเพื่อใช้ในการเขียนโปรแกรมของ Mathematica

คำสั่ง	รูปแบบและหน้าที่
Print[...]	ใช้พิมพ์ข้อความ ตัวแปร <pre>In[1]:= Print["text", 12 + 13] text25 In[2]:= Print["text", " ", 12 + 13] text 25</pre>
Do	Do[คำสั่ง, {imax}] ทำงานที่กำหนดซ้ำ imax ครั้ง Do[คำสั่ง(i), {i, imax}] ทำงานที่กำหนดซ้ำตามค่าของ i ตั้งแต่ 1 ถึง imax และ i เพิ่มค่าครั้งละ 1 Do[คำสั่ง(i), {i, imax, d}] ทำงานที่กำหนดซ้ำตามค่าของ i ตั้งแต่ 1 ถึง imax และ i เพิ่มค่าครั้งละ d Do[คำสั่ง(i, j), {i, imax}, {j, jmax}] ทำงานที่กำหนดซ้ำตามค่าของ i ตั้งแต่ 1 ถึง imax และ i เพิ่มค่าครั้งละ 1 และ j ตั้งแต่ 1 ถึง jmax และ j เพิ่มค่าครั้งละ 1 <pre>In[3]:= Do[Print[i, " ", 2^i], {i, 3}] 1 2 2 4 3 8</pre>

<p>While</p>	<p>While[เงื่อนไข 1., คำสั่ง 1.] ถ้า เงื่อนไข 1. เป็นจริง ให้ทำงานตามคำสั่ง 1. In[4]:= i := 0; While[(i < 2) , {i = i + 1, Print[i]}] 1 2</p>
<p>For</p>	<p>For[start, test, incr, body] start การกำหนดค่าตัวแปรเริ่มต้น test เงื่อนไขในการทำงาน ถ้า เงื่อนไข เป็นเท็จ ให้ออกจากลูป For incr การเพิ่มค่าของตัวแปร body กลุ่มคำสั่งของการทำงาน In[5]:= For[i = 1, i < 6, i = i + 3, Print[i, " ", i^2]] 1 1 4 16</p>
<p>If</p>	<p>If[test, command1, command2] เมื่อ test คือ เงื่อนไข ถ้า เงื่อนไข test เป็นจริง ให้ทำ command1 ถ้า เงื่อนไข test เป็นเท็จ ให้ทำ command2 In[6]:= If[4 < 5, Print["4<5"], Print["4>=5"]] 4<5 In[7]:= f[x_] := If[x < 0, x^3, x^2]; In[8]:= Print["f[-2]=", f[-2], " ", "f[2]=", f[2]] f[-2]=-8 f[2]=4</p>

โปรแกรมที่ 3. การหาราก $f(x) = 0$ โดยใช้สูตรของนิวตัน $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ เมื่อกำหนดค่าเริ่มต้น x_0

ตัวอย่าง การหารากของสมการ $f(x) = x^2 - 2$, $x_0 = 1$

```
In[1]:= Tol := 0.000000000001;
f[x_] := x^2 - 2;
fpi[x_] := f'[x];
x[0] = 1;
x[1] = x[0] - f[x[0]] / fpi[x[0]];
k = 0;
While[Abs[x[k + 1] - x[k]] > Tol,
  {k = k + 1, x[k + 1] = x[k] - f[x[k]] / fpi[x[k]}}];
Print["k", " ", "X[k]"];
For[j = 1, j < k + 1, j = j + 1, Print[j, " ", N[x[j], 20]]];
Print["Root = ", N[x[k], 20]]
```

ผลการทำงานของโปรแกรม	k	X[k]
	1	1.50000000000000000000
	2	1.4166666666666666667
	3	1.4142156862745098039
	4	1.4142135623746899106
	5	1.4142135623730950488
เปรียบเทียบกับ $\sqrt{2}$ คือ	Root =	1.4142135623730950488

```
In[11]:= N[Sqrt[2], 20]
```

```
Out[11]= 1.4142135623730950488
```

โปรแกรมที่ 4. การหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของสมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ เมื่อกำหนด $y(x_0) = y_0$

การหาค่าประมาณของ $y(c)$ โดยวิธีของออยเลอร์

ตัวอย่าง $\frac{dy}{dx} = xy$ และ $y(1) = 1$ จงหาค่าประมาณของ $y(1.5)$

```
In[1]:= f[x_, y_] := x*y;
x[0] = 1;
y[0] = 1;
h = 0.1;
c = 1.5;
n = (c - x[0]) / h;
i = 0;
Print["i", " ", "x[i]", " ", "y[i]"];
While[i < n,
  {i = i + 1,
   x[i] = x[i - 1] + h,
   y[i] = y[i - 1] + h*f[x[i - 1], y[i - 1]],
   Print[i, " ", x[i], " ", N[y[i], 20]]}
];
Print["y(c) = ", N[y[i], 5]]
```

ผลการทำงานของโปรแกรม	i	x[i]	y[i]
	1	1.1	1.1
	2	1.2	1.221
	3	1.3	1.36752
	4	1.4	1.5453
	5	1.5	1.76164
		y(c) =	1.76164

ในบทนี้จะเป็นการนำความสามารถของ Mathematica มาใช้ในการคำนวณเพื่อเสริมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายโดยจำแนกเนื้อหาคณิตศาสตร์ตามระดับ ม. 4 – ม. 6

6.1 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 011

1. การคำนวณเบื้องต้น บวก ลบ คูณ หาร เลขยกกำลัง และการหารากที่ 2
2. การคำนวณค่าในรูปแบบตาราง การกำหนดสูตรฟังก์ชันและการคำนวณค่า
3. การเขียนกราฟฟังก์ชัน
4. การเปลี่ยนเลขฐาน 8 ฐาน 16 เป็นเลขฐาน 10 และการคำนวณ
5. การแยกตัวประกอบพหุนาม และการกระจายพหุนาม
6. การหาคำตอบของสมการพหุนาม

ตัวอย่างการคำนวณ

1. การคำนวณเบื้องต้น บวก ลบ คูณ หาร เลขยกกำลัง และการหารากที่ 2

$$\text{In}[1]:= \{4 + 3, 4 - 3, 4 * 3, 4 / 3, 4 / 3., 4^3, \text{Sqrt}[2], \text{Sqrt}[2.]\}$$

$$\text{Out}[1]= \{7, 1, 12, \frac{4}{3}, 1.33333, 64, \sqrt{2}, 1.41421\}$$
2. การคำนวณค่าในรูปแบบตาราง การกำหนดสูตรฟังก์ชันและการคำนวณค่า

$\text{In}[2]:= f[x_] := x^2;$

$\text{In}[3]:= x := \{2, 3, 5, 7\};$

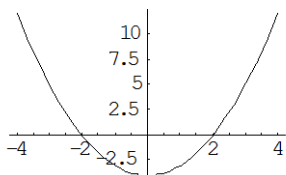
$\text{In}[4]:= \text{TableForm}[\text{Table}[\{x[[i]], f[x[[i]]\}], \{i, 1, 4\}]]$

$\text{Out}[4]/\text{TableForm} =$

2	4
3	9
5	25
7	49

3. การเขียนกราฟฟังก์ชัน

```
In[5]:= Plot[x^2 - 4, {x, -4, 4}]
```



```
Out[5]= - Graphics -
```

4. การเปลี่ยนตัวเลขในฐานต่าง ๆ ระหว่าง เลขฐาน 2 ฐาน 16 และ เลขฐาน 10

```
In[6]:= {BaseForm[17, 2], BaseForm[17, 4], BaseForm[17, 8], BaseForm[17, 16]}
```

```
Out[6]= {100012, 1014, 218, 1116}
```

```
In[7]:= {2^^10001, 4^^101, 8^^21, 16^^11}
```

```
Out[7]= {17, 17, 17, 17}
```

5. การแยกตัวประกอบ และ กระจาย พหุนาม

```
In[10]:= Factor[-4 - 3*x + x^2]
```

```
Out[10]= (-4 + x) (1 + x)
```

```
In[11]:= Expand[(-4 + x) * (1 + x)]
```

```
Out[11]= -4 - 3 x + x2
```

6. การหาคำตอบของสมการพหุนาม เช่นการหารากของ $x^2 - 2 = 0$

```
In[12]:= FindRoot[x^2 - 2 == 0, {x, 1}]
```

```
Out[12]= {x → 1.41421}
```

```
In[13]:= Solve[x^2 - 2 == 0]
```

```
Out[13]= {{x → -√2}, {x → √2}}
```

6.2 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 012

1. การเขียนกราฟ วงกลม พาราโบลา วงรี ไฮเพอร์โบลา
2. การคำนวณค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ sin, cos, tan, sec, cosec, cot
3. กราฟของ sin, cos, tan, sec, cosec, cot
4. การหา ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ความแปรปรวน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

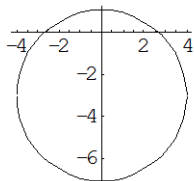
ตัวอย่างการคำนวณ

1. การเขียนกราฟ วงกลม พาราโบลา วงรี ไฮเพอร์โบลา

การเขียนกราฟของวงกลม $x^2 + (y + 3)^2 = 16$

In[1]:= << Graphics`ImplicitPlot`

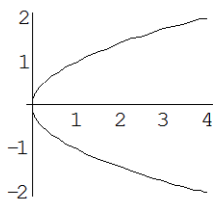
In[2]:= ImplicitPlot[x^2 + (y + 3)^2 == 16, {x, -4, 4}]



Out[2]= - Graphics -

การเขียนกราฟของพาราโบลา $x = y^2$

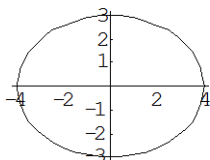
In[3]:= ImplicitPlot[y^2 == x, {x, 0, 4}]



Out[3]= - Graphics -

การเขียนกราฟของวงรี $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

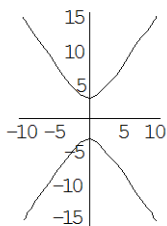
In[4]:= ImplicitPlot[x^2 / 16 + y^2 / 9 == 1, {x, -4, 4}]



Out[4]= - Graphics -

การเขียนกราฟของไฮเพอร์โบลา $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = 1$

In[5]:= ImplicitPlot[y^2 / 9 - x^2 / 4 == 1, {x, -10, 10}]



Out[5]= - Graphics -

2. การคำนวณค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ sin, cos, tan, sec, cosec, cot

```
In[6]:= {Sin[Pi / 4], Sin[Pi / 4.], Cos[Pi / 3], Cos[Pi / 3.], Tan[Pi / 6], Tan[Pi / 6.]}
```

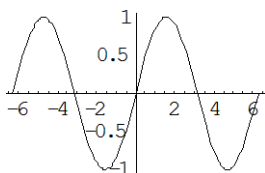
```
Out[6]= {1/√2, 0.707107, 1/2, 0.5, 1/√3, 0.57735}
```

```
In[7]:= {Csc[Pi / 4], Csc[Pi / 4.], Sec[Pi / 3], Sec[Pi / 3.], Cot[Pi / 6], Cot[Pi / 6.]}
```

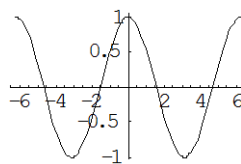
```
Out[7]= {√2, 1.41421, 2, 2., √3, 1.73205}
```

3. กราฟของ sin, cos, tan, sec, cosec, cot

```
In[8]:= Plot[Sin[x], {x, -2 * Pi, 2 * Pi}] In[9]:= Plot[Cos[x], {x, -2 * Pi, 2 * Pi}]
```

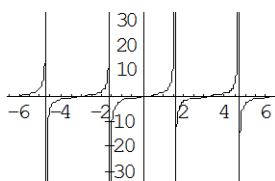


Out[8]= - Graphics -

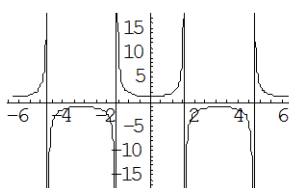


Out[9]= - Graphics -

```
In[10]:= Plot[Tan[x], {x, -2 * Pi, 2 * Pi}] In[11]:= Plot[Sec[x], {x, -2 * Pi, 2 * Pi}]
```

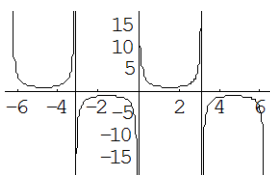


Out[10]= - Graphics -

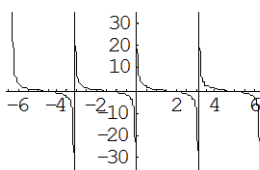


Out[11]= - Graphics -

```
In[12]:= Plot[Csc[x], {x, -2 * Pi, 2 * Pi}] In[13]:= Plot[Cot[x], {x, -2 * Pi, 2 * Pi}]
```



Out[12]= - Graphics -



Out[13]= - Graphics -

4. การหา ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ความแปรปรวน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

```
In[14]:= << Statistics`DescriptiveStatistics`
```

```
In[15]:= x := {1, 2, 3, 4, 5, 15}
```

```
In[16]:= {Mean[x], Median[x], Variance[x], StandardDeviation[x]}
```

```
Out[16]= {5, 7/2, 26, √26}
```

6.3 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 013

1. การเขียนกราฟของ $y = a^x$ และ $y = \log_a x$ การทำตารางค่า log และ เลขยกกำลัง
2. การคำนวณค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน
3. กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน
4. การคำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์

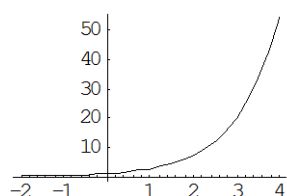
ตัวอย่างการคำนวณ

1. การคำนวณค่า การเขียนกราฟของ $y = a^x$ และ $y = \log_a x$ การทำตารางค่า log และ เลขยกกำลัง

```
In[1]:= {Exp[1], Exp[1.], Log[2], Log[2.], Log[2] // N, Log[10, 2] // N}
```

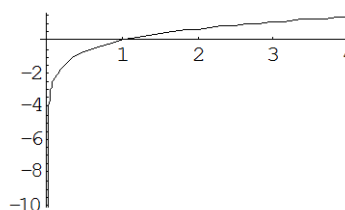
```
Out[1]= {e, 2.71828, Log[2], 0.693147, 0.693147, 0.30103}
```

```
In[2]:= Plot[Exp[x], {x, -2, 4}]
```



```
Out[2]= - Graphics -
```

```
In[3]:= Plot[Log[x], {x, 0, 4}]
```



```
Out[3]= - Graphics -
```

```
In[4]:= x := {2, 3, 5, 7};
```

```
In[5]:= TableForm[Table[{x[[i]], Exp[x[[i]]] // N, Log[x[[i]]] // N}, {i, 1, 4}]]
```

```
Out[5]//TableForm=
```

2	7.38906	0.693147
3	20.0855	1.09861
5	148.413	1.60944
7	1096.63	1.94591

2. การคำนวณค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน

```
In[6]:= {ArcSin[1], ArcSin[1.], ArcCos[-1], ArcCos[-1.], ArcTan[-1], ArcTan[-1.]}
```

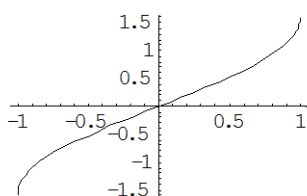
```
Out[6]= {π/2, 1.5708, π, 3.14159, -π/4, -0.785398}
```

```
In[7]:= {ArcCsc[2], ArcCsc[2.], ArcSec[2], ArcSec[2.], ArcCot[-1], ArcCot[-1.]}
```

```
Out[7]= {π/6, 0.523599, π/3, 1.0472, -π/4, -0.785398}
```

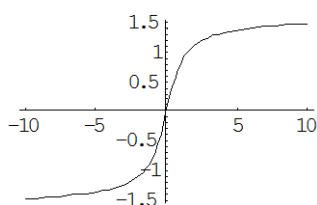
3. กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน

```
In[8]:= Plot[ArcSin[x], {x, -1, 1}]
```



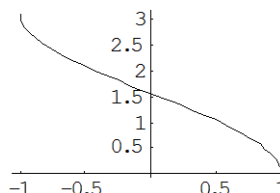
```
Out[8]= - Graphics -
```

```
In[10]:= Plot[ArcTan[x], {x, -10, 10}]
```



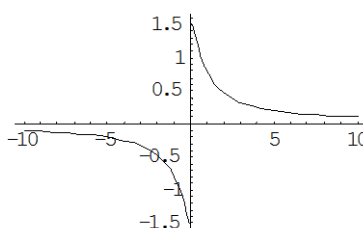
```
Out[10]= - Graphics -
```

```
In[9]:= Plot[ArcCos[x], {x, -1, 1}]
```



```
Out[9]= - Graphics -
```

```
In[11]:= Plot[ArcCot[x], {x, -10, 10}]
```



```
Out[11]= - Graphics -
```

4. การคำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์

การบวกเมทริกซ์ การคูณเมทริกซ์ สเกลาร์คูณเมทริกซ์ ค่ากำหนดของเมทริกซ์

```
In[12]:= A := {{1, 2}, {3, 4}}; B := {{2, 0}, {0, 4}}
```

```
In[13]:= {MatrixForm[A], MatrixForm[B]}
```

```
Out[13]= {{1 2}, {3 4}}, {{2 0}, {0 4}}
```

```
In[14]:= {MatrixForm[A+B], MatrixForm[A.B], MatrixForm[4*A]}
```

```
Out[14]= {{3 2}, {3 8}}, {{2 8}, {6 16}}, {{4 8}, {12 16}}
```

```
In[15]:= {MatrixForm[A^(-1)], Det[A], Det[B], Det[A.B]}
```

```
Out[15]= {{1 1/2}, {1/3 1/4}}, -2, 8, -16}
```

การหาผลเฉลยของระบบสมการ $2x + 3y = 2$

$$5x + 8y = 1$$

```
In[16]:= Clear[x]
```

```
In[17]:= Solve[{2*x + 3*y == 2, 5*x + 8*y == 1}]
```

```
Out[17]= {{x -> 13, y -> -8}}
```

หมายเหตุ: ใช้ `Clear[x]` เพื่อยกเลิกตัวแปร x

6.4 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 014

1. การบวกและลบเวกเตอร์ สเกลาร์คูณเวกเตอร์ ผลคูณเชิงสเกลาร์ ขนาดของเวกเตอร์
2. การบวกและลบจำนวนเชิงซ้อน ค่าสัมบูรณ์ อาร์กิวเมนต์ ส่วนจริง และ ส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อน
3. การหาค่าสถิติของข้อมูล

ตัวอย่างการคำนวณ

1. การบวกและลบเวกเตอร์ สเกลาร์คูณเวกเตอร์ ผลคูณเชิงสเกลาร์ ขนาดของเวกเตอร์

```
In[1]:= u := {3, 4}; v := {5, 12};
```

```
In[2]:= {MatrixForm[u], MatrixForm[v]}
```

```
Out[2]=  $\left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix} \right\}$ 
```

```
In[3]:= {MatrixForm[u + v], MatrixForm[4 * v], u.v}
```

```
Out[3]=  $\left\{ \begin{pmatrix} 8 \\ 16 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 20 \\ 48 \end{pmatrix}, 63 \right\}$ 
```

2. การบวกและลบจำนวนเชิงซ้อน ค่าสัมบูรณ์ อาร์กิวเมนต์ ส่วนจริง และ ส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อน

```
In[4]:= z := 3 + 4 * i; w := 5 + 12 * i;
```

```
In[5]:= {z + w, 4 * z, z * w, Re[z], Im[z]}
```

```
Out[5]= {8 + 16 i, 12 + 16 i, -33 + 56 i, 3, 4}
```

3. การหาค่าสถิติของข้อมูล

```
In[6]:= << Statistics`DescriptiveStatistics`
```

```
In[7]:= x := {2, 3, 2, 4, 2, 1, 6}
```

```
In[8]:= {Mean[x], Median[x], Mode[x], Variance[x], StandardDeviation[x],  
Min[x], Max[x]}
```

```
Out[8]=  $\left\{ \frac{20}{7}, 2, 2, \frac{59}{21}, \sqrt{\frac{59}{21}}, 1, 6 \right\}$ 
```

6.5 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 015

1. การหาลิมิตของลำดับ การหาผลบวกของอนุกรม และ สูตรผลบวกของอนุกรม
2. การหาลิมิตของฟังก์ชัน และอนุพันธ์ของฟังก์ชัน และ อนุพันธ์อันดับสูง และการเขียนกราฟของ f, f'
3. การหาค่าอินทิกรัล การหาสูตรอินทิกรัล และการหาพื้นที่ใต้โค้ง

ตัวอย่างการคำนวณ

1. การหาลิมิตของลำดับ การหาผลบวกของอนุกรม และ สูตรผลบวกของอนุกรม

In[1]:= `Limit[2*n / (3*n + 1), n -> ∞]` หมายเหตุ สัญลักษณ์ ∞ → ได้จากการพิมพ์ ->
 Out[1]= $\frac{2}{3}$ สัญลักษณ์ ∞ ได้จากการพิมพ์ \[Infinity]
 หรือ <Esc>inf<Esc>

In[2]:= `{Sum[i, {i, 1, 10}], Sum[i^2, {i, 1, 10}]}`

Out[2]= {55, 385}

In[3]:= `{Sum[i, {i, 1, n}], Sum[i^2, {i, 1, n}]}`

Out[3]= $\left\{ \frac{1}{2} n (1+n), \frac{1}{6} n (1+n) (1+2n) \right\}$

2. การหาลิมิตของฟังก์ชัน อนุพันธ์ของฟังก์ชัน และ อนุพันธ์อันดับสูง และการเขียนกราฟของ
- f, f'

In[4]:= `Limit[x^2 + x + 1, x -> 1]`

Out[4]= 3

In[5]:= `f[x_] := x^2 - x - 6`

In[6]:= `D[f[x], x]`

Out[6]= $-1 + 2x$

In[7]:= `D[f[x], x] /. x -> 4`

Out[7]= 7

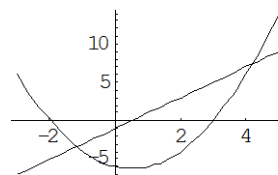
In[8]:= `f'[4]`

Out[8]= 7

In[9]:= `D[f[x], {x, 2}]`

Out[9]= 2

In[10]:= `Plot[{f[x], f'[x]}, {x, -3, 5}]`



Out[10]= - Graphics -

3. การหาค่าอินทิกรัล การหาสูตรอินทิกรัล และการหาพื้นที่ใต้โค้ง

In[11]:= `Integrate[x^2, x]`

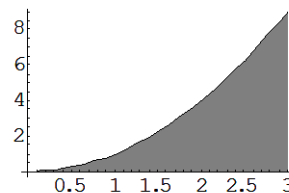
Out[11]= $\frac{x^3}{3}$

In[12]:= `Integrate[x^2, {x, 0, 1}]`

Out[12]= $\frac{1}{3}$

In[13]:= `<< Graphics`FilledPlot``

In[14]:= `FilledPlot[x^2, {x, 0, 3}]`



Out[14]= - Graphics -

In[15]:= `Integrate[x^2, {x, 0, 3}]`

Out[15]= 9

6.6 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 016

1. การคำนวณ $n!$, ${}^n P_r$, ${}^n C_r$ และการกระจายทวินาม
2. กราฟแผนภาพการกระจายของข้อมูล
3. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

ตัวอย่างการคำนวณ

1. การคำนวณ $n!$, ${}^n P_r$, ${}^n C_r$ และการกระจายทวินาม

In[1]:= {0!, 1!, 2!, 5! / (3! * 2!)}

In[4]:= nPr[n_, r_] := n! / (n - r) !;

Out[1]= {1, 1, 2, 10}

In[5]:= nPr[5, 2]

In[2]:= nCr[n_, r_] := n! / (r! * (n - r) !);

Out[5]= 20

In[3]:= nCr[5, 2]

In[6]:= Expand[(a + b) ^4]

Out[3]= 10

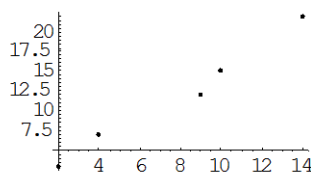
Out[6]= $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

2. กราฟแผนภาพการกระจายของข้อมูล

ตัวอย่างข้อมูลเช่น

x	y
2	3
4	7
9	12
10	15
14	22

In[7]:= ListPlot[{{2, 3}, {4, 7}, {9, 12}, {10, 15}, {14, 22}},
PlotStyle -> {PointSize[0.025]}]



Out[7]= - Graphics -

3. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

In[8]:= << Statistics`LinearRegression`

In[9]:= xy = {{2, 3}, {4, 7}, {9, 12}, {10, 15}, {14, 22}};

In[10]:= Regress[xy, {1, x}, x]

Out[10]= {ParameterTable ->

	Estimate	SE	TStat	PValue
1	0.049569	1.09396	0.0453117	0.966706
x	1.50647	0.122769	12.2707	0.00116567

,
RSquared -> 0.980465, AdjustedRSquared -> 0.973953, EstimatedVariance -> 1.39871,
ANOVA Table ->

	DF	SumOfSq	MeanSq	FRatio	PValue
Model	1	210.604	210.604	150.57	0.00116567
Error	3	4.19612	1.39871		
Total	4	214.8			

}

สมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลคือ $y = 1.50647x + 0.049596$

6.7 Mathematica กับการเฉลยข้อสอบคณิตศาสตร์ Entrance

ข้อสอบ Entrance สามารถหาคำตอบได้ด้วยโปรแกรม Mathematica ตัวอย่างเช่น

ข้อสอบคณิตศาสตร์ 1. มีนาคม 2546 ข้อ 18.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} [\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} - \sqrt{(1+x)(1-x^2)} + \sqrt{(1-x)(1-x^2)}] \text{ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้}$$

- | | |
|------------------|------------------|
| 1. 0 | 2. $\frac{1}{4}$ |
| 3. $\frac{1}{2}$ | 4. 1 |

การคำนวณด้วย Mathematica

```
In[1]:= Limit[(1/x^3) *
(Sqrt[1+x] - Sqrt[1-x] - Sqrt[(1+x)*(1-x^2)] + Sqrt[(1-x)*(1-x^2)]),
x -> 0]
```

$$\text{Out[1]} = \frac{1}{2}$$

เพราะฉะนั้นตอบข้อ 3.

ข้อสอบคณิตศาสตร์ 2. มีนาคม 2546 ข้อ 11.

ถ้า $\frac{1}{1-\sin x} + \frac{1}{1+\sin x} = 8$ โดยที่ $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ แล้ว $\sin x + \cos 2x + \tan 3x$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| 1. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ | 2. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ |
| 3. $-\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ | 4. $-\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ |

การคำนวณด้วย Mathematica

```
In[1]:= Solve[1/(1-Sin[x]) + 1/(1+Sin[x]) == 8]
```

$$\text{Out[1]} = \left\{ \left\{ \sin[x] \rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} \right\}, \left\{ \sin[x] \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \right\} \right\}$$

$$\text{In[2]} := x = \text{ArcSin}\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}\right];$$

```
In[3]:= Sin[x] + Cos[2*x] + Tan[3*x]
```

$$\text{Out[3]} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

เพราะฉะนั้นตอบข้อ 3.

ข้อสอบคณิตศาสตร์ 1. มีนาคม 2545 ข้อ 2.

$-\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ - \sin^2 3^\circ + \dots - \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

การคำนวณด้วย Mathematica

```
In[4]:= Sum[(-1)^n * Sin[n/180. * Pi]^2, {n, 1, 90}]
```

$$\text{Out[4]} = 0.5$$

เพราะฉะนั้น $-\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ - \sin^2 3^\circ + \dots - \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$ มีค่าเท่ากับ 0.5

บทที่ 7.

การคำนวณระดับอุดมศึกษาด้วย Mathematica

ในระดับอุดมศึกษามีปัญหาทางด้านการคำนวณมากมาย หากนักเรียนนิสิต นักศึกษา หรือ ผู้สอน ได้นำความสามารถของโปรแกรมสำเร็จรูป Mathematica มาใช้ในการคำนวณก็จะทำให้เกิดประโยชน์อย่างมาก ในบทนี้จึงได้ยกตัวอย่างการคำนวณทางคณิตศาสตร์ระดับอุดมศึกษา จำแนกเป็นกลุ่มต่าง ๆ ดังนี้

1. แคลคูลัส
2. สมการเชิงอนุพันธ์
3. การวิเคราะห์เชิงตัวเลข
4. พีชคณิตเชิงเส้น
5. สถิติและความน่าจะเป็น
6. คณิตศาสตร์ขั้นสูง

7.1 เสริมการคำนวณแคลคูลัสด้วย Mathematica

7.7.1 การคำนวณค่าลิมิต

In[1]:= `Limit[(Sqrt[x + 4] - 2) / x, x -> 0]`

Out[1]= $\frac{1}{4}$

In[2]:= `Limit[Sqrt[x^2 - 4] / (x + 4), x -> ∞]`

Out[2]= 1

In[3]:= `Limit[Abs[x] / x, x -> 0, Direction -> 1]`

Out[3]= -1

In[4]:= `Limit[Abs[x] / x, x -> 0, Direction -> -1]`

Out[4]= 1

7.7.2 การหาอนุพันธ์ อนุพันธ์อันดับสูง และ อนุพันธ์ย่อย

In[1]:= `f[x_] := x^4;`

In[2]:= `D[f[x], x]`

Out[2]= $4x^3$

In[3]:= `D[f[x], {x, 2}]`

Out[3]= $12x^2$

In[4]:= `D[f[x], x] /. x -> 3`

Out[4]= 108

In[5]:= `f[x_, y_] := x^4 * y^3;`

In[6]:= `D[f[x, y], x, y]`

Out[6]= $12x^3y^2$

In[7]:= `D[f[x, y], x, y] /. {x -> 2, y -> 1}`

Out[7]= 96

In[8]:= `D[f[x, y], {x, 2}, {y, 3}]`

Out[8]= $72x^2$

7.1.3 การคำนวณปริพันธ์ ผลการคำนวณเป็นสูตร และ ผลการคำนวณเป็นตัวเลข

```
In[1]:= Integrate[x^2, x]
```

$$\text{Out[1]} = \frac{x^3}{3}$$

```
In[2]:= Integrate[x^2, {x, 0, 1}]
```

$$\text{Out[2]} = \frac{1}{3}$$

```
In[3]:= Integrate[x^2 * y^3, x, y]
```

$$\text{Out[3]} = \frac{x^3 y^4}{12}$$

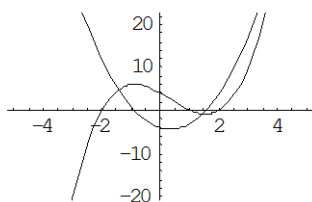
```
In[4]:= Integrate[x^2 * y^3, {x, 0, 2}, {y, 0, 3}]
```

$$\text{Out[4]} = 54$$

7.1.4 กราฟของฟังก์ชัน f , f' และ f''

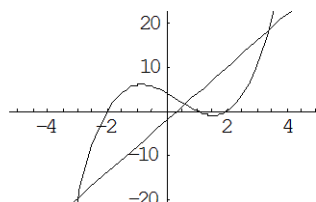
```
In[1]:= f[x_] := x^3 - x^2 - 4*x + 4;
```

```
In[2]:= Plot[{f[x], f'[x]}, {x, -5, 5}]
```



Out[2]= - Graphics -

```
In[3]:= Plot[{f[x], f''[x]}, {x, -5, 5}]
```



Out[3]= - Graphics -

7.1.5 การหาผลบวกกริมันน์ (Riemann sum) เช่นผลบวกกริมันน์ของ $f(x) = x^2 - 4x + 6$ บนช่วง $[1, 3]$

```
In[1]:= f[x_] := x^2 - 4*x + 6;
```

```
n := 10;
```

```
a := 1;
```

```
b := 3;
```

```
h := (b - a) / n;
```

```
s := 0;
```

```
For[i = 1, i < n + 1, i = i + 1,
```

```
{xi := a + (i - 1) * h;
```

```
s = s + h * f[xi]};
```

```
Print["Riemann sum = ", N[s, 4]]
```

Riemann sum = 4.68

```
In[10]:= f[x_] := x^2 - 4*x + 6;
```

```
n := 100;
```

```
a := 1;
```

```
b := 3;
```

```
h := (b - a) / n;
```

```
s := 0;
```

```
For[i = 1, i < n + 1, i = i + 1,
```

```
{xi := a + (i - 1) * h;
```

```
s = s + h * f[xi]};
```

```
Print["Riemann sum = ", N[s, 4]]
```

Riemann sum = 4.6668

```
In[9]:= Integrate[x^2 - 4*x + 6, {x, 1, 3}] // N
```

Out[9]= 4.66667

เพราะฉะนั้น ค่าของ $\int_1^3 (x^2 - 4x + 6)dx = 4.666666$

7.1.6 การแทนฟังก์ชันด้วยพหุนามเทย์เลอร์ เช่น พหุนามเทย์เลอร์ของ $\sin(x)$, $\arctan(x)$, $\cos(x)$, $\ln(x)$

In[1]:= Series[Sin[x], {x, 0, 7}]

Out[1]= $x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \frac{x^7}{5040} + O[x]^8$

In[3]:= Series[Cos[x], {x, 0, 6}]

Out[3]= $1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^6}{720} + O[x]^7$

In[2]:= Series[ArcTan[x], {x, 0, 7}]

Out[2]= $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + O[x]^8$

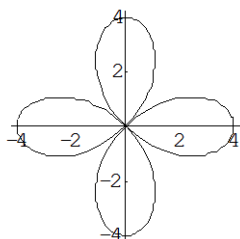
In[4]:= Series[Log[x], {x, 1, 3}]

Out[4]= $(x - 1) - \frac{1}{2} (x - 1)^2 + \frac{1}{3} (x - 1)^3 + O[x - 1]^4$

7.1.7 การเขียนกราฟในพิกัดเชิงขั้ว ตัวอย่างเช่นกราฟของ $r = 4\cos(2t)$ และ $r = 1 + \cos t$, $r = \sin(t)$

In[1]:= << Graphics`Graphics`

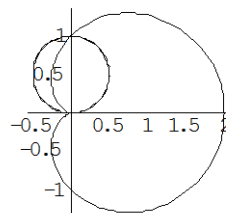
In[2]:= PolarPlot[4 * Cos[2 * t], {t, 0, 2 * Pi}]



Out[2]= - Graphics -

In[3]:= PolarPlot[{1 + Cos[t], Sin[t]},

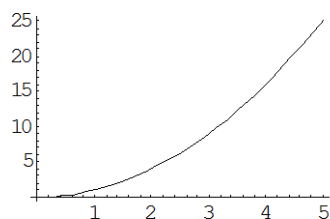
{t, 0, 2 * Pi}]



Out[3]= - Graphics -

7.1.8 การเขียนกราฟของส่วนโค้ง เช่นเส้นโค้งที่เป็นรอยทางเดินของ $r(t) = (t, t^2)$ บนช่วง $0 < t < 5$

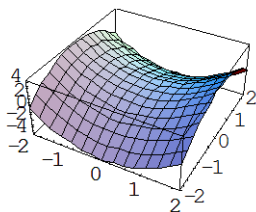
In[3]:= ParametricPlot[{t, t^2}, {t, 0, 5}]



Out[3]= - Graphics -

7.1.9 การเขียนกราฟ 3 มิติ เช่น กราฟของ $z = x^2 - y^2$

In[2]:= Plot3D[x^2 - y^2, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}]

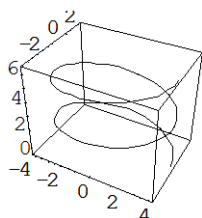


Out[2]= - SurfaceGraphics -

7.1.10 การเขียนกราฟของรอยทางเดินใน 3 มิติ

```
In[1]:= << Graphics`Graphics`
```

```
In[2]:= ParametricPlot3D[{4 * Cos[t], 3 * Sin[t], t / 2}, {t, 0, 4 * Pi}]
```

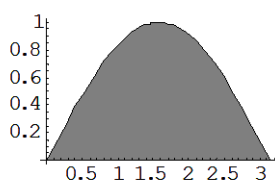


```
Out[2]= - Graphics3D -
```

7.1.11 การเขียนกราฟแบบแรเงาและการหาพื้นที่

```
In[1]:= << Graphics`FilledPlot`
```

```
In[2]:= FilledPlot[Sin[t], {t, 0, Pi}]
```

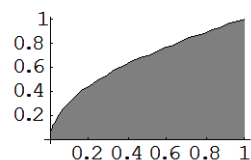


```
Out[2]= - Graphics -
```

```
In[3]:= Integrate[Sin[t], {t, 0, Pi}]
```

```
Out[3]= 2
```

```
In[4]:= FilledPlot[Sqrt[x], {x, 0, 1}]
```



```
Out[4]= - Graphics -
```

```
In[5]:= Integrate[Sqrt[x], {x, 0, 1}]
```

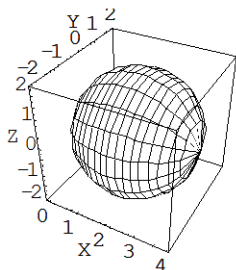
```
Out[5]= 2/3
```

7.1.12 การเขียนกราฟของอาณาบริเวณที่เกิดจากการหมุนและการหาปริมาตรและพื้นที่ผิว

```
In[1]:= << Graphics`SurfaceOfRevolution`
```

```
In[2]:= f[x_] := Sqrt[4 - (x - 2) ^ 2];
```

```
In[3]:= SurfaceOfRevolution[f[x], {x, 0, 4}, RevolutionAxis -> {1, 0, 0}, Shading -> False,
  AxesLabel -> {"X", "Y", "Z"}]
```



```
Out[3]= - Graphics3D -
```

```
In[4]:= Pi * Integrate[f[x]^2, {x, 0, 4}]
```

$$\text{Out[4]} = \frac{32\pi}{3}$$

```
In[5]:= 2 * Pi * Integrate[f[x] * Sqrt[1 + f'[x]^2], {x, 0, 4}]
```

$$\text{Out[5]} = 16\pi$$

หมายเหตุ การหมุนเส้นโค้ง $f(x) = \sqrt{4 - (x-2)^2}$ บนช่วง $[0, 4]$ รอบแกน X

จะได้อาณาบริเวณเป็นทรงกลมรัศมี $r = 2$

$$\text{ปริมาตรที่เกิดจากการหมุน} = \pi \int_0^4 [f(x)]^2 dx = \frac{32\pi}{3} \quad (\text{สูตรปริมาตรทรงกลม} = \frac{4}{3}\pi r^2 = \frac{32\pi}{3})$$

$$\text{พื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุน} = 2\pi \int_0^4 f(x) \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx = 16\pi \quad (\text{สูตรพื้นที่ผิวทรงกลม} = 4\pi r^2 = 16\pi)$$

7.1.13 การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน ตัวอย่างเช่นการหาค่าต่ำสุดของ $f(x) = x^2 + 2x - 3$

```
In[1]:= FindMinimum[x^2 + 2 * x - 3, {x, 1}]
```

$$\text{Out[1]} = \{-4., \{x \rightarrow -1.\}\}$$

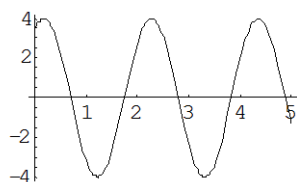
เพราะฉะนั้น $f(-1) = -4$ เป็นค่าต่ำสุด

หมายเหตุ FindMinimum[f, {x, a}] เป็นคำสั่งหาค่าต่ำสุดของ $f(x)$ รอบ ๆ จุด $x = a$

7.2 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับสมการเชิงอนุพันธ์ด้วย Mathematica

7.2.1 กราฟของการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิก

```
In[1]:= Plot[4 * Sin[3 * t + Pi / 3], {t, 0, 5}]
```



Out[1]= - Graphics -

7.2.2 การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้น

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{dx}{dt} - 2xt = t$

```
In[2]:= DSolve[x' [t] - 2 * t * x[t] == t, x[t], t]
```

$$\text{Out[2]} = \left\{ \left\{ x[t] \rightarrow -\frac{1}{2} + e^{t^2} C[1] \right\} \right\}$$

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ $x'' + 4x = 0$

```
In[3]:= DSolve[x'' [t] + 4 * x[t] == 0, x[t], t]
```

$$\text{Out[3]} = \left\{ \left\{ x[t] \rightarrow C[2] \text{Cos}[2 t] - C[1] \text{Sin}[2 t] \right\} \right\}$$

7.2.3 การหาผลการแปลงลาปลาซ และ ผลการแปลงลาปลาซผกผัน

ตัวอย่างเช่น $L\{\sin(x)\} = \frac{1}{1+s^2}$ และ $L^{-1}\left\{\frac{1}{1+s^2}\right\} = \sin x$

In[4]:= `LaplaceTransform[Sin[x], x, s]`

Out[4]= $\frac{1}{1+s^2}$

In[5]:= `InverseLaplaceTransform[1/(1+s^2), s, x]`

Out[5]= `Sin[x]`

7.3 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับการวิเคราะห์เชิงตัวเลขด้วย Mathematica

7.3.1 การประมาณเส้นโค้ง $y(x)$ ที่ผ่านจุด $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$

ตัวอย่าง จงหาพหุนามที่ผ่านจุด $(1, 2), (2, 5), (3, 13), (4, 20)$

In[1]:= `InterpolatingPolynomial[{2, 5, 13, 20}, x]`

Out[1]= $2 + \left(3 + \left(\frac{11}{2} - x\right)(-2 + x)\right)(-1 + x)$

In[2]:= `Expand[Out[1]]`

Out[2]= $10 - \frac{31x}{2} + \frac{17x^2}{2} - x^3$

เพราะฉะนั้นพหุนามที่ผ่านจุด $(1, 2), (2, 5), (3, 13), (4, 20)$ คือ $10 - \frac{31}{2}x + \frac{17}{2}x^2 - x^3$

ตัวอย่าง จงหาพหุนามที่ผ่านจุด $(2, 5), (5, 7), (7, 10), (9, 12), (11, 15)$

In[3]:= `InterpolatingPolynomial[{{2, 5}, {5, 7}, {7, 10}, {9, 12}, {11, 15}}, x]`

Out[3]= $5 + \left(\frac{2}{3} + \left(\frac{1}{6} + \left(-\frac{1}{24} + \frac{1}{108}(-9 + x)\right)(-7 + x)\right)(-5 + x)\right)(-2 + x)$

In[4]:= `Expand[Out[3]]`

Out[4]= $\frac{169}{12} - \frac{1841x}{216} + \frac{133x^2}{54} - \frac{55x^3}{216} + \frac{x^4}{108}$

เพราะฉะนั้นพหุนามที่ผ่านจุด 5 จุดที่กำหนดให้คือ $\frac{169}{12} - \frac{1841}{216}x + \frac{133}{54}x^2 - \frac{55}{216}x^3 + \frac{1}{108}x^4$

7.3.2 การหารากของสมการ

ตัวอย่าง การหารากของสมการ $x^2 - 5 = 0$

In[1]:= `Solve[x^2 - 5 == 0, x]`

Out[1]= $\{\{x \rightarrow -\sqrt{5}\}, \{x \rightarrow \sqrt{5}\}\}$

ตัวอย่าง การหารากของสมการ $\sin x - \cos x = 0$

In[2]:= `FindRoot[Sin[x] - Cos[x] == 0, {x, 1}]`

Out[2]= $\{x \rightarrow 0.785398\}$

เพราะฉะนั้นรากสมการ $\sin x - \cos x = 0$ คือ $0.785398 = \frac{\pi}{4}$

7.3.3 การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น และ ไม่เชิงเส้น

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการ $x + y + z = 12$

$$x - y + z = 4$$

$$x + y - z = 2$$

```
In[1]:= NSolve[{x + y + z == 12, x - y + z == 4, x + y - z == 2}]
```

```
Out[1]= {{x -> 3., y -> 4., z -> 5.}}
```

เพราะฉะนั้นผลเฉลยคือ $x = 3$, $y = 4$ และ $z = 5$ ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการ $x^2 + y^2 = 25$

$$x + y = 7$$

```
In[2]:= NSolve[{x^2 + y^2 == 25, x + y == 7}]
```

```
Out[2]= {{x -> 3., y -> 4.}, {x -> 4., y -> 3.}}
```

รากของสมการคือ (3, 4) และ (4, 3)

7.3.4 การประมาณค่า $y(c)$ เมื่อกำหนด $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ และผ่านจุด (x_0, y_0) โดยวิธีของออยเลอร์ที่ปรับปรุงแล้วที่มีสูตร $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}(f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, y_n + hf(x_n, y_n)))$ เมื่อ $h = \frac{c - x_0}{n}$, $x_{n+1} = x_n + h$ จงหาค่าประมาณค่า $y(1)$ เมื่อกำหนด $\frac{dy}{dx} = x + y$ และผ่านจุด (0, 0)

```
In[1]:= f[x_, y_] := x + y;
n := 1000;
x[0] := 0
y[0] = 0;
c := 1;
h := (c - x[0]) / n;
For[i = 0, i < n + 1, i = i + 1,
  {x[i + 1] = x[i] + h,
   fi = f[x[i], y[i]],
   fiplus = f[x[i + 1], y[i] + h * fi],
   y[i + 1] = y[i] + (h / 2) * (fi + fiplus)}
];
Print["y(c) = ", N[y[n], 20]]
y(c) = 0.71828137575176083736
```

หมายเหตุ ผลเฉลยแท้จริงคือ $y(x) = e^x - x - 1$ เพราะฉะนั้นค่าจริง $y(1) = 0.718282$

7.4 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับพีชคณิตเชิงเส้นด้วย Mathematica

7.4.1 การคำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์

```

In[1]:= A := {{1, 2}, {3, 4}}
In[2]:= MatrixForm[A]
Out[2]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

In[3]:= B = {{2, 0}, {0, 4}}
Out[3]= {{2, 0}, {0, 4}}
In[4]:= MatrixForm[B]
Out[4]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

In[5]:= {MatrixForm[A + B], MatrixForm[A . B]}
Out[5]=  $\left\{ \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 6 & 16 \end{pmatrix} \right\}$ 
In[6]:= {Det[A], MatrixForm[Transpose[A]]}
Out[6]=  $\left\{ -2, \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \right\}$ 
In[7]:= MatrixForm[Inverse[A]]
Out[7]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$


```

7.4.2 การหาค่าเฉพาะ และ เวกเตอร์เฉพาะ ของเมทริกซ์

ตัวอย่าง การหาสมการลักษณะเฉพาะ ค่าเฉพาะ และ เวกเตอร์เฉพาะของเมทริกซ์ $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

```

In[1]:= A = {{4, 0}, {1, 3}};
In[2]:= MatrixForm[A]
Out[2]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

In[3]:= Simplify[Det[A - x * IdentityMatrix[2]]]
Out[3]= 12 - 7 x + x2
In[4]:= Eigenvalues[A]
Out[4]= {3, 4}
In[5]:= Eigenvectors[A]
Out[5]= {{0, 1}, {1, 1}}
In[6]:= Eigensystem[A]
Out[6]= {{3, 4}, {{0, 1}, {1, 1}}}

```

ค่าเฉพาะคือ 3, 4 โดยมีเวกเตอร์เฉพาะเป็น (0, 1) และ (1, 1) ตามลำดับ

7.4.3 การหาเมทริกซ์ลดรูปเป็นขั้นแบบแถวที่สมมูลกับ A

```

In[45]:= A = {{4, 1, 1, 4}, {1, 3, 4, 1}, {2, 1, 2, 2}};
In[46]:= MatrixForm[A]
Out[46]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

In[47]:= MatrixForm[RowReduce[A]]
Out[47]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$


```

7.4.4 การหามูลฐานเชิงตั้งฉากปกติของ R^3 โดยใช้กระบวนการของ Gram - Schmidt

ตัวอย่าง กำหนดมูลฐาน $\{v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\}$

In[1]:= << LinearAlgebra`Orthogonalization`

In[2]:= v1 = {1, 1, 1};
v2 = {0, 1, 1};
v3 = {0, 0, 1};
GramSchmidt[{v1, v2, v3}]

Out[5]= $\left\{ \left\{ \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}, \left\{ -\sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}} \right\}, \left\{ 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\} \right\}$

เพราะฉะนั้นมูลฐานเชิงตั้งฉากปกติคือ $\{u_1 = \begin{pmatrix} 0.577 \\ 0.577 \\ 0.577 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} -0.816 \\ 0.408 \\ 0.408 \end{pmatrix}, u_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.707 \\ 0.707 \end{pmatrix}\}$

7.4.5 การแปลงเมทริกซ์ A ให้เป็นเมทริกซ์เฉียง (Orthogonal Diagonalization)

In[1]:= A = {{1, 2}, {2, 1}}; MatrixForm[A]

Out[1]//MatrixForm=
 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

In[2]:= {P, MD, Q} = SingularValues[N[A]]

Out[2]= $\left\{ \left\{ \{-0.707107, -0.707107\}, \{-0.707107, 0.707107\} \right\}, \{3., 1.\}, \left\{ \{-0.707107, -0.707107\}, \{0.707107, -0.707107\} \right\} \right\}$

In[3]:= {MatrixForm[P], MatrixForm[DiagonalMatrix[MD]], MatrixForm[Q]}

Out[3]= $\left\{ \left(\begin{array}{cc} -0.707107 & -0.707107 \\ -0.707107 & 0.707107 \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} 3. & 0 \\ 0 & 1. \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} -0.707107 & -0.707107 \\ 0.707107 & -0.707107 \end{array} \right) \right\}$

In[4]:= MatrixForm[Transpose[P].DiagonalMatrix[MD].Q]

Out[4]//MatrixForm=
 $\begin{pmatrix} 1. & 2. \\ 2. & 1. \end{pmatrix}$

In[5]:= MatrixForm[Transpose[P].A.P]

Out[5]//MatrixForm=
 $\begin{pmatrix} 3. & 4.44089 \times 10^{-16} \\ 4.996 \times 10^{-16} & -1. \end{pmatrix}$

เพราะฉะนั้น เมื่อกำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ จะได้ว่า $P = \begin{bmatrix} -0.707107 & -0.707107 \\ -0.707107 & 0.707107 \end{bmatrix}$ จะได้ว่า $P^T A P = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

7.5 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับความน่าจะเป็นและสถิติด้วย Mathematica

7.5.1 การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มทวินาม

```
In[1]:= << Statistics`DiscreteDistributions`
In[2]:= b[x_, n_, p_] := PDF[BinomialDistribution[n, p], x];
In[3]:= {b[0, 5, 0.25], b[1, 5, 0.25], b[2, 10, 0.4], b[4, 12, 0.8]}
Out[3]:= {0.237305, 0.395508, 0.120932, 0.000519045}
```

หมายเหตุ ฟังก์ชัน $b(x, n, p) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มทวินาม

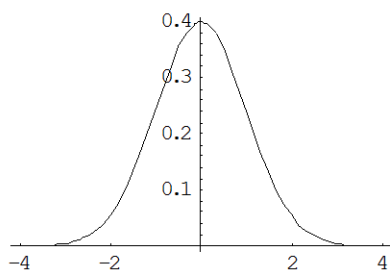
7.5.2 การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มปัวส์ซง

```
In[1]:= << Statistics`DiscreteDistributions`
In[2]:= p[x_, mu_] := PDF[PoissonDistribution[mu], x];
In[3]:= {p[0, 2.], p[1, 2.], p[2, 2.]}
Out[3]:= {0.135335, 0.270671, 0.270671}
```

หมายเหตุ ฟังก์ชัน $p(x, \mu)$ มีค่าเท่ากับ $\frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มปัวส์ซง

7.5.3 การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มปกติ

```
In[1]:= << Statistics`ContinuousDistributions`
In[2]:= f[x_, mu_, sigma_] := PDF[NormalDistribution[mu, sigma], x];
In[3]:= {f[1, 0., 1.], f[2, 0., 1.]}
Out[3]:= {0.241971, 0.053991}
In[4]:= Plot[f[x, 0, 1], {x, -4, 4}]
```



```
Out[4]:= - Graphics -
```

```
In[5]:= cmf[x_, mu_, sigma_] := CDF[NormalDistribution[mu, sigma], x];
In[6]:= {cmf[0., 0, 1], cmf[1., 0, 1]}
Out[6]:= {0.5, 0.841345}
```

$$\text{หมายเหตุ } f(x_0, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$\text{cmf}(x_0, \mu, \sigma) = P(X < x_0)$ เมื่อ X เป็นตัวแปรสุ่มปกติ ค่าเฉลี่ย μ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ

7.5.4 การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่ ระดับชั้นความเสรี v

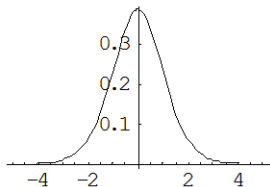
```
In[1]:= << Statistics`ContinuousDistributions`
```

```
In[2]:= f[t_, v_] := PDF[StudentTDistribution[v], t];
```

```
In[3]:= {f[1, 10.], f[2, 10.]}
```

```
Out[3]= {0.230362, 0.0611458}
```

```
In[4]:= Plot[f[t, 10], {t, -5, 5}]
```



```
Out[4]= - Graphics -
```

```
In[5]:= cmf[t_, v_] := CDF[StudentTDistribution[v], t];
```

```
In[6]:= {cmf[0., 10.], cmf[1., 10.]}
```

```
Out[6]= {1/2, 0.829553}
```

$$\text{หมายเหตุ } f(t, v) = \frac{\Gamma(\frac{v+1}{2})}{\Gamma(\frac{v}{2})\sqrt{\pi v}} \left(1 + \frac{t^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}}$$

$\text{cmf}(t_0, v) = P(t < t_0)$ เมื่อ t เป็นตัวแปรสุ่มที่ ระดับชั้นความเสรี v

7.5.5 การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มไคสแควร์ ระดับชั้นความเสรี v

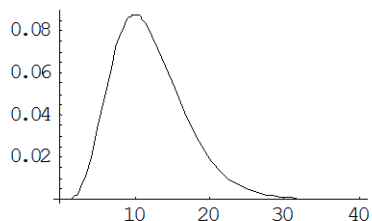
```
In[1]:= << Statistics`ContinuousDistributions`
```

```
In[2]:= f[x_, v_] := PDF[ChiSquareDistribution[v], x];
```

```
In[3]:= {f[1, 12.], f[2, 12.]}
```

```
Out[3]= {0.0000789753, 0.00153283}
```

```
In[4]:= Plot[f[x, 12], {x, 0, 40}]
```



```
Out[4]= - Graphics -
```

```
In[5]:= cmf[x_, v_] := CDF[ChiSquareDistribution[v], x];
```

```
In[6]:= {cmf[2., 10.], cmf[3., 10.]}
```

```
Out[6]= {0.00365985, 0.0185759}
```

หมายเหตุ χ^2 เป็นตัวแปรสุ่มไคสแควร์ ระดับชั้นความเสรี v

$$f(x, v) = \frac{1}{2^{\frac{v}{2}} \Gamma(\frac{v}{2})} x^{\frac{v}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}$$

เป็นฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น และ $\text{cmf}(k, v) = P(\chi^2 < k)$

7.5.6 การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มเอฟ ระดับชั้นความเสรี v_1 และ v_2

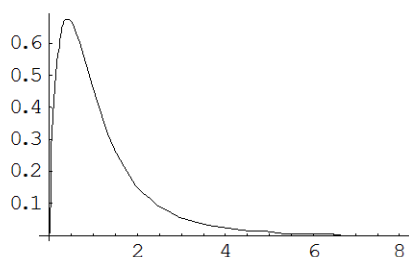
```
In[1]:= << Statistics`ContinuousDistributions`
```

```
In[2]:= f[f_, v1_, v2_] := PDF[FRatioDistribution[v1, v2], f];
```

```
In[3]:= {f[3, 4., 10.], f[4, 4., 10.]}
```

```
Out[3]= {0.0577303, 0.0239049}
```

```
In[4]:= Plot[f[x, 4., 10.], {x, 0, 8}]
```



```
Out[4]= - Graphics -
```

```
In[5]:= cmf[f_, v1_, v2_] := CDF[FRatioDistribution[v1, v2], f];
```

```
In[6]:= {cmf[3., 4., 10.], cmf[4., 4., 10.]}
```

```
Out[6]= {0.927677, 0.965686}
```

หมายเหตุ F เป็นตัวแปรสุ่มเอฟ ระดับชั้นความเร็ว v_1 และ v_2 มีฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น

$$f(f, v_1, v_2) = \frac{\Gamma(\frac{v_1+v_2}{2})\Gamma(\frac{v_1}{2})f^{\frac{v_1}{2}-1}}{\Gamma(\frac{v_1}{2})\Gamma(\frac{v_2}{2})(1+\frac{v_1}{v_2}f)^{\frac{v_1+v_2}{2}}} \text{ และ } \text{cmf}(k, v_1, v_2) = P(F < k)$$

7.5.7 การหาสมการถดถอย และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ r และ การเขียนแผนภาพกระจายข้อมูล

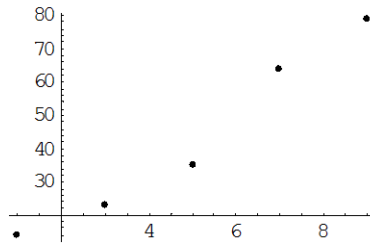
ตัวอย่างข้อมูลจากตาราง

x	y
1	14
3	23
5	35
7	64
9	79

```
In[1]:= << Statistics`LinearRegression`
```

```
In[2]:= data = {{1, 14}, {3, 23}, {5, 35}, {7, 64}, {9, 79}};
```

```
In[3]:= ListPlot[data, PlotStyle -> {PointSize[0.025]}]
```



```
Out[3]= - Graphics -
```

```
In[4]:= Regress[data, {1, x}, x]
```

```
Out[4]= {ParameterTable -> 1      Estimate      SE          TStat       PValue
          x      8.55         0.991211   8.62581     0.00327678
          ,
          RSquared -> 0.961243, AdjustedRSquared -> 0.948323, EstimatedVariance -> 39.3,
          ANOVATable -> Model    DF      SumOfSq    MeanSq     FRatio     PValue
          Error    3      117.9      39.3       74.4046   0.00327678
          Total    4      3042.     }

```

สมการถดถอยคือ $y = 0.25 + 8.55x$ และ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คือ $r = \sqrt{0.961243} = 0.98043$

7.5.8 กราฟของแผนภาพการกระจายบนกราฟสเกล log

ตัวอย่างข้อมูลเช่น

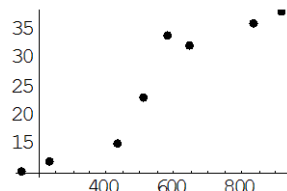
```
In[1]:= << Graphics`Graphics`
```

```
In[2]:= data = {{150, 10}, {235, 12}, {432, 15},
                {511, 23}, {645, 32}, {579, 34},
                {834, 36}, {915, 38}};
```

x	y
150	10
235	12
432	15
511	23
645	32
579	34
834	36
915	38

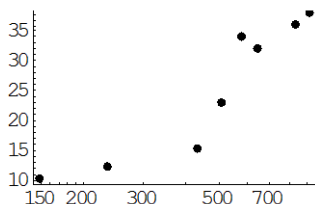
กราฟบนสเกล (x, y), (logx, logy), (x, logy) คือ

```
In[3]:= ListPlot[data,
PlotStyle -> {PointSize[0.04]}}
```



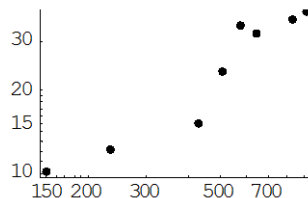
Out[3]= - Graphics -

```
In[5]:= LogLinearListPlot[data,
PlotStyle -> {PointSize[0.04]}}
```



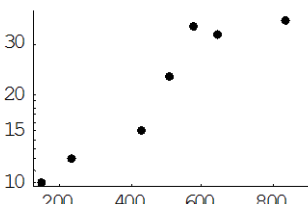
Out[5]= - Graphics -

```
In[4]:= LogLogListPlot[data,
PlotStyle -> {PointSize[0.04]}}
```



Out[4]= - Graphics -

```
In[6]:= LogListPlot[data,
PlotStyle -> {PointSize[0.04]}}
```



Out[6]= - Graphics -

7.6 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ขั้นสูงด้วย Mathematica

7.6.1 การหาสูตรของฟังก์ชันที่นิยามในพจน์ของปริพันธ์

```
In[1]:= Integrate[t, {t, 1, x}]
```

ความหมายคือ $\int_1^x t dt = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$

```
Out[1]= - 1/2 + x^2/2
```

```
In[2]:= Integrate[1/(1+t^2), {t, x, x^2}]
```

ความหมายคือ $\int_x^{x^2} \frac{1}{1+t^2} dt = \tan^{-1}(x^2) - \tan^{-1}(x)$

```
Out[2]= -ArcTan[x] + ArcTan[x^2]
```

7.6.2 การหาสูตรอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่นิยามในพจน์ของปริพันธ์

ตัวอย่างการหาค่า $\frac{d}{dx} \left(\int_1^x t dt \right) = x$

```
In[3]:= D[Integrate[t, {t, 1, x}], x]
```

Out[3]= x

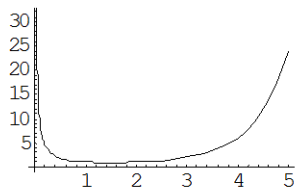
ตัวอย่างการหาค่า $\frac{d}{dx} \int_x^{x^2} \frac{1}{1+t^2} dt = \frac{2x}{1+x^4} - \frac{1}{1+x^2}$

```
In[4]:= D[Integrate[1/(1+t^2), {t, x, x^2}], x]
```

Out[4]= - 1/(1+x^2) + 2x/(1+x^4)

7.6.3 กราฟของฟังก์ชันแกมมา (Gamma function) และการคำนวณค่าฟังก์ชันแกมมา

`In[1]:= Plot[Gamma[x], {x, 0, 5}]`



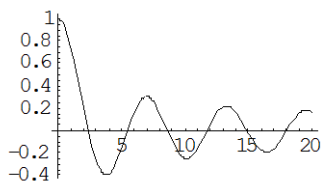
`Out[1]= - Graphics -`

`In[2]:= {Gamma[2], Gamma[3], Gamma[0.5], Gamma[3.5]}`

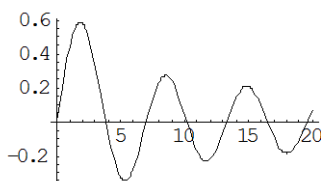
`Out[2]= {1, 2, 1.77245, 3.32335}`

7.6.4 ฟังก์ชันเบสเซล (Bessel function) และ กราฟของฟังก์ชันเบสเซล

`In[1]:= Plot[BesselJ[0,x], {x, 0, 20}]` `In[2]:= Plot[BesselJ[1,x], {x, 0, 20}]`



`Out[1]= - Graphics -`



`Out[2]= - Graphics -`

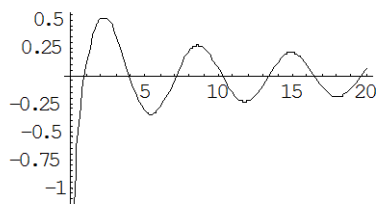
`In[3]:= {BesselJ[0, 1.], BesselJ[0, 1.5], BesselJ[0, 2.0], BesselJ[0, 3.]}`

`Out[3]= {0.765198, 0.511828, 0.223891, -0.260052}`

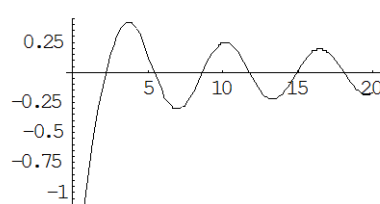
`In[4]:= {BesselJ[1, 1.], BesselJ[2, 1.], BesselJ[3, 1.], BesselJ[4, 1.]}`

`Out[4]= {0.440051, 0.114903, 0.0195634, 0.00247664}`

`In[5]:= Plot[BesselY[0,x], {x, 0, 20}]` `In[6]:= Plot[BesselY[1,x], {x, 0, 20}]`



`Out[5]= - Graphics -`

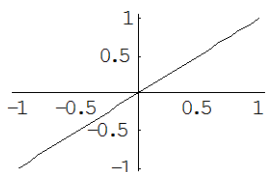


`Out[6]= - Graphics -`

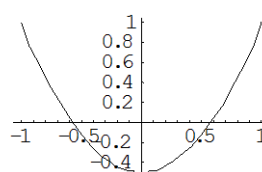
หมายเหตุ $BesselJ[v, x]$ คือ ฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่ 1 อันดับ v

$BesselY[v, x]$ คือ ฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่ 2 อันดับ v

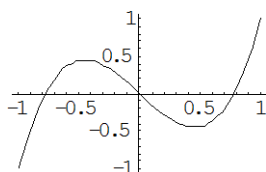
7.6.5 การหาอนุพันธ์อันดับสูง และ อนุพันธ์ย่อย

In[1]:= `D[x^4, {x, 3}]`Out[1]= `24 x`อนุพันธ์อันดับสูง $\frac{d^3}{dx^3}(x^4) = 24x$ In[2]:= `D[x^4 * y^3, {x, 2}]`Out[2]= `12 x^2 y^3`อนุพันธ์ย่อย $\frac{\partial^2}{\partial x^2}(x^4 y^3) = 12x^2 y^3$ In[3]:= `D[x^4 * y^3, {y, 2}]`Out[3]= `6 x^4 y`อนุพันธ์ย่อย $\frac{\partial^2}{\partial y^2}(x^4 y^3) = 6x^4 y$ In[4]:= `D[x^4 * y^3, {x, 2}, {y, 1}]`Out[4]= `36 x^2 y^2`อนุพันธ์ย่อย $\frac{\partial^3}{\partial y \partial x^2}(x^4 y^3) = 36x^2 y^2$ 7.6.6 การหาพหุนามเลอจองต์ $P_n(x)$ In[1]:= `{LegendreP[1, x], LegendreP[2, x], LegendreP[3, x], LegendreP[4, x]}`Out[1]= `{x, -1/2 + 3 x^2/2, -3 x/2 + 5 x^3/2, 3/8 - 15 x^2/4 + 35 x^4/8}`In[2]:= `{LegendreP[5, x], LegendreP[6, x]}`Out[2]= `{15 x/8 - 35 x^3/4 + 63 x^5/8, -5/16 + 105 x^2/16 - 315 x^4/16 + 231 x^6/16}`In[3]:= `{LegendreP[2, 0.5], LegendreP[3, -0.5]}`Out[3]= `{-0.125, 0.4375}`In[4]:= `Plot[LegendreP[1, x], {x, -1, 1}]` In[5]:= `Plot[LegendreP[2, x], {x, -1, 1}]`

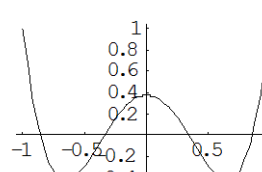
Out[4]= - Graphics -



Out[5]= - Graphics -

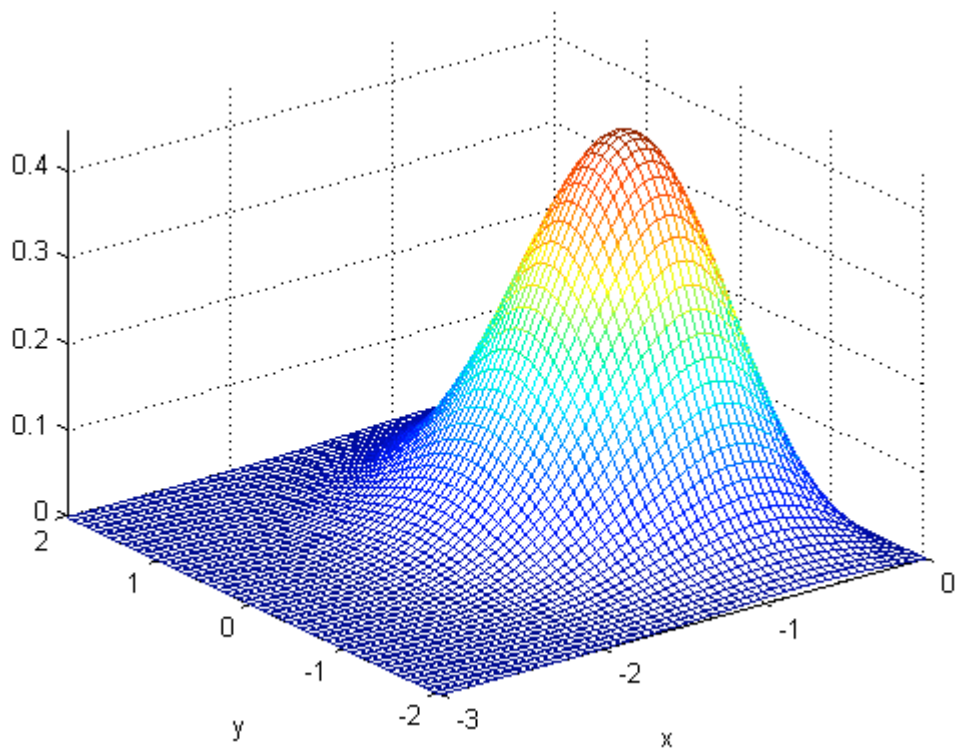
In[6]:= `Plot[LegendreP[3, x], {x, -1, 1}]` In[7]:= `Plot[LegendreP[4, x], {x, -1, 1}]`

Out[6]= - Graphics -



Out[7]= - Graphics -

MATLAB



บทนำ

MATLAB

โปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB เป็นโปรแกรมที่มีความสามารถในการคำนวณมาก เช่นทำการคำนวณในรูปแบบของเครื่องคิดเลขหรือคำนวณในรูปแบบโปรแกรมประยุกต์ใช้งาน ความสามารถในการเขียนโปรแกรมประยุกต์ใช้งานของ MATLAB สามารถนำไปทดแทนโปรแกรมภาษาคอมพิวเตอร์ เช่น เบสิก ซี ฟอ์แทรน จาวา ปาสคาล เนื่องจากโปรแกรม MATLAB มีโครงสร้างภาษาสำหรับการเขียนโปรแกรมครบสมบูรณ์เช่น การวนลูป การตรวจสอบเงื่อนไข นอกจากนี้ MATLAB ยังมีฟังก์ชันและคำสั่งสำเร็จรูปทางด้านคณิตศาสตร์ให้ใช้งานมากกว่าภาษา เบสิก ซี ฟอ์แทรน จาวา ปาสคาล

การใช้งานของโปรแกรม MATLAB โดยทั่วไปจะมี Window ต่าง ๆ ขึ้นมาอำนวยความสะดวกในการทำงานเช่น Command window Window history Window directory ซึ่งผู้ใช้งานจะเลือกเปิดทุก window หรือเลือกเปิดเฉพาะ window ที่ต้องการใช้งานก็ได้

ความสามารถในการคำนวณที่สำคัญเช่น

- MATLAB แสดงผลการคำนวณได้ทั้งแบบเป็นค่าตัวเลขและสูตร
- ในการคำนวณเพื่อให้ผลลัพธ์เป็นสูตร เช่นการหาอนุพันธ์ การอินทิเกรต ต้องใช้คำสั่งให้ syms ตามด้วยชื่อตัวแปรที่ต้องการประมวลผลเป็นสูตร
- การปรับเปลี่ยนรูปแบบการแสดงผลของกราฟมี Window Figure เฉพาะสำหรับการแสดงผลทางด้านกราฟเขียนกราฟ การเปลี่ยนแปลงค่าต่างของกราฟสามารถสั่งโดยใช้คำสั่งหรือใช้เมนูของ Window Figure ก็ได้
- มีคำสั่งในการเขียนโปรแกรมเช่น if-then-else, for, while เหมาะสำหรับการเขียนโปรแกรมประยุกต์ใช้งาน
- สามารถเขียนกราฟพื้นผิวได้เร็วมากเช่น พิมพ์ ezsurf('x^2-y^2') ก็จะได้กราฟของพื้นผิวยูรีพอยาน์
- มีเครื่องมือ และโปรแกรมย่อย ที่สนับสนุนการเขียนโปรแกรมประยุกต์ใช้งาน
- คำสั่ง help ... จะเป็นผู้ช่วยเหลือที่ดีในการอธิบายคำสั่งต่าง ๆ ของ MATLAB เช่น หากต้องการรู้ความหมายของฟังก์ชัน tan ให้พิมพ์ help tan แล้วกด Enter จะได้คำอธิบายของฟังก์ชัน tan

สารบัญ

บทที่ 1.	ความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรม MATLAB.....	1 - 10
บทที่ 2.	การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB.....	11 - 30
บทที่ 3.	การเขียนกราฟด้วย MATLAB.....	31 - 46
บทที่ 4.	การใช้งานเบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรม MATLAB.....	47 - 62
บทที่ 5.	การเขียนโปรแกรมด้วยคำสั่งของ MATLAB.....	63 - 72
บทที่ 6.	การคำนวณคณิตศาสตร์ ม. ปปลาย ด้วย MATLAB.....	73 - 80
บทที่ 7.	การคำนวณระดับอุดมศึกษาด้วย MATLAB.....	81 - 90

บทที่ 1.
ความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรม MATLAB

ในบทนี้จะเป็นการนำความสามารถต่าง ๆ ที่โปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB ทำได้ มานำเสนอให้ดูก่อน เพื่อผู้อ่านจะได้เห็นความสามารถทางการคำนวณที่สำคัญของโปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB ในส่วนของการพิมพ์คำสั่ง การเข้าสู่โปรแกรม MATLAB และการประยุกต์ต่าง ๆ จะกล่าวในบทต่อไป

1. การคำนวณเบื้องต้น บวก ลบ คูณ หาร

```
>> 25+13      >> 46-27      >> 15*3      >> 47/5
ans =         ans =         ans =         ans =
      38         19         45         9.4000
```

หมายเหตุ >> เป็นตำแหน่งที่ MATLAB รอรับคำสั่งของการคำนวณ ผลการคำนวณคือ ans =

2. สามารถเลือกแสดงผลการคำนวณเป็นทศนิยมได้หลายตำแหน่ง

```
>> format short      >> format long      >> format long e
>> 2/9              >> 2/9              >> 12345678*1234.5
ans =              ans =              ans =
  0.2222          0.222222222222222  1.524073949100000e+010
```

3. มีฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ให้เลือกใช้มากมาย

```
>> sin(pi/6)      >> tan(pi/4)      >> cos(pi/3)
ans =             ans =             ans =
  0.5000          1.0000          0.5000

>> asin(0.5)     >> acos(0.5)     >> atan(1)
ans =            ans =            ans =
  0.5236          1.0472          0.7854

>> log10(2)      >> log(2)        >> exp(1)
ans =            ans =            ans =
  0.3010          0.6931          2.7183
```

- หมายเหตุ
1. asin คือ arcsin, acos คือ arccos, atan คือ arctan
 2. log10 คือ ลอการิทึมฐาน 10 และ log คือ ลอการิทึมฐาน e
 3. การหาค่า sin, cos, tan, ... สามารถคำนวณได้ทั้งหน่วยองศาและเรเดียน

4. ความสามารถที่จะกำหนดสูตรของฟังก์ชันใช้งานเองได้

```
C:\MATLAB6p5\work\fm
1 | function y=f(x);
2 | y=x.^2;
```

```
>> f(2)           >> f(-4)           >> f(f(4))
ans =            ans =            ans =
    4             16             256
```

หมายเหตุ การกำหนดสูตรฟังก์ชัน เขียนวิธีทำไว้ที่บทที่ 2.

5. สามารถสร้างตารางคำนวณค่าของฟังก์ชันได้โดยง่าย

```
>> x=[1;2;3;4]      >> f(x)
x =                  ans =
    1                  1
    2                  4
    3                  9
    4                 16
```

6. สามารถเปลี่ยนหน่วยของการคำนวณได้

```
>> sin(30)           >> asin(0.5)
ans =                ans =
 -0.9880             0.5236
>> degree=pi/180;   >> degree=180/pi;
>> sin(30*degree)   >> asin(0.5)*degree
ans =                ans =
 0.5000             30.0000
```

7. ความสามารถในการคำนวณเกี่ยวกับพหุนาม

ตัวอย่างเช่น พหุนาม $p(x) = x^2 + 2x - 3$ ใน MATLAB จะแทนด้วย $p = [1 \ 2 \ -3]$

พหุนาม $q(x) = x^2 + 5x + 6$ ใน MATLAB จะแทนด้วย $q = [1 \ 5 \ 6]$

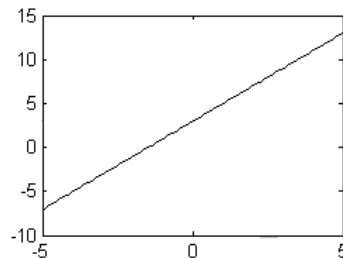
```
>> p=[1 2 -3];
>> q=[1 5 6];
>> p+q
ans =
    2    7    3
การบวกพหุนาม p + q ได้ ans = 2 7 3
หมายความว่า p(x) + q(x) = 2x2 + 7x + 3
```

```
>> roots(p)
ans =
 -3.0000
 1.0000
ผลของคำสั่ง roots(p) แปลว่า รากของสมการ p(x) = 0 คือ -3, 1
```

8. ความสามารถในการเขียนกราฟได้หลายแบบ

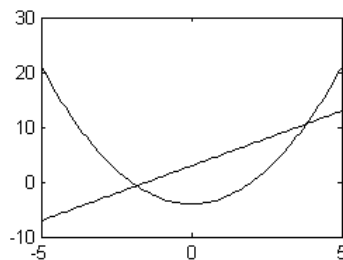
8.1 กราฟในระบบพิกัดมุมฉาก

ตัวอย่าง กราฟของ $f(x) = 2x + 3$ บนช่วง $[-5, 5]$



8.2 สามารถเขียนกราฟได้หลายเส้นพร้อมกัน

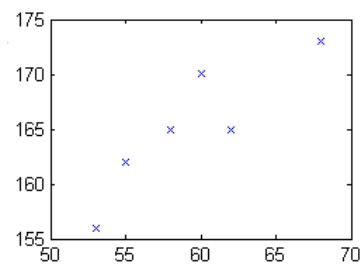
ตัวอย่าง กราฟของ $f(x) = 2x + 3$ กับ $g(x) = x^2 - 4$ บนช่วง $[-5, 5]$



8.3 กราฟแบบคู่ลำดับ

ตัวอย่าง กราฟของข้อมูล น้ำหนักและส่วนสูง

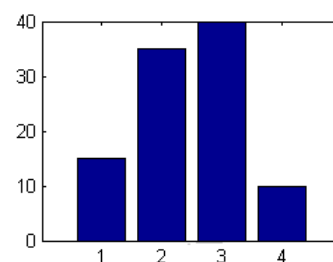
น้ำหนัก	ความสูง
53	156
58	165
55	162
60	170
62	165
68	173



8.4 กราฟแท่ง (Bar graph) ของข้อมูลทางสถิติ

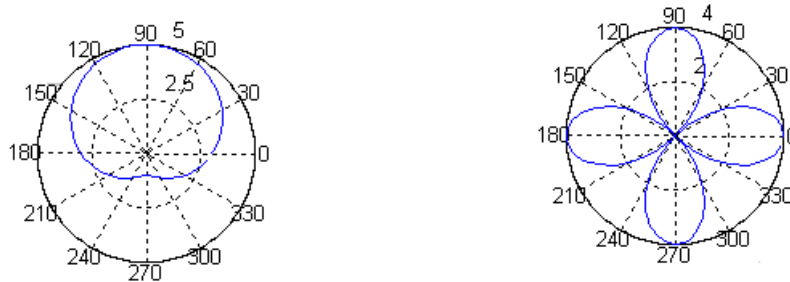
ตัวอย่าง กราฟของข้อมูล คะแนน และ ความถี่

คะแนน	ความถี่
1	15
2	35
3	40
4	10



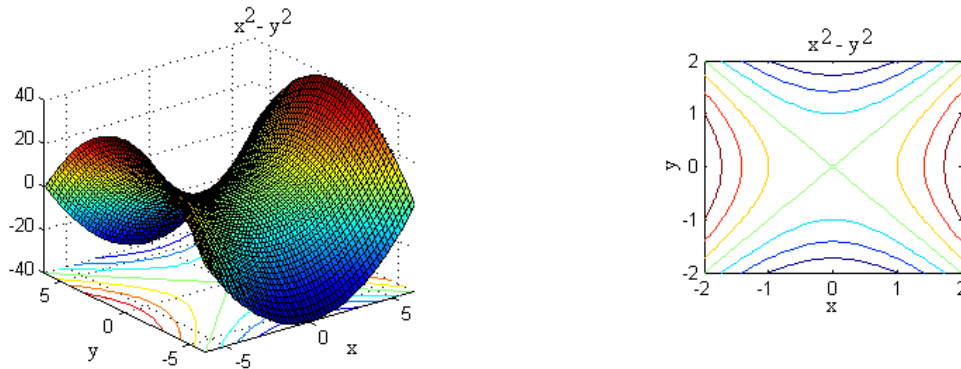
8.5 กราฟในระบบพิกัดเชิงขั้ว

ตัวอย่าง กราฟรูปหัวใจ $r = 3 + 2\sin\theta$, กราฟรูปกลีบกุหลาบ $r = 2\cos 2\theta$



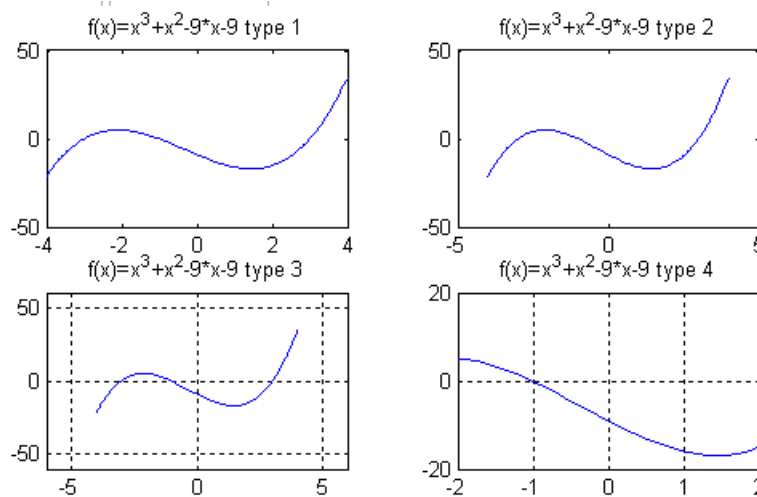
8.6 กราฟในระบบพิกัด 3 มิติ เช่นกราฟพื้นผิว กราฟ contour

ตัวอย่าง กราฟพื้นผิวไฮเพอร์โบลิกพาราโบลอยด์ หรือพื้นผิวรูปอานม้า $f(x, y) = x^2 - y^2$



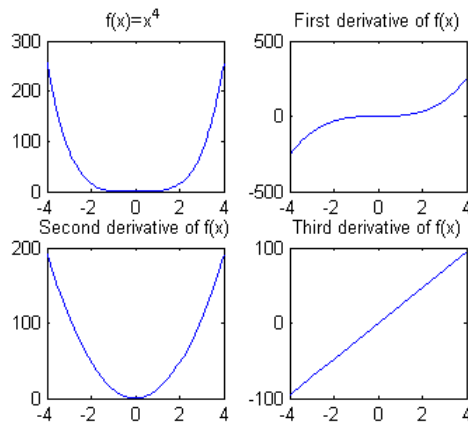
8.7 สามารถปรับเปลี่ยนรูปแบบของกราฟให้เหมาะสมกับการใช้งาน

ตัวอย่าง กราฟของ $f(x) = x^3 + x^2 - 9x - 9$ บนช่วง $[-4, 4]$

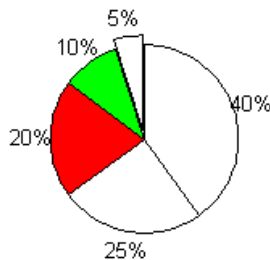


8.8 สามารถเขียนกราฟได้หลายรูปพร้อมกัน บนกรอบที่ต่างกัน

ตัวอย่าง กราฟของอนุพันธ์อันดับต่าง ๆ ของฟังก์ชัน $f(x) = x^4$ บนช่วง $[-4, 4]$



8.9 สามารถเขียนกราฟวงกลมได้ ตัวอย่างเช่น



9. สามารถคำนวณตัวเลขในระบบฐานต่าง ๆ ได้

การเปลี่ยนแปลงค่าระหว่างเลขฐาน 10 กับ เลขฐาน 2 ตัวอย่างเช่น $12_{10} = 1100_2$

```
>> bin2dec('1100')      >> dec2bin(12)
ans =                    ans =
    12                    1100
```

การเปลี่ยนแปลงค่าระหว่างเลขฐาน 10 กับ เลขฐาน 16 ตัวอย่างเช่น $20_{10} = 14_{16}$

```
>> dec2hex(20)          >> hex2dec('14')
ans =                    ans =
    14                    20
```

10. การคำนวณเกี่ยวกับเวกเตอร์

MATLAB สามารถหาผลบวก ผลต่าง dot product cross product และ ขนาดของเวกเตอร์ได้

การกำหนดเวกเตอร์

```
>> u=[3;4]              >> v=[5;12]
u =                      v =
     3                     5
     4                     12
```


การคำนวณค่า $u + v$, $4u$, $u \cdot v$, $|u|$

```
>> u+v      >> 4*u      >> dot(u,v)  >> norm(u)
ans =       ans =       ans =       ans =
      8        12        63          5
     16        16
```

11. การคำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์

MATLAB สามารถหาผลบวก ผลคูณ อินเวอร์สเมทริกซ์ ค่ากำหนดของเมทริกซ์

```
>> A=[1,2;3,5]  >> B=[2,0;0,4]  >> A*B
A =              B =              ans =
     1     2         2     0         2     8
     3     5         0     4         6    20

>> A+B          >> 4*A          >> A^-1          >> det(A)
ans =           ans =           ans =           ans =
     3     2         4     8        -5.0000    2.0000
     3     9        12    20         3.0000   -1.0000
                                -1
```

12. การคำนวณจำนวนเชิงซ้อน

MATLAB สามารถหาผลบวก ผลต่าง อินเวอร์ส ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนได้

```
>> z=3+4*i      >> w=5+12*i      >> z+w
z =             w =             ans =
 3.0000 + 4.0000i 5.0000 +12.0000i 8.0000 +16.0000i

>> z*w          >> z^-1          >> abs(z)
ans =           ans =           ans =
-33.0000 +56.0000i 0.1200 - 0.1600i 5
```

13. การหาผลบวกในรูปแบบผลบวก \sum

ตัวอย่าง การหาผลบวกของตัวเลขเช่น $\sum_{x=1}^{10} x$, $\sum_{x=1}^{10} x^2$, $\sum_{x=1}^{10} x(x+1)$

```
>> syms x
>> symsum(x,1,10)  >> symsum(x^2,1,10)  >> symsum(x*(x+1),1,10)
ans =              ans =              ans =
55                 385                 440
```

ตัวอย่าง $x = 2, 3, 7, 12, 16$ การหาผลบวก $\sum_{i=1}^5 x_i$, $\sum_{i=1}^5 x_i^2$

```
>> x=[2 3 7 12 16]
x =
     2     3     7    12    16

>> sum(x)          >> sum(x.^2)
ans =              ans =
    40              462
```

14. การคำนวณค่าสถิติเบื้องต้น

ตัวอย่าง การหาค่าสถิติเบื้องต้นของข้อมูล 2, 3, 7, 12, 16

```
>> x=[2 3 7 12 16]
x =
     2     3     7    12    16

>> mean(x)      >> median(x)      >> var(x)      >> std(x)
ans =           ans =           ans =           ans =
     8           7           35.5000        5.9582
```

หมายเหตุ mean = ค่าเฉลี่ย

median = มัธยฐาน

$$\text{var} = \text{ความแปรปรวน} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$\text{std} = \text{ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน} = \sqrt{\text{var}(x)}$$

15. สามารถหาความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูล

ตัวอย่าง กำหนดข้อมูล น้ำหนัก (x) กับส่วนสูง (y)

x เป็นตัวแปรอิสระ และ y เป็นตัวแปรตาม

```
>> x=[53 58 55 60 62 68];
>> y=[156 165 162 170 165 173];
>> polyfit(x,y,1)
ans =
    0.9953    106.1093
```

น้ำหนัก	ความสูง
53	156
58	165
55	162
60	170
62	165
68	173

จากผลการคำนวณ ความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง $y = 0.9953x + 106.1093$

```
>> polyfit(x,y,2)
ans =
   -0.0488    6.9017   -71.3066
```

จากผลการคำนวณ ความสัมพันธ์ในรูปแบบพหุนามดีกรีสองคือ $y = -0.0488x^2 + 6.9017x - 71.3066$

16. ความสามารถในการจัดรูปพีชคณิต การแยกตัวประกอบ การกระจายพหุนาม

16.1 การกระจายพหุนาม

```
ตัวอย่าง >> syms x
>> f=(x-1)*(x+2);
>> expand(f)
ans =
x^2+x-2

>> syms x
>> expand((x+1)*(x+2)^2)
ans =
x^3+5*x^2+8*x+4
```

16.2 การแยกตัวประกอบ

```
ตัวอย่าง >> syms x
>> f=x^2-5*x+6;
>> factor(f)
ans =
(x-2)*(x-3)

>> syms x
>> factor(x^3+5*x^2+8*x+4)
ans =
(x+1)*(x+2)^2
```

17. ความสามารถในการหาอนุพันธ์

การหาอนุพันธ์อันดับต่าง ๆ ของ $f(x) = x^4$

```
>> syms x
>> f=x^4;
>> diff(f)
ans =
4*x^3

>> diff(f,2)
ans =
12*x^2

>> [diff(f,3) diff(f,4) diff(f,5)]
ans =
[ 24*x, 24, 0]
```

18. ความสามารถในการหาปริพันธ์

การหาปริพันธ์เป็นค่าตัวเลข เช่นการหาค่า $\int_0^1 x^2 dx$

```
>> int(x^2,0,1)
ans =
1/3
```

การหาปริพันธ์เป็นสูตร เช่นการหาค่า $\int x^2 dx$

```
>> syms x
>> f=x^2;
>> int(f)
ans =
1/3*x^3
```

19. สามารถหาค่าลิมิตได้

การหาค่าลิมิต $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 + x + 1$

การหาค่าลิมิต $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 + x + 1$

```
>> syms x
>> f=x^2+x+1;
>> limit(f)
ans =
1
```

```
>> syms x
>> f=x^2+x+1;
>> limit(f,1)
ans =
3
```

20. ความสามารถในการคำนวณเป็นโปรแกรม

ตัวอย่าง โปรแกรมหาพื้นที่สามเหลี่ยมเมื่อรู้ความยาวทั้งสามด้าน

```
1 - | a=input('a = ');
2 - | b=input('b = ');
3 - | c=input('c = ');
4 - | s=(a+b+c)/2;
5 - | Area=sqrt(s*(s-a)*(s-b)*(s-c));
6 - | Area
```

ผลการทำงานของโปรแกรม

```
a =3
b =4
c =5
Area =
6
```

21. ความสามารถในการหารากของสมการ $f(x) = 0$

ตัวอย่าง การหารากของสมการ $x^2 - 2 = 0$

```
>> f=[1 0 -2];
>> roots(f)
ans =
    1.4142
   -1.4142
```

เพราะฉะนั้นรากสมการคือ $x = 1.4142$ และ $x = -1.4142$

หมายเหตุ $f = [1 \ 0 \ -2]$ หมายถึงพหุนาม $f(x) = 1x^2 + 0x + (-2)$ ซึ่งคือ $f(x) = x^2 - 2$

คำสั่ง `roots(f)` เป็นคำสั่งหารากของสมการ $f(x) = 0$

ตัวอย่าง การหารากของสมการ $\sin x - \cos x = 0$

```
>> solve('sin(x)-cos(x)')
ans =
    1/4*pi
```

เพราะฉะนั้น รากสมการ $\sin x - \cos x = 0$ คือ $x = \frac{\pi}{4}$

22. ความสามารถในการหาผลเฉลยของระบบสมการ

22.1 การหาผลเฉลยระบบสมการเชิงเส้น

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการ

```
2x + y = 4
9x - 4y = 1
>> [x,y]=solve('2*x+y=4','9*x-4*y=1')
x =
    1
y =
    2
```

เพราะฉะนั้นผลเฉลยของระบบสมการคือ $x = 1, y = 2$

22.2 การหาผลเฉลยระบบสมการไม่เชิงเส้น

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการ

```
x^2 + y^2 = 25 และ 3x - 4y = 0
>> [x,y]=solve('x^2+y^2=25','3*x-4*y=0')
x =
    [ 4]
    [-4]
y =
    [ 3]
    [-3]
```

เพราะฉะนั้นจุดตัดของวงกลม $x^2 + y^2 = 25$

กับเส้นตรง $3x - 4y = 0$

คือ $(x, y) = (4, 3), (-4, -3)$

23. ความสามารถในการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์

23.1 การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ $x' - x = 0$

เพราะฉะนั้นผลเฉลยคือ $x(t) = c_1 e^t$

```
>> syms x t
>> dsolve('Dx-x=0')
ans =
C1*exp(t)
```

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ $x'' + x = 0$

```
>> syms x t
>> dsolve('D2x+x=0')
ans =
C1*sin(t)+C2*cos(t)
```

เพราะฉะนั้นผลเฉลยคือ $x(t) = c_1 \sin(t) + c_2 \cos(t)$

23.2 การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงอนุพันธ์

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ $x' - y' = \sin(t)$

$$x' + 2y' = \cos(t)$$

```
>> syms x y t
>> [x y]=dsolve('Dx-Dy=sin(t)', 'Dx+2*Dy=cos(t)')
x =
C1-2/3*cos(t)+1/3*sin(t)
y =
C2+1/3*cos(t)+1/3*sin(t)
```

ผลเฉลยคือ $x(t) = c_1 - \frac{2}{3} \cos(t) + \frac{1}{3} \sin(t)$ และ $y(t) = c_2 + \frac{1}{3} \cos(t) + \frac{1}{3} \sin(t)$

24. สามารถหอนุกรมเทย์เลอร์ของฟังก์ชันได้

ตัวอย่าง การหาสูตรเทย์เลอร์ของ $\sin(x)$

```
>> syms x
>> taylor(sin(x),7)
ans =
x-1/6*x^3+1/120*x^5
```

เพราะฉะนั้นพหุนามเทย์เลอร์ดีกรี 5 ของ $\sin(x)$ คือ $x - \frac{1}{6} x^3 + \frac{1}{120} x^5 + \dots$

25. สามารถหาผลการแปลงลาปลาซ และ ผลการแปลงลาปลาซผกผันได้

ตัวอย่าง การหาผลการแปลงลาปลาซของ $f(x) = \sin(x)$

เพราะฉะนั้น $L\{\sin(x)\} = \frac{1}{s^2+1}$

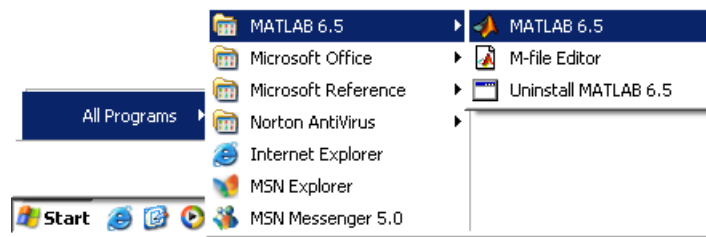
```
>> syms x s
>> laplace(sin(x),s)
ans =
1/(s^2+1)
```

ตัวอย่าง การหาผลการแปลงลาปลาซผกผันของ $F(s) = \frac{1}{s^2+1}$

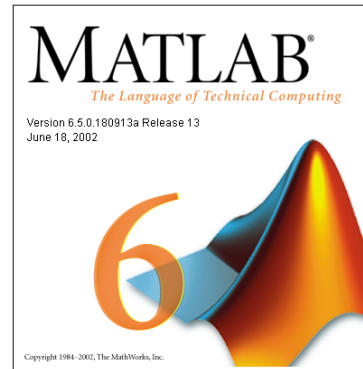
เพราะฉะนั้น $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+1}\right\} = \sin(x)$

```
>> syms x s
>> ilaplace(1/(s^2+1),x)
ans =
sin(x)
```

ความสามารถอื่น ๆ และการสั่งให้โปรแกรม MATLAB ทำงานและการประยุกต์เข้าสู่เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ในระดับ ม. ปลาย และ มหาวิทยาลัย ขอให้ศึกษาจากบทต่อไป



คลิกที่ MATLAB 6.5 จอภาพจะขึ้น Logo ของ MATLAB และจะเข้าสู่การทำงานของ MATLAB

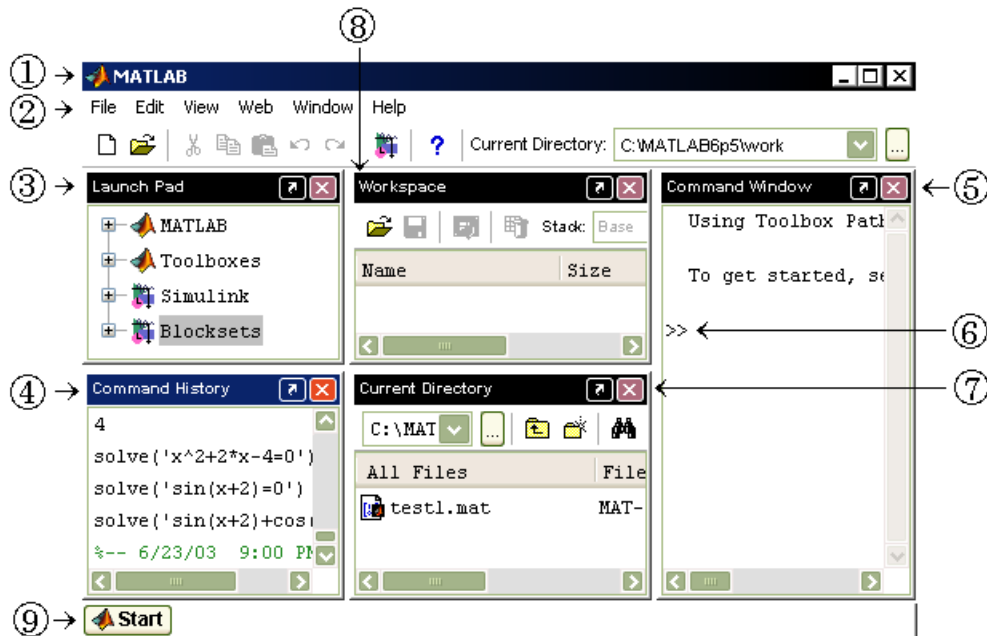


หมายเหตุ โปรแกรม MATLAB

ที่ใช้ในขณะนี้คือ MATLAB version 6.5 Release 13

Logo ของ MATLAB อาจแตกต่างกันใน Version อื่น ๆ

เมื่อเข้าสู่การทำงานของโปรแกรม MATLAB เรียบร้อยแล้วจอภาพจะเป็นดังนี้



1. แสดงว่าเข้ามาทำงานในหน้าต่างของ MATLAB
2. แถบเครื่องมือในการทำงานเช่น File เปิดปิดแฟ้มข้อมูล Edit คัดลอกหรือลบทิ้ง
3. แสดงกลุ่มของโปรแกรมย่อย หรือโปรแกรมประยุกต์ที่มีให้ใช้งานใน MATLAB
4. แสดงคำสั่งต่าง ๆ ที่สั่งให้ MATLAB ทำงาน
5. Command Window เป็นบริเวณที่เราทำงานด้วยคำสั่งต่าง ๆ ของ MATLAB
6. Prompt ของ MATLAB เป็นตำแหน่งที่พิมพ์คำสั่งให้ MATLAB ทำการคำนวณ

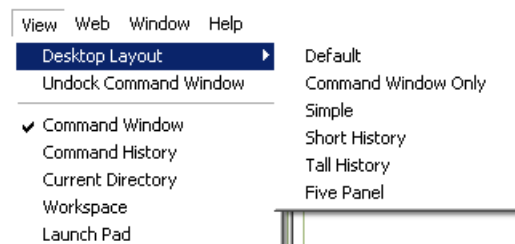
(หมายเหตุ โปรแกรม MATLAB เป็นโปรแกรมชนิดที่พิมพ์คำสั่งที่ตำแหน่ง >> ...)

7. แสดง directory ปัจจุบันที่ MATLAB ทำงานด้วย
เช่นเป็นที่เก็บแฟ้มข้อมูลที่เราบันทึกไว้
8. แสดงจำนวนของหน่วยความจำหรือ ขนาดของตัวแปรต่าง ๆ
ใน MATLAB ที่ใช้ในขณะนั้น
9. ที่ปุ่ม Start ของ MATLAB มีเมนูย่อยในการเรียกความสามารถต่าง ๆ
ของ MATLAB ขึ้นมาใช้งาน



หมายเหตุ

1. การเข้ามาใน MATLAB ครั้งแรกจอภาพอาจแตกต่างจากข้างต้นนี้ เนื่องจากอาจมีการปิด window บางตัว
ไปแล้วโดยผู้ใช้โปรแกรมก่อนหน้านี้
2. หากต้องการ Window ชนิดใดของ MATLAB
ให้เลือกที่คำสั่ง View



และเลือกคำสั่งย่อยของเมนู View ตามต้องการ เช่น

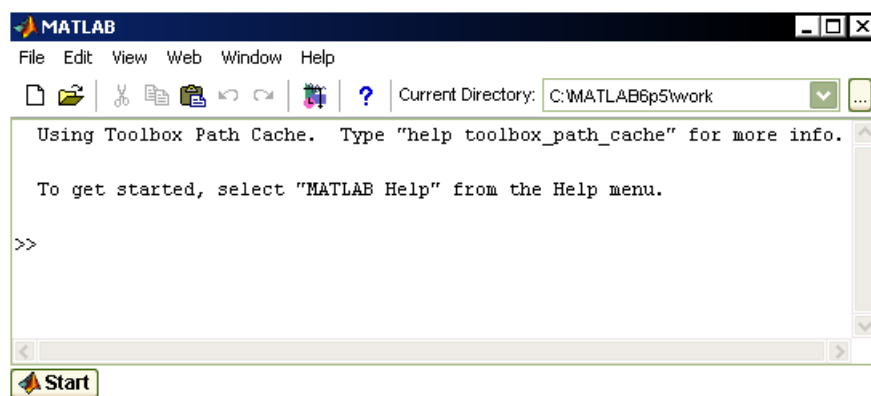
ถ้าต้องการให้แสดง Window Command History

ให้คลิกที่ Command History จะเกิดเครื่องหมาย ถูก หน้า Command History และ MATLAB จะแสดง
window ของ Command History ออกมา

3. ในกรณีที่ต้องการแสดงทั้ง 5 windows ย่อยให้เลือก

View \ Desktop Layout \ Five Panel จะได้จอภาพเหมือนข้างต้น

4. การทำงานส่วนใหญ่จะทำได้ใน Command Window โดยการเลือก Command Window Only



2.2 การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB

โปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB เป็นโปรแกรมที่ช่วยในด้านการคำนวณทางคณิตศาสตร์ โดยพิมพ์คำสั่งต่าง ๆ

ที่เครื่องหมาย >> ของ MATLAB ใน Command Window

ตัวอย่างเช่นการหาผลบวก $45.25 + 17.5$

ทำได้โดยการพิมพ์ $45.25 + 17.5$ ↵ ผลบนจอภาพ MATLAB คือ

```
>> 45.25+17.5
ans =
    62.7500
```


คำแนะนำในการใช้งานโปรแกรม MATLAB จะเขียนในรูปแบบตารางโดยที่ ตารางช่องที่ 1 หมายถึงการพิมพ์ผ่านทางแป้นพิมพ์ ตารางในช่องที่ 2 เป็นผลที่เกิดจากการคำนวณของ MATLAB และ การจัดรูปแบบการพิมพ์ของ MATLAB ในการใช้งานเบื้องต้นขอให้ทดลองพิมพ์ซ้ำ ๆ และ ดูผลการคำนวณและการจัดรูปแบบผลลัพธ์ของ MATLAB ในตารางแสดงผลลัพธ์ของการคำนวณเบื้องต้น

การคำนวณด้วยโปรแกรม MATLAB

1. การหาผลบวก $45.25 + 17.5$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$45.25+17.5\downarrow$	>> 45.25+17.5 ans = 62.7500

2. การหาผลหาร $\frac{47}{5}$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$47/5\downarrow$	>> 47/5 ans = 9.4000

3. การหาผลคูณของ 15 กับ 32

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$15*32\downarrow$	>> 15*32 ans = 480

4. การคำนวณเลขยกกำลัง 4^3 และ e^4

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$4^3\downarrow$	>> 4^3 ans = 64
$\exp(1)^4\downarrow$	>> exp(1)^4 ans = 54.5982

5. การคำนวณโดยใช้ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ \log_2 , $\ln 2$, $\sin(\frac{\pi}{6})$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[5]{32}$, $5!$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$\log_{10}(2)\downarrow$ หมายเหตุ \log_{10} คือ \log ฐาน 10	>> log10(2) ans = 0.3010

log(2)↵ หมายเหตุ log คือ log ฐาน e	>> log(2) ans = 0.6931
sin(pi/6)↵ หมายเหตุ pi เป็นค่าคงตัวของ MATLAB มีค่าเท่ากับ π	>> sin(pi/6) ans = 0.5000
3^0.5↵	>> 3^0.5 ans = 1.7321
factorial(5)↵	>> factorial(5) ans = 120
32^(1/5)↵	>> 32^(1/5) ans = 2

6. การกำหนดค่าให้กับตัวแปร และการกำหนดสูตรฟังก์ชัน

การกำหนดฟังก์ชันโดยใช้โปรแกรม MATLAB file.m ตัวอย่างเช่น โปรแกรม f.m กำหนดสูตร $f(x) = x^2$

```

C:\MATLAB6p5\work\f.m
File Edit View Text Debug Breakpoints Web Window Help
function y=f(x);
y=x.^2;
    
```

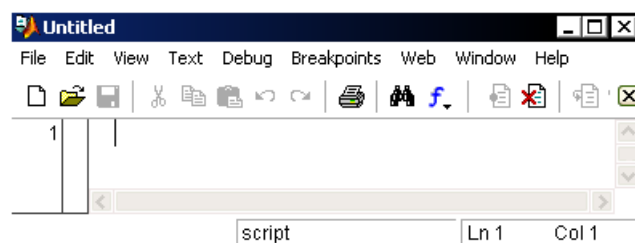
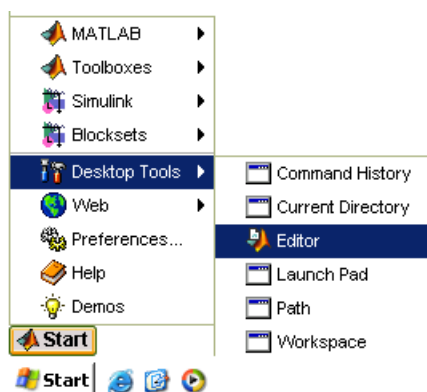
ขั้นตอนการกำหนดสูตร

ขั้นที่ 1. เรียก MATLAB Editor
โดยการคลิกที่ปุ่ม Start ของ MATLAB

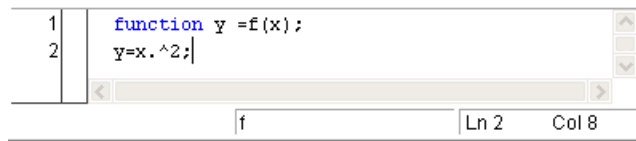
ขั้นที่ 2. เลือก Desktop Tools

ขั้นที่ 3. เลือก Editor
เมื่อคลิกที่ Editor

จะได้ window ของการเขียนโปรแกรม

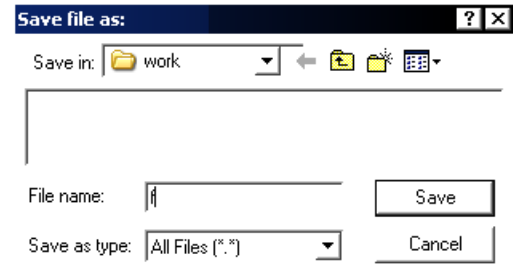


พิมพ์ function y=f(x);
พิมพ์ y=x.^2;



การ save โปรแกรม

ขั้นที่ 4. การ save โปรแกรม เลือกคำสั่ง File \ Save
บันทึกชื่อเพิ่มเป็น f
เสร็จแล้วคลิกปุ่ม Save



การเรียกฟังก์ชันที่กำหนดสูตรไว้แล้วคือ $f(x) = x^2$
ในโปรแกรม f.m

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
x=4; f(x)	>> x=4; >> f(x) ans = 16
x=[1;2;3]; f(x)	>> x=[1;2;3]; >> f(x) ans = 1 4 9

7. การหาค่าอินทิกรัล $\int_a^b f(x)dx$ ตัวอย่างเช่น $\int_1^4 (x^2 + 4)dx$

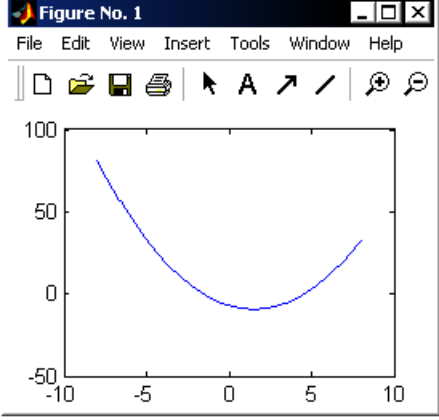
พิมพ์	ผลบนจอภาพ
syms x	>> syms x
int(x.^2+4,1,4)	>> int(x.^2+4,1,4) ans = 33

หมายเหตุ syms เป็นการกำหนดตัวแปรที่ต้องการคำนวณในรูปแบบสัญลักษณ์

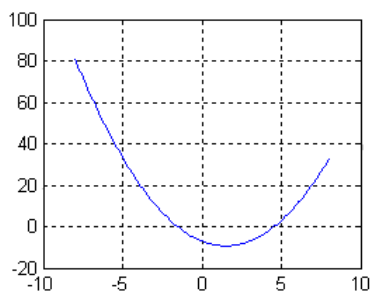
2.3 การเขียนกราฟของฟังก์ชัน

ตัวอย่าง การเขียนกราฟของ $f(x) = x^2 - 3x - 7$ บนช่วง $[-8, 8]$

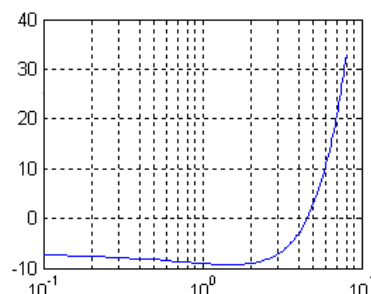
พิมพ์	ผลบนจอภาพ
x=-8:0.1:8; หมายเหตุ เครื่องหมาย ; เป็นการกำหนดว่า ไม่ต้องแสดงผลของคำสั่งที่กำหนดนี้	>> x=-8:0.1:8; รูปแบบ x = a : d : b หมายถึงตัวแปร x มีค่าตั้งแต่ a ถึง b โดยมีการเพิ่มค่าครั้งละ d

$y=x.^2-3*x-7;$	<pre>>> y=x.^2-3*x-7;</pre> <p>หมายเหตุ ตัวแปร x เป็นตัวแปรมิติการยกกำลังสองต้องใช้รูปแบบ $x.^2$</p>
<pre>plot(x,y)</pre> <p>หมายเหตุ เนื่องจากคำสั่งก่อนหน้านี้มี ; ปิดท้ายคำสั่ง เมื่อมาถึงคำสั่ง <code>plot(x,y)</code> โปรแกรม MATLAB จึงทำการประมวลผล 3 คำสั่งพร้อมกันตามลำดับคือ</p> <pre>x=-8:0.1:8;</pre> <pre>y=x.^2-3*x-7;</pre> <p>และ <code>plot(x,y)</code></p>	

หมายเหตุ โปรแกรม MATLAB สามารถจัดรูปแบบการแสดงผลของกราฟได้หลายลักษณะเช่น



มีสเกลที่แกน X และ แกน Y และมี grid line



กราฟแบบ scale log

2.4 การกำหนดค่าและการคำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์

ตัวอย่าง การกำหนด $A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<pre>A=[4,-2;-5,3]</pre> <p>หมายเหตุ , หรือ ช่องว่าง คือการจำแนก หลัก ; คือการจำแนกแถว</p>	<pre>>> A=[4,-2;-5,3]</pre> <pre>A =</pre> <pre> 4 -2</pre> <pre> -5 3</pre>
<pre>B=[2,5;1,3]</pre>	<pre>>> B=[2,5;1,3]</pre> <pre>B =</pre> <pre> 2 5</pre> <pre> 1 3</pre>

การคำนวณค่าของเมทริกซ์ $A + B$, AB , $4A$, A^2 , A^{-1} , A^T , $\det(A)$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$A+B$ ↵	>> A+B ans = 6 3 -4 6
$A*B$ ↵	>> A*B ans = 6 14 -7 -16
$4*A$ ↵	>> 4*A ans = 16 -8 -20 12
A^2 ↵	>> A^2 ans = 26 -14 -35 19
A^{-1} ↵ หมายเหตุ inv(A) จะได้ A^{-1}	>> A^-1 ans = 1.5000 1.0000 2.5000 2.0000
A' ↵	>> A' ans = 4 -5 -2 3
$\det(A)$ ↵	>> det(A) ans = 2

การกำหนดดัชนีล่าง (subscript) สำหรับอ้างอิงใช้งานกับสมาชิกของเมทริกซ์

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
$A(1,1)$ ↵	>> A(1,1) ans = 4
$A(1,1)+A(2,2)$ ↵	>> A(1,1)+A(2,2) ans = 7

หมายเหตุ $A(i, j)$ คือ a_{ij} ของเมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$

2.5 การกำหนดค่าและการคำนวณเกี่ยวกับเวกเตอร์

ตัวอย่างเช่น $u = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ และ $v = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ และการหาค่า $u + v$, $4u$, $u \cdot v$ และ $|u|$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>u=[-3;4]</code> ↵	<pre>>> u=[-3;4] u = -3 4</pre>
<code>v=[1;2]</code> ↵	<pre>>> v=[1;2] v = 1 2</pre>
<code>u+v</code> ↵	<pre>>> u+v ans = -2 6</pre>
<code>4*u</code> ↵	<pre>>> 4*u ans = -12 16</pre>
<code>dot(u,v)</code> ↵	<pre>>> dot(u,v) ans = 5</pre>
<code>norm(u)</code> ↵	<pre>>> norm(u) ans = 5</pre>

2.6 การกำหนดข้อมูล

สำหรับข้อมูลที่อยู่ในรูปแบบของเวกเตอร์เช่น $x = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \\ 8 \\ 15 \end{bmatrix}$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>x=[2;3;5;7;8;15]</code> ↵	<pre>>> x=[2;3;5;7;8;15] x = 2 3 5 7 8 15</pre>
<code>mean(x)</code> ↵	<pre>>> mean(x) ans = 6.6667</pre>

median(x)↵	>> median(x) ans = 6
std(x)↵	>> std(x) ans = 4.6762
var(x)↵	>> var(x) ans = 21.8667

ใน MATLAB มีฟังก์ชันที่ช่วยคำนวณค่าทางด้านสถิติของข้อมูลดังนี้

- mean(x) = ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลใน x
- median(x) = มัธยฐานของข้อมูลใน x
- var(x) = ความแปรปรวน(ตัวอย่าง) x
- std(x) = ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(ตัวอย่าง) x
- max(x) = ค่าสูงสุดของข้อมูลใน x
- min(x) = ค่าต่ำสุดของข้อมูลใน x
- range(x) = พิสัยของข้อมูลใน x

การกำหนดข้อมูลแบบแถวทำได้ดังนี้

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
x=[2,3,5,7,8,15]↵	>> x=[2,3,5,7,8,15] x = 2 3 5 7 8 15
mean(x)↵	>> mean(x) ans = 6.6667
x(4)↵	>> x(4) ans = 7

2.7 การกำหนดข้อมูลในรูปแบบเมทริกซ์

ตัวอย่างเช่นต้องการกำหนดข้อมูล

x	y
3	12
5	15
9	21
12	32

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
xy=[3,12;5,15;9,21;12,32]↵	>> xy=[3,12;5,15;9,21;12,32] xy = 3 12 5 15 9 21 12 32

<pre>x=xy(:,1);↵ x↵</pre>	<pre>>> x=xy(:,1); >> x x = 3 5 9 12</pre>
<pre>y=xy(:,2);↵ y↵</pre>	<pre>>> y=xy(:,2); >> y y = 12 15 21 32</pre>

2.8 การคำนวณค่าเกี่ยวกับผลบวกในรูปแบบ \sum

การหาค่าของ $\sum_{x=1}^{10} x$, $\sum_{x=1}^{10} x^2$, $\sum_{x=1}^{10} (x^2 - 4x - 5)$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<pre>syms x↵ symsum(x,1,10)↵</pre>	<pre>>> syms x >> symsum(x,1,10) ans = 55</pre>
<pre>symsum(x^2,1,10)↵</pre>	<pre>>> symsum(x^2,1,10) ans = 385</pre>
<pre>symsum(x^2-4*x-5,1,10)↵</pre>	<pre>>> symsum(x^2-4*x-5,1,10) ans = 115</pre>

2.9 การคำนวณค่าปริพันธ์ $\int_a^b f(x)dx$

ตัวอย่างการหาค่าของ $\int_0^1 x^2 dx$ และ $\int_{-3}^3 x^2 dx$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<pre>syms x↵ int(x^2,0,1)↵</pre>	<pre>>> syms x >> int(x^2,0,1) ans = 1/3</pre>
<pre>int(x^2,-3,3)↵</pre>	<pre>>> int(x^2,-3,3) ans = 18</pre>

2.10 การคำนวณค่าอนุพันธ์ $\frac{d}{dx}f(x)$ หรือ $\frac{d^n}{dx^n}f(x)$

ตัวอย่าง การคำนวณ $\frac{d}{dx}x^4$ และ $\frac{d^3}{dx^3}x^4$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
syms x ↵ diff(x^4) ↵	>> syms x >> diff(x^4) ans = 4*x^3
diff(x^4,3) ↵ หมายเหตุ diff(f(x), k) คือ อนุพันธ์อันดับที่ k ของ f(x)	>> diff(x^4,3) ans = 24*x

2.11 การกำหนดหน่วยให้กับผลการคำนวณ

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
sin(30) ↵	>> sin(30) ans = -0.9880 หมายเหตุ ขณะนี้คอมพิวเตอร์จะคิดเป็นหน่วย เรเดียน
degree=pi/180; ↵ sin(30*degree) ↵	>> degree=pi/180; >> sin(30*degree) ans = 0.5000 หมายเหตุ 30*degree คือ 30 องศา
asin(0.5) ↵	>> asin(0.5) ans = 0.5236 หมายเหตุ ขณะนี้ผลลัพธ์มีหน่วยเป็น เรเดียน
degree=180/pi; ↵ asin(0.5)*degree ↵	>> degree=180/pi; >> asin(0.5)*degree ans = 30.0000

2.12 การคำนวณในรูปแบบของเลขฐานอื่นๆ

hex2dec('x') เปลี่ยนเลขฐาน 16 เป็นเลขฐาน 10
dec2hex(x) เปลี่ยนเลขฐาน 10 เป็นเลขฐาน 16
dec2bin(x) เปลี่ยนเลขฐาน 10 เป็นเลขฐาน 2
bin2dec('x') เปลี่ยนเลขฐาน 2 เป็นเลขฐาน 10

ตัวอย่างเช่น $17_{16} \rightarrow 23_{10}$
ตัวอย่างเช่น $32_{10} \rightarrow 17_{16}$
ตัวอย่างเช่น $12_{10} \rightarrow 1100_2$
ตัวอย่างเช่น $1100_2 \rightarrow 12_{10}$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
hex2dec('17')↵	>> hex2dec('17') ans = 23
dec2hex(23)↵	>> dec2hex(23) ans = 17
dec2bin(12)↵	>> dec2bin(12) ans = 1100
bin2dec('1100')↵	>> bin2dec('1100') ans = 12

2.13 การหาผลบวกในรูปแบบ $\sum_{i=1}^n x_i$

ตัวอย่าง กำหนดข้อมูลจากตาราง

การหาค่าของ $\sum_{i=1}^4 x_i$, $\sum_{i=1}^4 y_i$, $\sum_{i=1}^4 x_i^2$, $\sum_{i=1}^4 y_i^2$, $\sum_{i=1}^4 x_i y_i$

x	y
2	12
3	15
6	14
9	19

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
x=[2 3 6 9];↵ y=[12 15 14 19];↵ sum(x)↵	>> x=[2 3 6 9]; >> y=[12 15 14 19]; >> sum(x) ans = 20
sum(y)↵	>> sum(y) ans = 60
sum(x.^2)↵	>> sum(x.^2) ans = 130
sum(y.^2)↵	>> sum(y.^2) ans = 926
sum(x.*y)↵	>> sum(x.*y) ans = 324

2.14 การสร้างตารางฟังก์ชัน

การคำนวณค่า $f(x) = 2x + 4$, $x = 1, 2, 3, 4$ ในรูปแบบตาราง

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>x=[1;2;3;4]</code>	<pre>>> x=[1;2;3;4] x = 1 2 3 4</pre>
<code>2*x+4</code>	<pre>>> 2*x+4 ans = 6 8 10 12</pre>
<code>f(x)=2*x+4;</code> <code>f(x)</code>	<pre>>> f(x)=2*x+4; >> f(x) ans = 6 8 10 12</pre>

2.15 การคำนวณค่าเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน

ตัวอย่าง $z = 3 + 4i$, $w = 5 - 9i$ การหาค่า $z + w$, zw , $|z|$, $\text{Arg}(z)$, $\text{Re}(z)$, $\text{Im}(z)$ และ \bar{z}

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>z=3+4*i</code>	<pre>>> z=3+4*i z = 3.0000 + 4.0000i</pre>
<code>w=5-9*i</code>	<pre>>> w=5-9i w = 5.0000 - 9.0000i</pre>
<code>z+w</code>	<pre>>> z+w ans = 8.0000 - 5.0000i</pre>
<code>z*w</code>	<pre>>> z*w ans = 51.0000 - 7.0000i</pre>
<code>abs(z)</code>	<pre>>> abs(z) ans = 5</pre>
<code>angle(z)</code> หมายเหตุ <code>angle(z)</code> คือค่าอาร์กิวเมนต์ของ z	<pre>>> angle(z) ans = 0.9273</pre>

real(z)↵	>> real(z) ans = 3
imag(z)↵	>> imag(z) ans = 4
cong(z)↵	>> conj(z) ans = 3.0000 - 4.0000i

2.16 การหารากของสมการ $f(x) = 0$ ตัวอย่างเช่น การหารากของสมการ $x^2 - 2 = 0$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
f=[1 0 -2]↵	>> f=[1 0 -2] f = 1 0 -2
roots[f]↵	>> roots(f) ans = 1.4142 -1.4142

2.17 การหาผลเฉลยของระบบสมการ ตัวอย่างเช่น การหาผลเฉลยของระบบสมการ $2x + 3y = 8$
 $x + y = 3$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
[x y] = solve('2*x+3*y=8','x+y=3')↵	>> [x y]=solve('2*x+3*y=8','x+y=3') x = 1 y = 2

2.18 การคำนวณค่า ${}^n C_r$ และ nPr ${}^n P_r$

${}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ กำหนดเป็นสูตรในโปรแกรม nCr.m ได้ดังนี้

```
C:\MATLAB6p5\work\nCr.m
1 | function x = nCr(n,r);
2 | x = factorial(n)/(factorial(r)*factorial(n-r));
```

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
nCr(5,1)↵	>> nCr(5,1) ans = 5
nCr(5,2)↵	>> nCr(5,2) ans = 10

${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ กำหนดเป็นสูตรในโปรแกรม nPr.m ได้ดังนี้

```
C:\MATLAB6p5\work\nPr.m
1 | function x = nPr(n,r);
2 | x = factorial(n)/factorial(n-r);
```

nPr(5,1)↵	>> nPr(5,1) ans = 5
nPr(5,2)↵	>> nPr(5,2) ans = 20

2.19 การคำนวณที่ให้ผลลัพธ์เป็นสูตร

โปรแกรม MATLAB สามารถคำนวณและแสดงผลออกมาในรูปแบบของสูตรได้เช่น

การกระจายพหุนาม $(x - 1)(x + 2)$ กระจายได้เป็น $x^2 + x - 2$

การแยกตัวประกอบ $x^4 - 2x^2 - 3x - 2$ แยกตัวประกอบได้เป็น $(x - 2)(x + 1)(x^2 + x + 1)$

การหาอนุพันธ์เป็นสูตร $\frac{d}{dx} x^2$ ผลการหาอนุพันธ์คือ $2x$

การหาอนุพันธ์อันดับสูงเช่น $\frac{d^3}{dx^3} x^4$ ผลการหาอนุพันธ์คือ $24x$

การหาปริพันธ์เป็นสูตร $\int (4x+7)dx$ ผลการคำนวณเป็นสูตรคือ $2x^2 + 7x$

สามารถหาค่าลิมิตได้ $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 2x + 4)$ หาค่าลิมิตได้เป็น 7

ตัวอย่าง การกระจายสูตรพหุนาม $(x - 1)(x + 2)$ สามารถเลือกคำนวณได้ 2 แบบคือ

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
syms x↵ expand((x-1)*(x-2))↵	>> syms x >> expand((x-1)*(x-2)) ans = x^2-3*x+2
syms x↵ f=(x+1)*(x-3);↵ expand(f)↵	>> syms x >> f=(x+1)*(x-3); >> expand(f) ans = x^2-2*x-3

ตัวอย่าง การแยกตัวประกอบ $x^4 - 2x^2 - 3x - 2$ เลือกคำนวณได้ 2 แบบคือ

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
syms x↵ factor(x^4-2*x^2-3*x-2)↵	>> syms x >> factor(x^4-2*x^2-3*x-2) ans = (x-2)*(x+1)*(x^2+x+1)

<pre>syms x f=x^4-2*x^2-3*x-2; factor(f)</pre>	<pre>>> syms x >> f=x^4-2*x^2-3*x-2; >> factor(f) ans = (x-2)*(x+1)*(x^2+x+1)</pre>
--	---

ตัวอย่าง การหาอนุพันธ์เป็นสูตร $\frac{d}{dx} x^2$ เลือกค่านวนได้ 2 แบบคือ

<pre>syms x diff(x^2)</pre>	<pre>>> syms x >> diff(x^2) ans = 2*x</pre>
<pre>syms x f=x^2; diff(f)</pre>	<pre>>> syms x >> f=x^2; >> diff(f) ans = 2*x</pre>

ตัวอย่าง การหาอนุพันธ์อันดับสูงเช่น $\frac{d^3}{dx^3} x^4$ เลือกค่านวนได้ 2 แบบคือ

<pre>syms x diff(x^4,3)</pre>	<pre>>> syms x >> diff(x^4,3) ans = 24*x</pre>
<pre>syms x f=x^4,3; diff(f,3)</pre>	<pre>>> syms x >> f=x^4; >> diff(f,3) ans = 24*x</pre>

ตัวอย่าง การหาปริพันธ์เป็นสูตร $\int (4x + 7)dx$ เลือกค่านวนได้ 2 แบบคือ

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<pre>syms x int(4*x+7)</pre>	<pre>>> syms x >> int(4*x+7) ans = 2*x^2+7*x</pre>
<pre>syms x f=4*x+7; int(f)</pre>	<pre>>> syms x >> f=4*x+7; >> int(f) ans = 2*x^2+7*x</pre>

ตัวอย่าง การหาค่าลิมิต $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 2x + 4)$ และ $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 2x + 4)$ เลือกคำนวณได้ 2 แบบคือ

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
syms x ↵ limit(x^2+2*x+4) ↵	>> syms x >> limit(x^2+2*x+4) ans = 4
syms x ↵ f= x^2+2*x+4; ↵ limit(f) ↵	>> syms x >> f=x^2+2*x+4; >> limit(f) ans = 4
syms x ↵ limit(x^2+2*x+4,1) ↵	>> syms x >> limit(x^2+2*x+4,1) ans = 7
syms x ↵ f= x^2+2*x+4; ↵ limit(f,1) ↵	>> syms x >> f=x^2+2*x+4; >> limit(f,1) ans = 7

2.20 การคำนวณคณิตศาสตร์ขั้นสูง

2.20.1 การหาผลการแปลงลาปลาซ เช่นผลการแปลงลาปลาซของ $f(t) = \sin t$ มีวิธีทำได้ 2 แบบ

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
syms t ↵ laplace(sin(t)) ↵	>> syms t >> laplace(sin(t)) ans = 1/(s^2+1)
syms t ↵ f=sin(t) ↵ laplace(f) ↵	>> syms t >> f=sin(t); >> laplace(f) ans = 1/(s^2+1)

2.20.2 การหาผลการแปลงลาปลาซผกผัน

ตัวอย่างเช่นผลการแปลงลาปลาซผกผันของ $F(s) = \frac{1}{s^2+1}$ มีวิธีทำได้ 2 แบบ

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
syms s ↵ ilaplace(1/(s^2+1)) ↵	>> syms s >> ilaplace(1/(s^2+1)) ans = sin(t)

syms s F=1/(s^2+1); ilaplace(F)	>> syms s >> F=1/(s^2+1); >> ilaplace(F) ans = sin(t)
---------------------------------------	---

2.20.3 การหาสูตรเทย์เลอร์ของฟังก์ชัน เช่นการหาสูตรเทย์เลอร์ของ sinx มีวิธีทำได้ 2 แบบ

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
syms x taylor(sin(x),5)	>> syms x >> taylor(sin(x),5) ans = x-1/6*x^3
syms x f=sin(x); taylor(f,5)	>> syms x >> f=sin(x); >> taylor(f,5) ans = x-1/6*x^3
syms x f=sin(x); taylor(f,8)	>> syms x >> f=sin(x); >> taylor(f,8) ans = x-1/6*x^3+1/120*x^5-1/5040*x^7

2.20.4 การแยกเศษส่วนย่อยด้วยโปรแกรม MATLAB

$\frac{2x^3 - 5x^2 + x - 6}{x^2 - 4x + 3}$ สามารถแยกเป็นผลบวก $2x + 3 + \frac{3}{x-3} + \frac{4}{x-1}$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
a=[1 -4 3]; b=[2 -5 1 -6]; [r,p,k]=residue(b,a)	>> a=[1 -4 3]; >> b=[2 -5 1 -6]; >> [r,p,k]=residue(b,a) r = 3 4 p = 3 1 k = 2 3

a = เวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์พหุนามตัวส่วน

b = เวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์พหุนามตัวเศษ

[r, p, k] = residue(b, a) จะทำการหารยาวและให้ค่า

k = เวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์ส่วนที่เป็นพหุนาม

$$p = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_m \end{bmatrix} \text{ และ } r = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_m \end{bmatrix} \text{ เป็นค่าที่สอดคล้องกันซึ่งหมายถึง } \frac{r_1}{x-p_1} + \frac{r_2}{x-p_2} + \dots + \frac{r_m}{x-p_m}$$

การกระจาย $2x + 3 + \frac{3}{x-3} + \frac{4}{x-1}$ เป็น $\frac{2x^3 - 5x^2 + x - 6}{x^2 - 4x + 3}$ ทำได้ด้วยคำสั่ง `[b, a] = residue(r, p, k)`

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>k=[2 3];</code> ↵	<code>>> k=[2 3];</code>
<code>r=[3 4];</code> ↵	<code>>> r=[3 4];</code>
<code>p=[3 1];</code> ↵	<code>>> p=[3 1];</code>
<code>[b,a]=residue(r,p,k)</code> ↵	<code>>> [b a]=residue(r,p,k)</code>
	<code>b =</code> 2 -5 1 -6
	<code>a =</code> 1 -4 3

2.20.5 การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ $y' - 4y = 4$ และ $y(0) = 1$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>dsolve('Dy-4*y=4','t(0)=1')</code> ↵	<code>>> dsolve('Dy-4*y=4','y(0)=1')</code> <code>ans =</code> <code>-1+2*exp(4*t)</code>

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ $y'' + 4y = t$ และ $y(0) = 1, y'(0) = -2$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>dsolve('D2y+4*y=t','y(0)=1','Dy(0)=-2')</code> ↵	
ผลบนจอภาพ	<code>>> dsolve('D2y+4*y=t','y(0)=1','Dy(0)=-2')</code> <code>ans =</code> <code>1/4*t-9/8*sin(2*t)+cos(2*t)</code>

รูปแบบคำสั่ง `dsolve('สมการ', 'เงื่อนไข', 'เงื่อนไข', ...)` Dy หมายถึง $\frac{dy}{dt}$, $D2y$ หมายถึง $\frac{d^2y}{dt^2}$

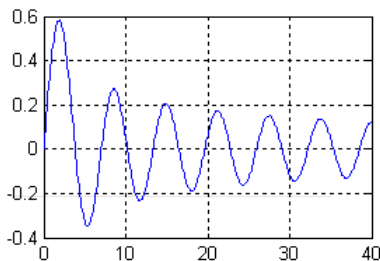
2.20.6 การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงอนุพันธ์

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ $x' + y' = \sin(t), x' - y' = \cos(t)$

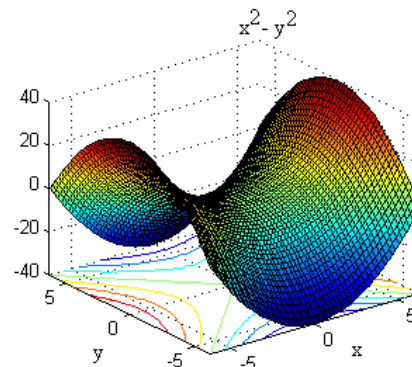
พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>dsolve('Dx+Dy=sin(t)','Dx-Dy=cos(t)')</code> ↵	
ผลบนจอภาพ	<code>>> syms x y</code> <code>>> [x y]=dsolve('Dx-Dy=sin(t)', 'Dx+Dy=cos(t)')</code> <code>x =</code> <code>C1+1/2*sin(t)-1/2*cos(t)</code> <code>y =</code> <code>C2+1/2*sin(t)+1/2*cos(t)</code>

บทที่ 3.
การเขียนกราฟด้วย MATLAB

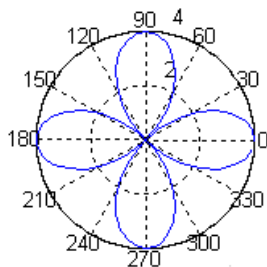
การเขียนกราฟในรูปแบบต่าง ๆ มีประโยชน์มากในการศึกษาทางคณิตศาสตร์ โปรแกรม MATLAB สามารถช่วยในการเขียนกราฟได้หลายรูปแบบ เช่น กราฟในระบบพิกัดมุมฉาก 2 มิติ และ 3 มิติ กราฟพิกัดเชิงขั้ว กราฟพื้นผิว ในบทนี้จะเป็นการทำงานเกี่ยวกับการเขียนกราฟรูปแบบต่าง ๆ เพื่อให้ได้รูปของกราฟที่มีความสวยงาม และถูกต้องตามความต้องการในการใช้งานทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างของกราฟบางรูปแบบที่โปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB ทำได้เช่น



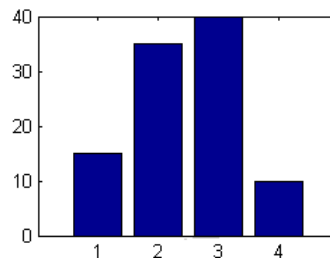
กราฟในพิกัดมุมฉาก 2 มิติ



กราฟพื้นผิว 3 มิติ



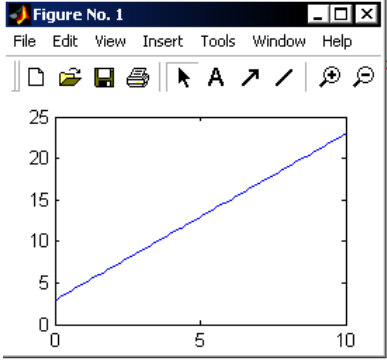
กราฟในพิกัดเชิงขั้ว



กราฟแท่ง

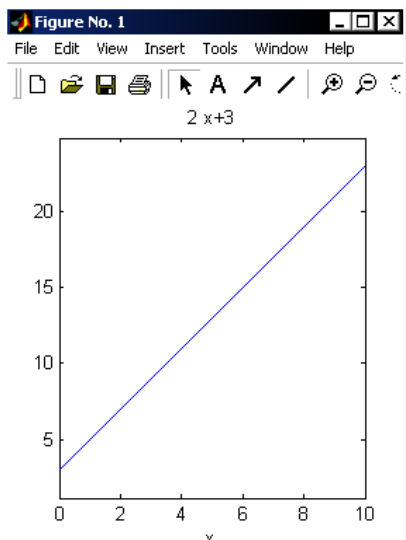
3.1 การเขียนกราฟในระบบพิกัดมุมฉาก 2 มิติ

ตัวอย่าง การเขียนกราฟของ $f(x) = 2x + 3$ บนช่วง $[0, 10]$ โดยใช้คำสั่ง plot

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>x=0:0.1:10;</code>	<code>>> x=0:0.1:10;</code>
<code>y=2*x+3;</code>	<code>>> y=2*x+3;</code>
<code>plot(x,y)</code> หมายเหตุ MATLAB จะแสดงภาพของกราฟใน Window ใหม่ เรียกว่า Window Figure และภาพใน Window นี้สามารถแก้ไขรูปแบบ และบันทึกเป็นแฟ้มข้อมูลแบบกราฟได้โดยใช้คำสั่ง File, Save	<code>>> plot(x,y)</code> 

หมายเหตุ `plot(x, y)` เป็นคำสั่งเขียนกราฟของเส้นโค้งหรือฟังก์ชัน $y = f(x)$

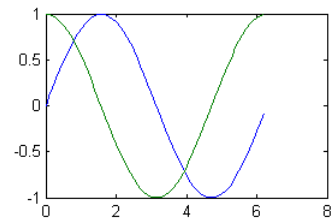
ตัวอย่าง การเขียนกราฟของ $f(x) = 2x + 3$ บนช่วง $[0, 10]$ โดยใช้คำสั่ง ezplot

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>ezplot('2*x+3',[0,10])</code>	<code>>> ezplot('2*x+3',[0,10])</code> 

หมายเหตุ `ezplot('f(x)', [a, b])` เป็นคำสั่งเขียนกราฟของ $f(x)$ บนช่วง $[a, b]$

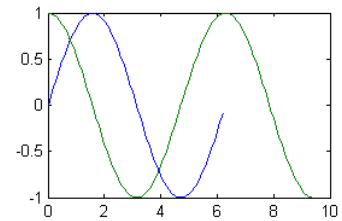
ตัวอย่าง การเขียนกราฟ 2 ฟังก์ชันโดเมนเดียวกัน

```
>> x=0:0.1:2*pi;
>> y1=sin(x);
>> y2=cos(x);
>> plot(x,y1,x,y2)
```



ตัวอย่าง การเขียนกราฟ 2 ฟังก์ชันที่มีโดเมนต่างกัน

```
>> x1=0:0.1:2*pi;
>> x2=0:0.1:3*pi;
>> y1=sin(x1);
>> y2=cos(x2);
>> plot(x1,y1,x2,y2)
```



3.2 การเขียนกราฟขั้นบันได

การเขียนกราฟแบบขั้นบันไดของข้อมูล

No	X
1	15
2	35
3	40
4	10

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>x=[15 35 40 10];</code>	<code>>> x=[15 35 40 10];</code>
<code>stairs(x)</code>	<pre>>> stairs(x)</pre>

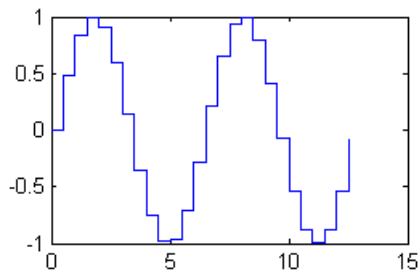
หมายเหตุ `stairs(x)` เป็นคำสั่งเขียนกราฟขั้นบันไดของข้อมูลใน x

`stairs(x, f(x))` เป็นคำสั่งเขียนกราฟขั้นบันไดของเส้นโค้ง $y = f(x)$

ตัวอย่างเช่น การเขียนกราฟแบบขั้นบันไดของ $f(x) = \sin(x)$ เมื่อ $x = 0, 0.5, 1.0, 1.5, \dots, 4\pi$

```
>> x=0:0.5:4*pi;
>> stairs(x,sin(x))
```

กราฟที่ได้คือ



3.3 การเขียนกราฟแบบ histogram

กราฟแบบ histogram เป็นกราฟแสดงการแจกแจงความถี่ของข้อมูล

hist(x, y) เป็นคำสั่งแจกแจงความถี่ของข้อมูลจาก x ตามค่าที่กำหนดจาก y แล้วแสดงผลในรูปแบบกราฟ ตัวอย่างเช่น การแจกแจงความถี่และกราฟของคะแนนสอบจากข้อมูล 1, 4, 1, 1, 2, 2, 3, 2, 2 และ 3

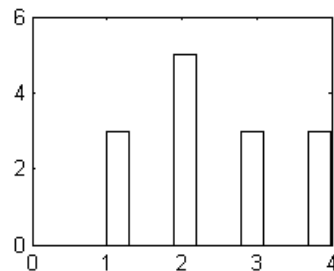
พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>data=[1 4 1 1 2 2 3 2 2 3];</code>	<code>>> data=[1 4 1 1 2 2 3 2 2 3];</code>
<code>grade=[1 2 3 4];</code>	<code>>> grade=[1 2 3 4];</code>
<code>hist(data,grade)</code>	<code>>> hist(data,grade)</code>

หมายเหตุ hist(x) จะนำข้อมูลใน x มาแจกแจงความถี่และเขียนกราฟ

ตัวอย่างเช่น

```
>> hist([1 2 3 4 1 2 3 4 2 2 4 3 2 1])
```

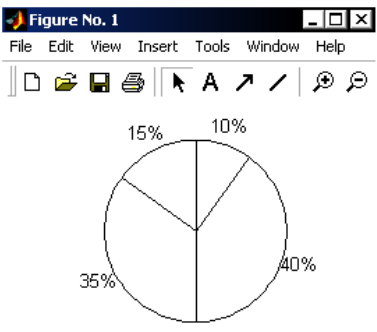
กราฟที่ได้คือ



3.4 การเขียนกราฟวงกลม

การเขียนกราฟวงกลมของข้อมูล

No	X
1	15
2	35
3	40
4	10

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>x=[15 35 40 10];</code>	<code>>> x=[15 35 40 10];</code>
<code>pie(x)</code>	<pre>>> pie(x)</pre> 

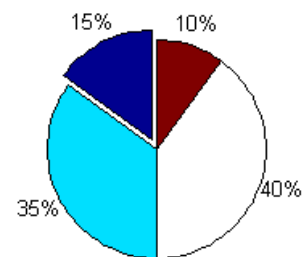
หมายเหตุ `pie(x)` เป็นคำสั่งเขียนกราฟวงกลมของข้อมูลใน `x`
`pie(x, explode)` เป็นคำสั่งเขียนกราฟวงกลมของข้อมูลใน `x`
 และตั้งชั้นที่กำหนดออกมา

โดยกำหนด `explode = [d d d ...]`

`d = 0` หรือ `d = 1` โดยที่ `d = 1` หมายถึงให้ตั้งชั้นนั้นออกมา

ตัวอย่างเช่น

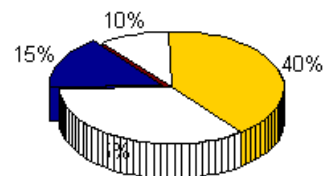
```
>> x=[15 35 40 10];
>> explode=[1 0 0 0];
>> pie(x,explode)
```



`pie3(x, explode)` เป็นคำสั่งเขียนกราฟวงกลมของข้อมูลใน `x`
 และตั้งชั้นที่กำหนดออกมาโดยแสดงภาพเป็นรูปแบบ 3 มิติ

ตัวอย่างเช่น

```
>> x=[15 35 40 10];
>> explode=[1 0 0 0];
>> pie3(x,explode)
```



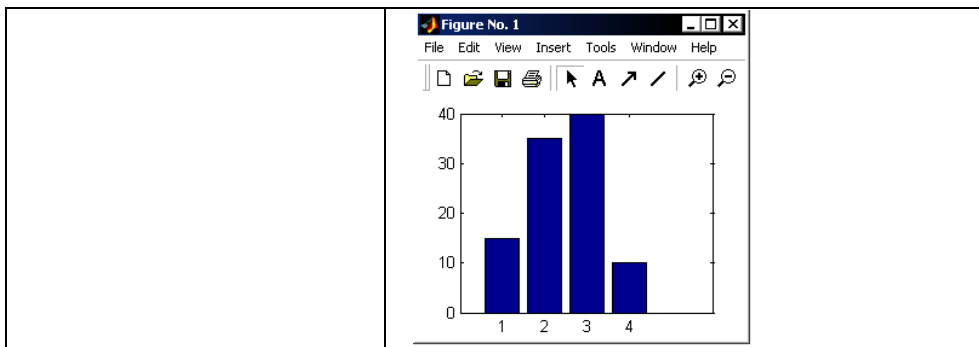
หมายเหตุ `pie(x, x == min(x))` ตั้งชั้นที่มีค่าต่ำสุดออกมา `pie(x, x == max(x))` ตั้งชั้นที่มีค่าสูงสุดออกมา

3.5 การเขียนกราฟแท่ง (Bar graph) ของข้อมูลทางสถิติ

ตัวอย่าง การเขียนกราฟของข้อมูล คะแนน และความถี่

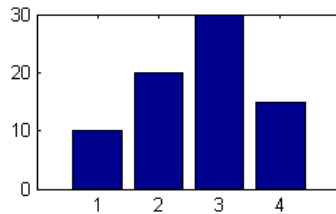
score	frequency
1	15
2	35
3	40
4	10

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>score=[1 2 3 4];</code>	<code>>> score=[1 2 3 4];</code>
<code>freq=[15 35 40 10];</code>	<code>>> freq=[15 35 40 10];</code>
<code>bar(score,freq)</code>	<code>>> bar(score,freq)</code>



หมายเหตุ `bar(x, y)` เป็นคำสั่งเขียนกราฟแท่งโดยมีแกนอนเป็นข้อมูล x และ ข้อมูล y เป็นแกนตั้ง
ตัวอย่าง การเขียนกราฟแท่งโดยระบุค่าเฉพาะข้อมูล y

```
>> y=[10 20 30 15];
>> bar(y)
```



x	y
53	156
58	165
55	162
60	170
62	165
68	173

หมายเหตุ โปรแกรม MATLAB จะกำหนดข้อมูล x เป็น [1 2 3 ...]

3.6 การเขียนกราฟของแผนภาพการกระจายของข้อมูล

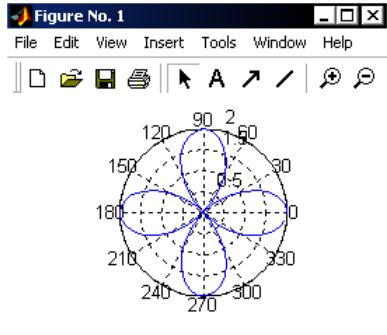
ตัวอย่างของข้อมูลเช่น

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>x=[53 58 55 60 62 68];</code> ↵	<code>>> x=[53 58 55 60 62 68];</code>
<code>y=[156 165 162 170 165 173];</code> ↵	<code>>> y=[156 165 162 170 165 173];</code>
<code>plot(x,y,'*')</code> ↵	<code>>> plot(x,y,'*')</code>

หมายเหตุ `plot(x, y, '*')` เป็นคำสั่ง plot กราฟแบบจุดของคู่ลำดับ (x_i, y_i) โดย plot ด้วยสัญลักษณ์ที่กำหนดใน `'...'` ในตัวอย่างนี้คือ plot จุดด้วย *

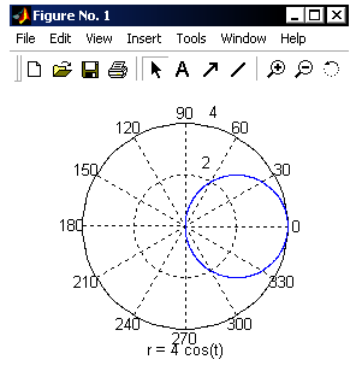
3.7 การเขียนกราฟในระบบพิกัดเชิงขั้ว

ตัวอย่าง การเขียนกราฟ $r = 2\cos(2t)$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>t=0:0.1:2*pi;↵</code>	<code>>> t=0:0.1:2*pi;</code>
<code>r=2*cos(2*t);↵</code>	<code>>> r=2*cos(2*t);</code>
<code>polar(t,r)↵</code>	<pre>>> polar(t,r)</pre> 

หมายเหตุ `polar(r, t)` เป็นคำสั่ง plot กราฟแบบในระบบพิกัดเชิงขั้ว

ตัวอย่าง การเขียนกราฟ $r = 4\cos(t)$

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>ezpolar('4*cos(t)',[0,2*pi])↵</code>	<pre>>> ezpolar('4*cos(t)',[0,2*pi])</pre> 

หมายเหตุ `ezpolar('r(t)', [a, b])` เป็นคำสั่ง plot กราฟพิกัดเชิงขั้ว $r(t)$ บนช่วง $[a, b]$

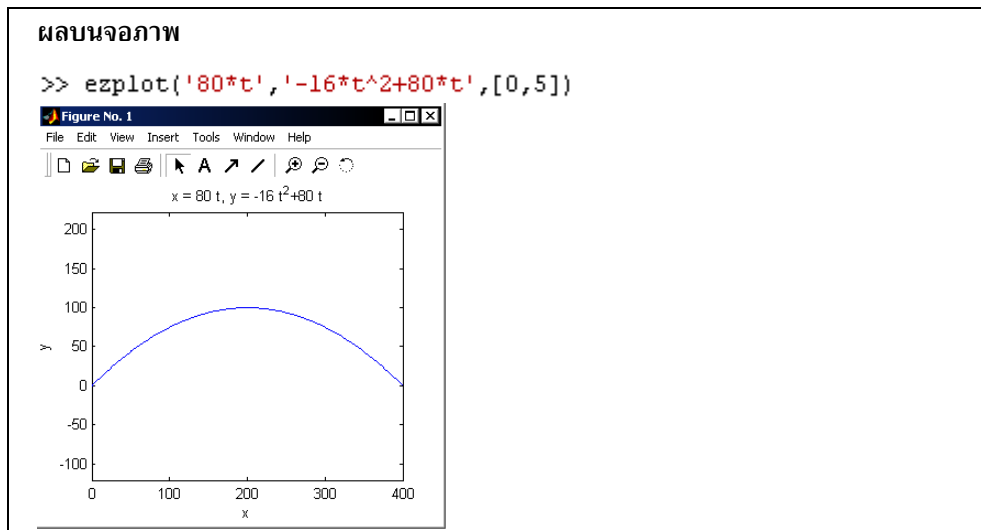
3.8 การเขียนกราฟของสมการพาราเมตริก

3.8.1 กราฟพาราเมตริก 2 มิติ

ตัวอย่าง การเขียนกราฟของเส้นโค้งที่มีสมการพาราเมตริก $x(t) = 80t$ และ $y(t) = -16t^2 + 80t$

บนช่วง $0 < t < 5$ ขั้นตอนการเขียนกราฟของเส้นโค้งที่มีสมการพาราเมตริกเป็นดังนี้

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>ezplot('80*t','-16*t^2+80*t',[0,5])↵</code>	

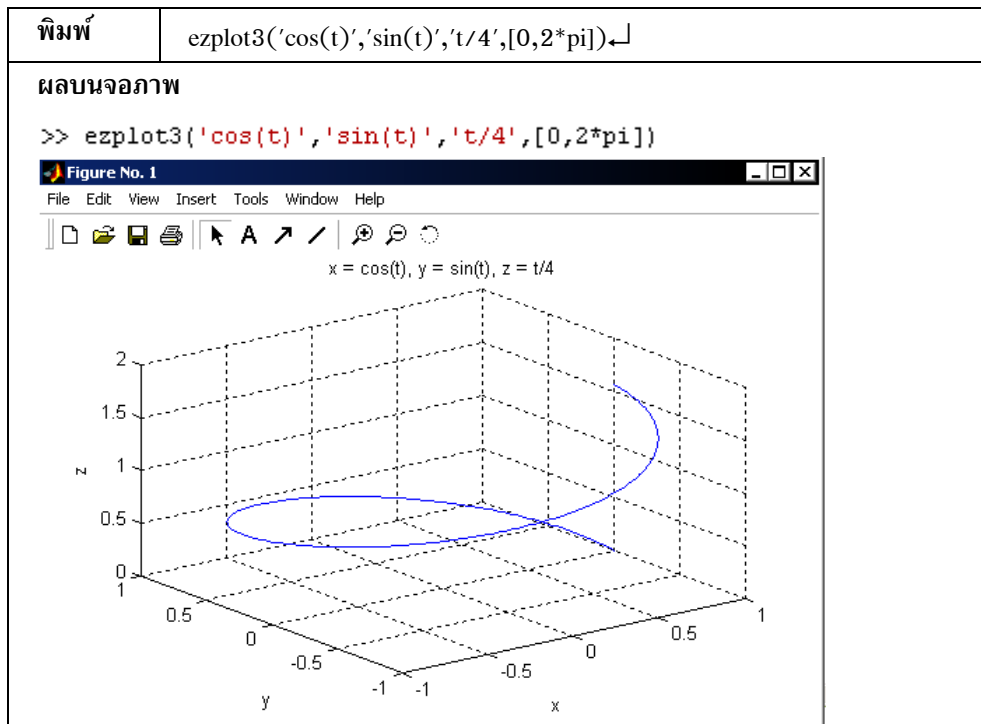


หมายเหตุ ezplot('x(t)', 'y(t)', [a, b]) เป็นคำสั่ง plot กราฟ $r(t) = (x(t), y(t))$ บนช่วง [a, b]

3.8.2 กราฟพาราเมตริก 3 มิติ

ตัวอย่าง การเขียนกราฟของเส้นโค้งที่มีสมการพาราเมตริก $x(t) = \cos t$, $y(t) = \sin t$ และ $z(t) = \frac{t}{4}$

บนช่วง $0 < t < 2\pi$



หมายเหตุ

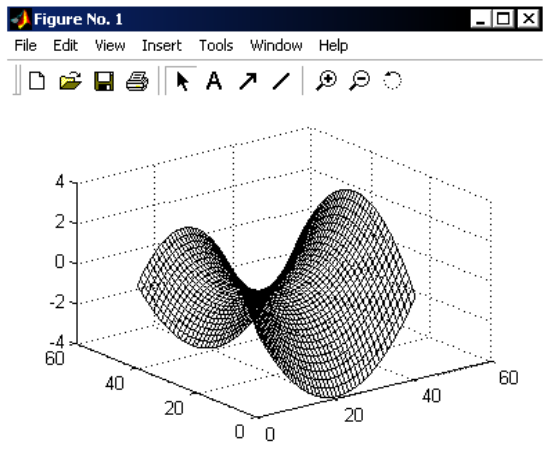
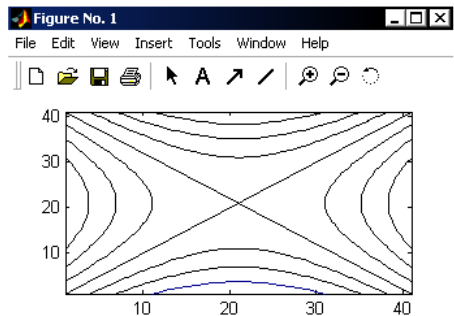
ezplot3('x(t)', 'y(t)', 'z(t)', [a, b]) เป็นคำสั่งเขียนกราฟ $r(t) = (x(t), y(t), z(t))$ บนช่วง [a, b]

3.9 การเขียนกราฟพื้นผิว 3 มิติ และกราฟแบบ contour

ตัวอย่าง การเขียนกราฟพื้นผิว $f(x, y) = x^2 - y^2$ บนช่วง $[-2, 2] \times [-2, 2]$ และกราฟ contour

แบบที่ 1. ขั้นตอนการทำงานมีดังนี้

1. กำหนดสูตรฟังก์ชัน $z = x^2 - y^2$
2. กำหนดโดเมน x เป็น $[-2, 2]$
3. กำหนดโดเมน y เป็น $[-2, 2]$
4. สร้างเมทริกซ์ของการเขียนกราฟด้วยคำสั่ง meshgrid เพื่อเป็นโดเมนของฟังก์ชัน z
5. เขียนกราฟพื้นผิว ด้วยคำสั่ง surf(z)
6. เขียนกราฟ contour ด้วยคำสั่ง contour(z)

พิมพ์	ผลบนจอภาพ
<code>z=x.^2-y.^2;</code>	<code>>> z=x.^2-y.^2;</code>
<code>x=-2:0.1:2;</code>	<code>>> x=-2:0.1:2;</code>
<code>y=-2:0.1:2;</code>	<code>>> y=-2:0.1:2;</code>
<code>[x,y]=meshgrid(x,y)</code>	<code>>> [x,y]=meshgrid(x,y);</code>
<code>surf(z)</code>	<pre>>> surf(z)</pre> 
<code>contour(z)</code>	<pre>>> contour(z)</pre> 

หมายเหตุ surf(z) เป็นคำสั่งเขียนกราฟของพื้นผิว z ที่คำนวณได้จากโดเมน [a, b] × [c, d]

contour(z) เป็นคำสั่งเขียนกราฟแบบ contour ของพื้นผิว z ที่คำนวณได้จากโดเมน [a, b] × [c, d]

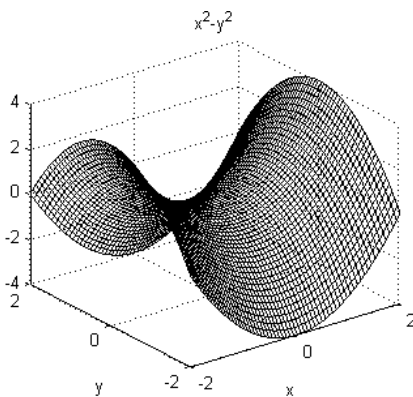
แบบที่ 2. ใช้คำสั่ง ezsurf, ezcontour และ ezsurf

ezsurf('f(x, y)', [a b c d]) เป็นคำสั่งเขียนกราฟพื้นผิว z = f(x, y) บนช่วง [a, b] × [c, d]

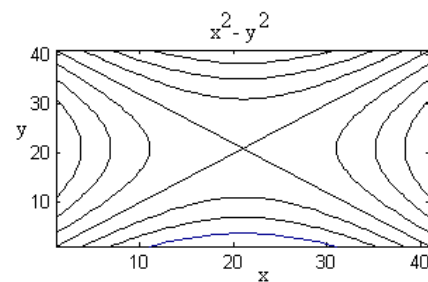
ezcontour('f(x, y)', [a b c d]) เป็นคำสั่งเขียนกราฟ contour ของพื้นผิว z = f(x, y) บนช่วง [a, b] × [c, d]

เพราะฉะนั้นการเขียนกราฟของ $f(x, y) = x^2 - y^2$ บนช่วง $[-2, 2] \times [-2, 2]$ ทำได้ดังนี้

```
>> ezsurf('x^2-y^2',[-2 2 -2 2])
```



```
>> ezcontour('x^2-y^2',[-2 2 -2 2])
```

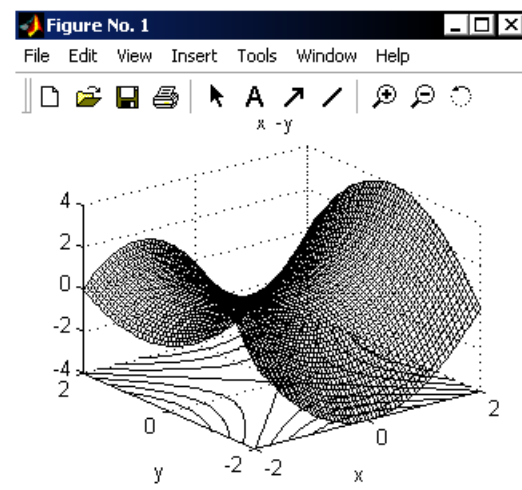


คำสั่ง ezsurf('f(x, y)', [a b c d]) เขียนกราฟพื้นผิวและ contour พร้อมกัน ของ $z = f(x, y)$

บนช่วง $[a, b] \times [c, d]$

ตัวอย่างเช่น

```
>> ezsurf('x^2-y^2',[-2 2 -2 2])
```



3.10 การปรับรูปแบบกราฟให้สวยงาม

3.10.1 การกำหนดลักษณะของเส้นกราฟ

การเขียนกราฟมีการกำหนด รูปแบบเส้น เครื่องหมาย และสี ดังนี้

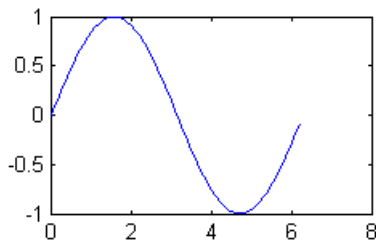
สัญลักษณ์	สี
r	Red
g	Green
b	Blue
c	Cyan
m	Magenta
y	Yellow
k	Black
w	White

สัญลักษณ์	เครื่องหมาย
.	จุด
o	วงกลม
+	บวก
x	กากบาท
*	ดอกจัน
s	สี่เหลี่ยมจัตุรัส
d	รูปข้าวหลามตัด
v	สามเหลี่ยมล่าง

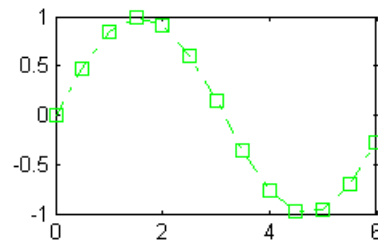
สัญลักษณ์	รูปแบบเส้น
:	เส้นจุด
-	เส้นทึบ
-.	เส้นประและเส้นจุด
--	เส้นประ

ตัวอย่างเช่น

```
>> x=0:0.1:2*pi;
>> plot(x,sin(x))
```



```
>> x=0:0.5:2*pi;
>> plot(x,sin(x),'g-.s')
```



โปรแกรม MATLAB จะเขียนกราฟเป็นเส้นทึบสีน้ำเงิน

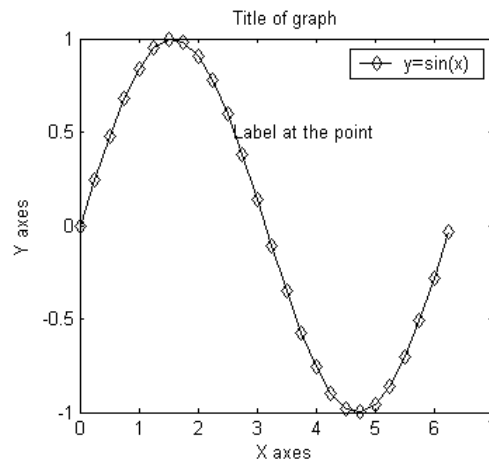
กราฟเป็นเส้น -. สีเขียว
และ plot เป็นจุดสี่เหลี่ยมจัตุรัส

3.10.2 คำอธิบายประกอบ เส้นกราฟ และ แกนพิกัดต่าง ๆ

คำสั่ง	ความหมายของคำสั่ง
title('ข้อความ')	เขียนคำอธิบายประกอบภาพของกราฟ
title(x, y, 'ข้อความ')	เขียนคำอธิบายประกอบภาพของกราฟ ที่ตำแหน่ง (x, y)
xlabel('ข้อความ')	เขียนคำอธิบายประกอบแกน X
ylabel('ข้อความ')	เขียนคำอธิบายประกอบแกน Y
zlabel('ข้อความ')	เขียนคำอธิบายประกอบแกน Z
title(x, y, 'ข้อความ')	เขียนคำอธิบาย ที่ตำแหน่ง (x, y)
legend(text1, text2, ...)	เขียนคำอธิบายประกอบเส้นของกราฟ

ตัวอย่างเช่น

```
>> x=0:0.25:2*pi;
>> plot(x,sin(x),'k-d');
>> title('Title of graph');
>> xlabel('X axes');
>> ylabel('Y axes');
>> text(5*pi/6,sin(5*pi/6),'Label at the point');
>> legend('y=sin(x)')
```

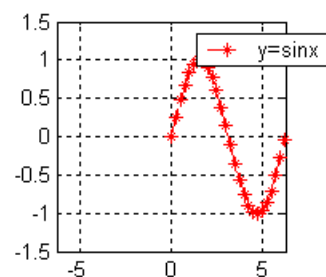


3.10.3 คำสั่งในการปรับค่าต่าง ๆ บนแกนพิกัด และการตีเส้นกริด

คำสั่ง	ความหมายของคำสั่ง
grid on, grid off	เขียนเส้นกริดหรือยกเลิกการเขียนเส้นกริด
axis on, axis off	อนุญาต หรือไม่อนุญาต ให้กำหนดค่าต่าง ๆ เกี่ยวกับแกน เช่น การตีเส้นกริด
axis square	กำหนดให้กรอบในการเขียนกราฟเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส
axis([xmin xmax ymin ymax])	กำหนดค่าสูงสุด และ ต่ำสุดของแกน X และ แกน Y
axis([xmin xmax ymin ymax zmin zmax])	กำหนดค่าสูงสุด และ ต่ำสุดของแกน X แกน Y และ แกน Z

ตัวอย่างเช่น

```
>> x=0:0.25:2*pi;
>> plot(x,sin(x),'r*--');
>> axis on;
>> axis([-2*pi 2*pi -1.5 1.5]);
>> grid on;
>> axis square;
>> legend('y=sinx');
```

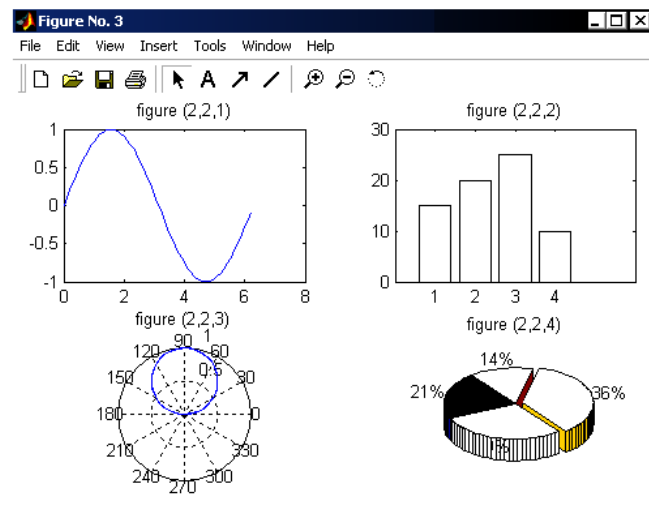


3.10.4 การเขียนกราฟหลายรูปใน window เดียวกันและการกำหนด window แสดงกราฟ

คำสั่ง	ความหมายของคำสั่ง
figure(n)	สั่งเปิด Window Figure ที่ n การเขียนกราฟรูปต่อไปจะปรากฏใน Window Figure ล่าสุดที่เปิด
subplot(m, n, k)	แบ่ง Window ออกเป็นกรอบย่อย m แถว n หลัก กำหนดการเขียนกราฟใน Window ย่อยรูปที่ k
close(n)	สั่งปิด Window Figure ที่ n
close all	สั่งปิด Window Figure ทุก window figure

ตัวอย่างเช่น

```
>> figure(3);
>> subplot(2,2,1);
>> x=0:0.1:2*pi;
>> plot(x,sin(x));
>> title('figure (2,2,1)')
>> subplot(2,2,2);
>> x=[15 20 25 10];
>> bar(x);
>> title('figure (2,2,2)')
>> subplot(2,2,3);
>> x=0:0.1:2*pi;
>> polar(x,sin(x));
>> title('figure (2,2,3)')
>> subplot(2,2,4);
>> x=[15 20 25 10];
>> explode=[0 0 1 0];|
>> pie3(x,explode);
>> title('figure (2,2,4)')
```



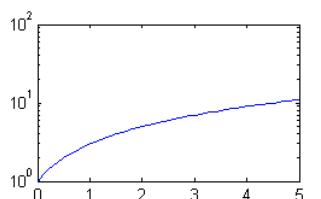
3.10.5 กราฟบนสเกลลอการิทึม

คำสั่ง	ความหมายของคำสั่ง
plot(x, y)	เขียนกราฟ (x, y) โดยใช้สเกลปกติ (x, y)
semilogx(x, y)	เขียนกราฟโดยใช้สเกลลอการิทึมเฉพาะแกน X
semilogy(x, y)	เขียนกราฟโดยใช้สเกลลอการิทึมเฉพาะแกน Y
loglog(x, y)	เขียนกราฟโดยใช้สเกลลอการิทึม ทั้งแกน X และ แกน Y

ตัวอย่างเช่น

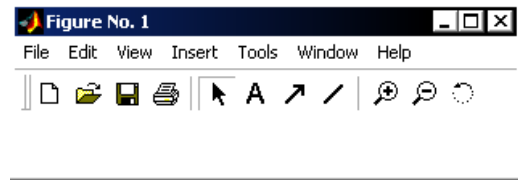
```
>> x=0:0.1:5;
>> semilogy(x,2*x+1);
```

กราฟที่ได้คือ

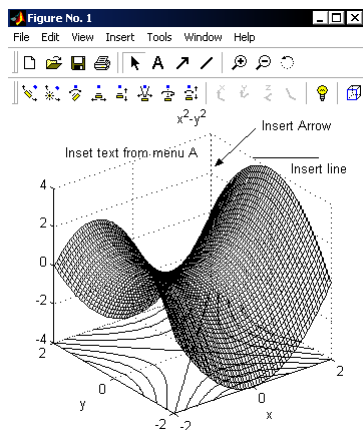


3.11 การปรับปรุงรูปแบบของกราฟโดยใช้เมนูของ Window Figure

เมนูย่อยที่มีใน Window Figure สามารถนำมาช่วยในการปรับปรุงรูปแบบของกราฟได้เช่น สร้างหน้าต่างรูปภาพใหม่ การบันทึกภาพ การนำภาพเก่ามาแก้ไข การเพิ่มตัวอักษร เส้นตรง และการหมุนภาพ เพื่อดูมุมมองต่าง ๆ ของภาพ เมนูย่อยต่าง ๆ มีหน้าที่ดังนี้



icon	ความหมายของคำสั่ง
	เปิด Window Figure ใหม่เพื่อเขียนกราฟ
	การเปิดแฟ้มของกราฟที่เคยบันทึกไว้
	บันทึกกราฟที่เขียนไว้เป็นแฟ้มข้อมูล
	พิมพ์กราฟลงกระดาษ
	เมนูย่อยของการแก้ไขกราฟ
	insert text พิมพ์ข้อความแทรกลงบนกราฟ
	insert arrow เพิ่มลูกศรบนบริเวณของกราฟ
	insert line เพิ่มเส้นบนหน้าต่างรูปภาพ
	การขยายภาพโดย คลิกที่ icon นี้ก่อนแล้วจึงไปคลิกเมาส์บนภาพที่ต้องการขยาย
	การย่อภาพโดย คลิกที่ icon นี้ก่อนแล้วจึงไปคลิกเมาส์บนภาพที่ต้องการย่อ
	การหมุนภาพโดย คลิกที่ icon นี้ก่อนแล้วจึงไปคลิกเมาส์บนภาพที่ต้องการหมุน

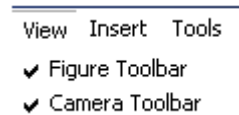


ตัวอย่างของกราฟ ที่มีการเพิ่มเติมข้อความ ลูกศรและเส้นตรง


เมนู View มีเมนูย่อยที่สำคัญคือ

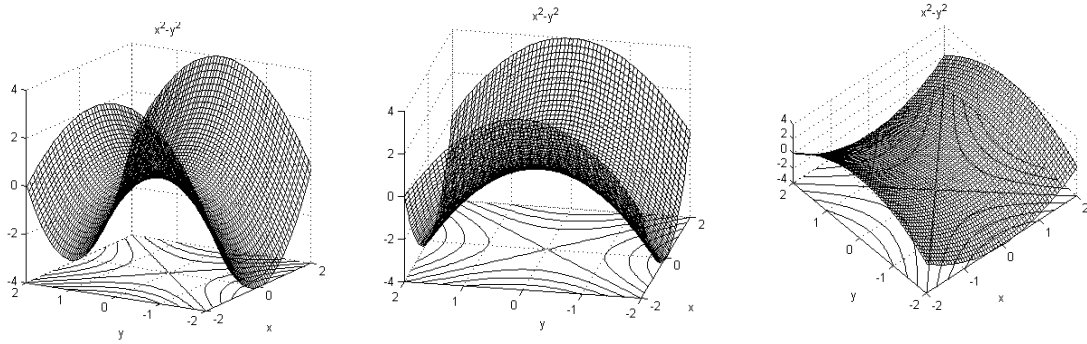
เมนู Figure Toolbar ช่วยในการปรับปรุงคุณภาพของกราฟ

เมนู Camera Toolbar เป็นเมนูช่วยในการปรับเปลี่ยนมุมมองของกราฟ



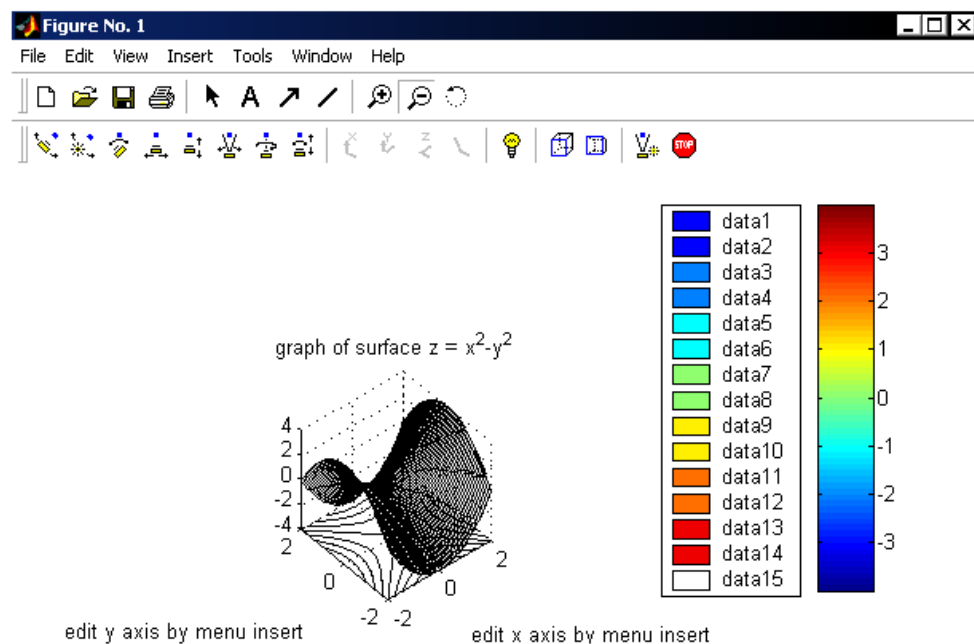
การใช้เมนู camera ทำได้โดยการเลือก icon ที่ต้องการ เช่นการหมุน การเลื่อน การพลิกภาพ แล้วจึงนำเมาส์ไปคลิกที่รูปของกราฟ


ตัวอย่างของภาพที่ได้ซึ่งเกิดจากการหมุนภาพจากเมื่อย่อย  ของเมนู Camera



เมื่อย่อย Insert ใช้ในการปรับปรุงกราฟโดยมีเมื่อย่อยทำหน้าที่ดังนี้
 X Label, Y Label, Z Label, Title ใช้พิมพ์คำอธิบายเกี่ยวกับ แกนต่าง ๆ และคำอธิบายรูป
 Legend, Colorbar ใช้เขียนคำอธิบายเกี่ยวกับเส้นของกราฟและสีของกราฟ
 Arrow, Line, Text ใช้เพิ่มเติม ลูกศร เส้นตรง และข้อความในกราฟ
 Axes, Light ใช้ในการเพิ่มแกน หรือปรับความสว่างของภาพ
 ตัวอย่างเช่น

Insert Tools	
X Label	
Y Label	
Z Label	
Title	
Legend	
Colorbar	
Arrow	
Line	
Text	
Axes	
Light	




เมนูย่อย Edit เลือกจากเมนู หรือคลิก icon 

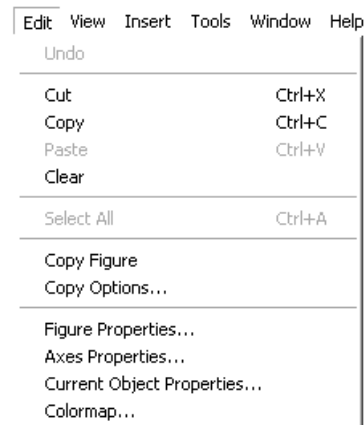
เมนูนี้ใช้ในการแก้ไขต่าง ๆ เช่น

Copy Figure ใช้ copy กราฟเพื่อนำใช้ใน Window figure อื่น ๆ

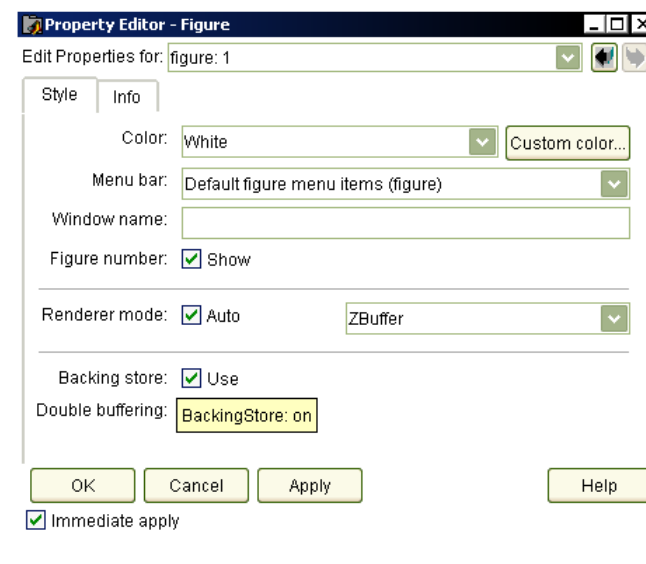
Figure Properties ใช้แก้ไขภาพ

เช่น สีของกราฟ การ plot เส้นกราฟแบบต่าง ๆ

Current Object Properties แก้ไขเฉพาะบริเวณที่เลือกไว้ด้วย icon 



เมนูย่อย Figure Properties และ Current Object Properties คือ



จากเมนูย่อยนี้เราสามารถ เปลี่ยนสีของกราฟได้โดยเลือกเมนูย่อย Color

บทที่ 4.
การใช้งานเบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรม MATLAB

ในบทนี้เป็นการใช้งานเบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB เช่น การทำงานใน Command Window การกำหนดทศนิยม ตัวแปร ฟังก์ชัน และตัวแปรที่สำคัญทางคณิตศาสตร์

4.1 การกำหนดค่าต่างๆ ในการแสดงผลเกี่ยวกับตัวเลข

โปรแกรม MATLAB สามารถแสดงผลการคำนวณของตัวเลขได้หลายแบบ โดยใช้คำสั่ง format ดังนี้

format short	แสดงตัวเลขทศนิยม 4 ตำแหน่ง <pre>>> format short >> pi/2 ans = 1.5708</pre>
format long	แสดงตัวเลขทศนิยม 14 ตำแหน่ง <pre>>> format long >> pi/2 ans = 1.57079632679490</pre>
format short e	แสดงตัวเลขในลักษณะ $N \times 10^k$ โดยที่ N เป็นทศนิยม 4 ตำแหน่ง <pre>>> format short e >> 12.5^10 ans = 9.3132e+010</pre>
format long e	แสดงตัวเลขในลักษณะ $N \times 10^k$ โดยที่ N เป็นทศนิยม 14 ตำแหน่ง <pre>>> format long e >> 12.5^10 ans = 9.313225746154785e+010</pre>
format bank	แสดงตัวเลขทศนิยม 2 ตำแหน่ง <pre>>> format bank >> 4/3 ans = 1.33</pre>

format rat	<pre>>> format rat >> (10+12)/5 ans = 22/5</pre> <p>แสดงตัวเลขในลักษณะตัวเลขเศษส่วน</p>
------------	---

4.2 สัญลักษณ์พิเศษและ การกำหนดตัวแปรจำนวนใน MATLAB

เครื่องหมายหรือสัญลักษณ์ที่ใช้ในโปรแกรม MATLAB

เครื่องหมาย	ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน
() []	subscripts กำหนดข้อมูลเวกเตอร์ หรือ เมทริกซ์ <pre>>> x=[2 4 5 1] x = 2 4 5 1 >> x(2) ans = 4</pre>
= ; ↵	กำหนดค่า รอกการคำนวณ หรือใช้ในการค้นคำสั่ง สั่งคำนวณ <pre>>> x=2; >> y=3; >> x+y ans = 5</pre>
, ;	แยกสมาชิกในแถวของเมทริกซ์ แยกแถวของเมทริกซ์ <pre>>> x=[1 2;3 4] x = 1 2 3 4</pre>
%	เป็นการทำ remark ของโปรแกรม <pre>>> % this is a remark >></pre>

ตัวแปรจำนวนใน MATLAB จะเก็บข้อมูลตัวเลขในรูปแบบเมทริกซ์ คือจำแนกเป็นแถวและหลัก ตัวอย่างเช่น

การกำหนดค่า	ความหมาย
<pre>>> x=2 x = 2</pre>	กำหนดค่า 1 ค่าให้กับตัวแปร x
<pre>>> x=[1 2 3] x = 1 2 3</pre>	กำหนดค่าของตัวแปร x เป็นเมทริกซ์ 1 แถว 3 หลัก

<pre>>> x=[1,2,3] x = 1 2 3</pre>	กำหนดค่าของตัวแปร x เป็นเมทริกซ์ 1 แถว 3 หลัก การเว้นช่องว่างหรือคั่นด้วย , มีผลเหมือนกัน
<pre>>> x=[1;2;3] x = 1 2 3</pre>	กำหนดค่าของตัวแปร x เป็นเมทริกซ์ 3 แถว 1 หลัก การเว้นด้วย ; หมายถึงการขึ้นแถวใหม่
<pre>>> x=[1 2;3 4] x = 1 2 3 4</pre>	กำหนดค่าของตัวแปร x เป็นเมทริกซ์ 2 แถว 2 หลัก การเว้นช่องว่าง แปลว่าอยู่แถวเดียวกัน การเว้นด้วย ; หมายถึงการขึ้นแถวใหม่
<pre>>> x=4:2:10 x = 4 6 8 10</pre>	การกำหนด $x = a : d : b$ หมายถึง x มีค่าเป็นเวกเตอร์ $x = [a, a + d, a + 2d, \dots]$ ตัวสุดท้ายมีค่าไม่เกิน b

4.3 การคำนวณเบื้องต้น

การคำนวณเกี่ยวกับตัวเลข และ ตัวแปรใน MATLAB มีหลายแบบดังนี้

การดำเนินการ	ตัวดำเนินการ	ตัวอย่าง
การบวก	+	<pre>>> x=[1 2]; >> y=[3 4]; >> x+y ans = 4 6</pre>
การลบ	-	<pre>>> p=[2 3 4]; >> q=[1 1 3]; >> p-q ans = 1 2 1</pre>
การคูณ	*	<pre>>> a=3.5; >> b=5; >> a*b ans = 17.5000</pre>
การคูณเชิงสมาชิก	.*	<pre>>> x=[2 3 -4]; >> y=[2 2 4]; >> x.*y ans = 4 6 -16</pre>
การหารทางขวา	/ $a/b = \frac{a}{b}$	<pre>>> a=23; >> b=4; >> a/b ans = 5.7500</pre>

การหารทางซ้าย	\backslash $a \backslash b = b a^{-1}$	<pre>>> a=23; >> b=4; >> a\b ans = 0.1739</pre>
การหารเชิงสมาชิก	$./$	<pre>>> x=[2 3 4]; >> y=[5 10 20]; >> x./y ans = 0.4000 0.3000 0.2000</pre>
การยกกำลัง	\wedge	<pre>>> x=3; >> y=4; >> x^y ans = 81</pre>
การยกกำลังเชิงสมาชิก	$.\wedge$	<pre>>> x=[2 3 4]; >> y=[6 5 2]; >> x.^y ans = 64 243 16 >> x.^2 ans = 4 9 16</pre>

หมายเหตุ ในกรณีที่มี A, B เป็นเมทริกซ์จัตุรัส $AB = A^{-1}B$ แต่ $A/B = AB^{-1}$ ตัวอย่างเช่น

```
>> A=[1 2; 3 4]      >> A/B      >> A\B
A =                  ans =                  ans =
     1     2          0.5000    0.5000          -4.0000    4.0000
     3     4          1.5000    1.0000           3.0000   -2.0000

>> B=[2 0; 0 4]      >> A*(B^-1)  >> (A^-1)*B
B =                  ans =                  ans =
     2     0          0.5000    0.5000          -4.0000    4.0000
     0     4          1.5000    1.0000           3.0000   -2.0000
```


4.4 ตัวแปรที่สำคัญทางคณิตศาสตร์ของ MATLAB ที่มีการกำหนดค่าไว้แล้ว

โปรแกรม MATLAB มีการกำหนดค่าให้กับตัวแปรเฉพาะ ดังนี้

ตัวแปร	ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน
pi	ค่าคงที่ pi ซึ่งเท่ากับ $\pi = 3.1415926$
i หรือ j	สัญลักษณ์แทน $\sqrt{-1}$
inf	∞
NaN	NaN = Not - a - Number คือจำนวนที่ไม่สามารถระบุค่าได้
clock	ให้ค่า ปี-เดือน-วัน-ชั่วโมง-นาที และวินาที

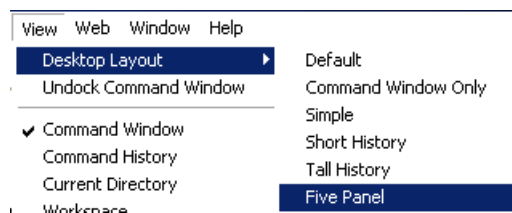
date	ฟังก์ชันที่ให้บอกค่า วัน-เดือน-ปี ตัวอย่างเช่น <pre>>> date ans = 06-Jul-2003</pre>
ans	ตัวแปรผลการคำนวณล่าสุด ในกรณีที่ไม่ได้กำหนดชื่อตัวแปรของผลลัพธ์

4.5 การแก้ไขเกี่ยวกับการพิมพ์ผิด

ในการพิมพ์คำสั่งต่าง ๆ เมื่อพิมพ์ผิดและ enter ไปแล้วเราสามารถนำคำสั่งเก่าทั้งหมดที่พิมพ์กลับมาแก้ไขใหม่ได้ โดยการกดแป้นลูกศร  การกดลูกศร 1 ครั้ง จะเป็นเรียกคำสั่งเก่าที่เคยพิมพ์ไว้ให้เราทำการแก้ไข

4.6 Window ต่าง ๆ ของ MATLAB

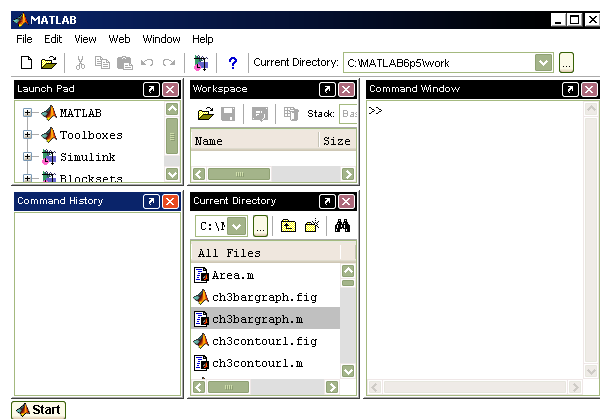
จากเมนูบาร์ของ MATLAB โดยใช้คำสั่ง View \ Desktop Layout จะได้เมนูย่อยของการเลือก window ในที่นี้ ขอให้เลือกเมนูย่อย Five Panel



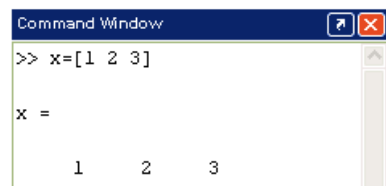
จอภาพจะกลายเป็นดังนี้

1. Launch Pad เป็น window ที่แสดงโปรแกรมประยุกต์ และโปรแกรมตัวอย่างของ MATLAB
2. Command History เป็น window ที่ทำการบันทึกคำสั่ง ตัวแปร ต่าง ๆ ที่ได้สั่งไว้จาก Command Window
3. Workspace เป็น window ที่แสดงให้เห็นว่าได้มีการใช้ตัวแปร และหน่วยความจำที่ได้อะไรไปแล้ว
4. Current Directory เป็น window ที่แสดงที่เก็บของโปรแกรมต่าง ๆ ที่ผู้ใช้ MATLAB สร้างไว้เช่น แฟ้มรูปภาพ แฟ้มโปรแกรม
5. Command Window เป็น window ที่ผู้ใช้โปรแกรม MATLAB สั่งให้โปรแกรมทำการคำนวณค่าต่าง ๆ ตัวอย่างของการเปลี่ยนแปลงในแต่ละ window ขณะที่ใช้ MATLAB กำลังทำงาน

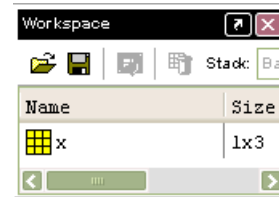
ตัวอย่างเช่น จากการทำงานใน Command Window ต่อไปนี้



- กำหนดค่า $x = [1 \ 2 \ 3]$
ใน Command Window



- ใน Window Workspace
จะแสดงว่ามีการใช้ตัวแปร x ขนาด 1×3



- ใน Command History
จะบันทึกคำสั่ง ที่สั่งไว้ใน Command Window



4.7 ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์และฟังก์ชันอื่น ๆ ที่สำคัญ

ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์

ฟังก์ชัน	ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน
abs(x)	ค่าสัมบูรณ์ของ x หรือ ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน $a + bi$ <pre>>> [abs(-3) abs(3+4i)] ans = 3 5</pre>
angle(a + bi)	ค่าอาร์กิวเมนต์ของจำนวนเชิงซ้อน $a + bi$ <pre>>> angle(1+i) ans = 0.7854</pre>
real(a + bi) imag(a + bi)	ส่วนจริง และส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อน <pre>>> [real(3+4i) imag(3+4i)] ans = 3 4</pre>
ceil(x)	จำนวนเต็มทีเล็กที่สุดที่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ x <pre>>> ceil(2.4) ans = 3</pre>
conj(a + bi)	ค่า conjugate ของตัวเลขเชิงซ้อน $a + bi$ <pre>>> conj(3+4i) ans = 3.0000 - 4.0000i</pre>

exp(x)	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล e^x <pre>>> exp(1) ans = 2.7183</pre>
fix(x)	การปัดเศษจำนวนจริง x ให้เป็นตัวเลขจำนวนเต็มที่เข้าใกล้ 0 มากที่สุด <pre>>> [fix(2.5) fix(-2.99) fix(2.99)] ans = 2 -2 2</pre>
floor(x)	จำนวนเต็มที่ใหญ่ที่สุดที่มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ x <pre>>> floor(3.99) ans = 3</pre>
log(x)	ln(x) ค่าลอการิทึมฐาน e <pre>>> log(2) ans = 0.6931</pre>
log10(x)	log(x) ค่าลอการิทึมฐาน 10 <pre>>> log10(2) ans = 0.3010</pre>
mod(x, y)	เศษเหลือจากการหาร x ด้วยจำนวนเต็ม y <pre>>> mod(12,5) ans = 2</pre>
dot(u, v) norm(u)	ผลคูณเชิงสเกลาร์ของ u และ v, ขนาดของเวกเตอร์ u <pre>>> u=[3;4];v=[5;12];[dot(u,v) norm(u)] ans = 63 5</pre>
rem(x, y)	เศษที่เหลือจากการหาร x ด้วย y <pre>>> rem(25.1,1.2) ans = 1.1000</pre>
round(x)	การปัดเลขจำนวนทศนิยม x ให้เป็นจำนวนเต็ม <pre>>> round(2.499) ans = 2</pre>
sign(x)	เท่ากับ +1 ถ้า $x > 0$ และเท่ากับ -1 ถ้า $x < 0$ <pre>>> sign(-10) ans = -1</pre>
sqrt(x)	square root ของ x <pre>>> sqrt(2) ans = 1.4142</pre>

sin(x), cos(x) tan(x), csc(x) sec(x), cot(x)	ฟังก์ชันตรีโกณมิติ <pre>>> [sin(pi/6) cos(pi/4) tan(pi/3)] ans = 0.5000 0.7071 1.7321 >> [csc(pi/6) sec(pi/4) cot(pi/3)] ans = 2.0000 1.4142 0.5774</pre>
asin(x), acos(x) atan(x), asec(x) acsc(x), acot(x)	ฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน <pre>>> [asin(0.5) acos(1) atan(1)] ans = 0.5236 0 0.7854 >> [acsc(2) asec(-2) acot(-1)] ans = 0.5236 2.0944 -0.7854</pre>
sinh(x), cosh(x) tanh(x), csch(x) sech(x), coth(x)	ฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก <pre>>> [sinh(0) cosh(0) tanh(0)] ans = 0 1 0 >> [csch(1) sech(1.5) coth(2)] ans = 0.8509 0.4251 1.0373</pre>
asinh(x) acosh(x) atanh(x) acsch(x) asech(x) acoth(x)	ฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิกผกผัน <pre>>> [asinh(2) acosh(2) atanh(0.5)] ans = 1.4436 1.3170 0.5493 >> [acsch(0.5) asech(0.5) acoth(2)] ans = 1.4436 1.3170 0.5493</pre>

ฟังก์ชันเกี่ยวกับเมทริกซ์

ฟังก์ชัน	ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน
zeros(n) zeros(m, n) zeros(size(A))	เมทริกซ์ศูนย์มิติ $n \times n$, เมทริกซ์ศูนย์มิติ $m \times n$, เมทริกซ์ศูนย์มิติเดียวกับ A <pre>>> zeros(2,3) ans = 0 0 0 0 0 0 >> zeros(2) ans = 0 0 0 0</pre>
ones(n) ones(m, n) ones(size(A))	เมทริกซ์มิติ $n \times n$ ที่สมาชิกทุกตัวเป็น 1 เมทริกซ์มิติ $m \times n$ ที่สมาชิกทุกตัวเป็น 1 เมทริกซ์ที่สมาชิกทุกตัวเป็น 1 และมีมิติเดียวกับ A

	<pre>>> ones(2) >> ones(2,3) ans = ans = 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1</pre>
<p>eye(n) eye(m, n) eye(size(A))</p>	<p>เมทริกซ์เอกลักษณ์มิติ $n \times n$ เมทริกซ์ $m \times n$ ที่สมาชิกในแนวทแยงมุมเป็น 1 นอกนั้นเป็น 0 เมทริกซ์ที่สมาชิกในแนวทแยงมุมเป็น 1 นอกนั้นเป็น 0 และมีมิติเหมือน A</p> <pre>>> eye(2) >> eye(2,3) ans = ans = 1 0 1 0 0 0 1 0 1 0</pre>
<p>det(A), inv(A) trace(A) diag(A) rank(A), poly(A)</p>	<p>ค่ากำหนดของเมทริกซ์ A, อินเวอร์สของเมทริกซ์ A ผลบวกแนวทแยงมุมของเมทริกซ์ A สมาชิกในแนวทแยงมุมของเมทริกซ์ A ค่าลำดับชั้นของ A, พหุนามลักษณะเฉพาะของ A</p> <pre>>> A=[1 2;3 4] >> inv(A) A = ans = 1 2 -2.0000 1.0000 3 4 1.5000 -0.5000 >> det(A) >> trace(A) ans = ans = -2 5 >> diag(A) ans = 1 4 >> rank(A) ans = 2 >> poly(A) ans = 1.0000 -5.0000 -2.0000</pre>
<p>eig(A) [V, D] = eig(A)</p>	<p>eig(A) คือค่าเฉพาะของเมทริกซ์ A V คือเวกเตอร์เฉพาะของเมทริกซ์ A D คือเมทริกซ์ที่มีแนวทแยงมุมเป็นค่าเฉพาะของเมทริกซ์ A</p> <pre>>> A=[1 2;2 1] >> eig(A) A = ans = 1 2 -1 2 1 3 >> [V,D]=eig(A) V = D = -0.7071 0.7071 -1 0 0.7071 0.7071 0 3</pre>

ฟังก์ชันเกี่ยวกับพหุนาม

หมายเหตุ $p = [a_n \ a_{n-1} \ \dots \ a_1 \ a_0]$ หมายถึงพหุนาม $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$

ฟังก์ชัน	ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน
1. polyder(p) 2. polyval(p, a) 3. [q, p] = polyder(a, b)	1. อนุพันธ์ของพหุนาม p(x), 2. ค่าของฟังก์ชันพหุนาม p(a) 3. อนุพันธ์ของ $\frac{a(x)}{b(x)}$ มีค่าเป็น $\frac{q(x)}{p(x)}$ ตัวอย่างเช่น $p(x) = 2x^2 + x + 4$, $p(3) = 25$, $p'(x) = 4x + 1$ <pre>>> p=[2 1 4]; >> polyval(p,3) >> polyder(p) ans = ans = 25 4 1 >> a=[1 1 2]; >> b=[1 -1]; >> [q,p]=polyder(a,b) q = 1 -2 -3 p = 1 -2 1 ความหมายคือ $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2+x+2}{x-1} \right) = \frac{x^2-2x-3}{x^2-2x+1}$</pre>
conv(p, q)	ผลคูณพหุนาม p(x)q(x) ตัวอย่างเช่น $p(x) = x + 2$, $q(x) = 3x + 4$, $p(x)q(x) = 3x^2 + 10x + 8$ <pre>>> p=[1 2]; >> q=[3 4]; >> conv(p,q) ans = 3 10 8</pre>
deconv(p, q)	ผลลัพธ์ของการหารพหุนาม p(x) ด้วย q(x) <pre>>> a=[1 2 4 3]; >> b=[1 3 2]; >> [q,r]=deconv(a,b) q = 1 -1 r = 0 0 5 5 ความหมายคือ $\frac{x^3+2x^2+4x+3}{x^2+3x+2} = x-1 + \frac{5x+5}{x^2+3x+2}$</pre>
roots(p) fzero(f, a)	roots(p) = รากของพหุนาม $p(x) = 0$ fzero(f, x) = รากของ $f(x) = 0$ โดยมีค่าเริ่มต้นที่ a <pre>>> p=[1 2 -3]; >> roots(p) ans = -3.0000 1.0000 >> fzero('x^2-2',1) ans = 1.4142</pre>

poly(v)	พหุนาม p(x) ที่มีรากเป็นสมาชิกของเวกเตอร์ v
poly(A)	พหุนามลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ A
	<pre>>> v=[-3 1]; >> A=[1 2; 2 1] >> poly(v) A = ans = 1 2 2 1 1 2 -3 >> poly(A) ans = 1 -2 -3</pre>

คำสั่งเกี่ยวกับการจัดรูปแบบพีชคณิตของฟังก์ชัน

ฟังก์ชัน	ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน
expand(f)	กระจายสูตร
factor(f)	แยกตัวประกอบ
collect(f)	กระจายสูตร
simplify(f)	จัดรูปแบบพีชคณิตให้มีรูปแบบอย่างง่าย
	<pre>>> syms x >> expand((x-2)*(x+1)) >> collect((x+3)*(x-4)) ans = ans = x^2-x-2 x^2-x-12 >> factor(x^2-x-2) >> simplify((x^3+1)/(x+1)) ans = ans = (x-2)*(x+1) x^2-x+1</pre>
pretty(f)	แสดงสูตรของพหุนาม
poly2sym(p)	เปลี่ยนเวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์เป็นพหุนาม
sym2poly(p)	เปลี่ยนพหุนามเป็นเวกเตอร์สัมประสิทธิ์
	<pre>>> syms x >> p=x^2-4*x+3; >> poly2sym([1 2 4]) >> pretty(p) ans = 2 x^2+2*x+4 x - 4 x + 3 >> sym2poly(x^2+2*x+4) ans = ans = 1 2 4</pre>
[a, b, k] = residue(p, q)	การแยกเศษส่วนพหุนาม $\frac{p(x)}{q(x)}$ เป็นเศษส่วนย่อย
	<pre>>> a=[1 2 3]; >> b=[0 1 -1]; >> k=[2 3]; >> [p,q]=residue(a,b,k) p = 2 3 4 -4 -1 q = 1 0 -1 0</pre>

	<p>ความหมายคือ</p> $\frac{1}{x} + \frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+1} + 2x + 3 = \frac{2x^4 + 3x^3 + 4x^2 - 4x - 1}{x^3 - x}$
<p>[p, q] = residue(a, b, k)</p>	<p>จัดรูปผลบวกของเศษส่วนย่อยเป็น $\frac{p(x)}{q(x)}$</p> $\frac{2x^4 + 3x^3 + 4x^2 - 4x - 1}{x^3 - x} = \frac{1}{x} + \frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+1} + 2x + 3$ <p>โดยการคำนวณของ MATLAB</p> <pre>>> p=[2 3 4 -4 -1]; >> q=[1 0 -1 0]; >> [a,b,k]=residue(p,q) a = 3 2 1 b = -1 1 0 k = 2 3</pre>

คำสั่งเกี่ยวกับแคลคูลัส

ฟังก์ชัน	ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน
<p>sum(x) symsum(f(n)) symsum(f(n),a,b)</p>	<p>ผลบวกสมาชิกใน x หาผลรวม f(n) จาก 1 ถึง n, หาผลรวม f(n) จาก a ถึง b</p> <pre>>> syms x n >> symsum(x) >> symsum(x,4,6) >> x=[1 2 3]; ans = ans = >> sum(x) 1/2*x^2-1/2*x 15 ans = 6</pre>
<p>limit(f) limit(f, a) limit(f, h, a) limit(f, n, inf) limit(f,x,a,'left') limit(f,x,a,'right')</p>	<p> $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, $\lim_{h \rightarrow a} f(x,h)$, $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n)$, $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ ตามลำดับ </p> <pre>>> syms x h >> limit(x^2+x+2) >> limit(x^2+x+2,1) ans = ans = 2 4 >> limit(x^2+h*x+2,h,1) ans = x^2+x+2 >> limit(abs(x)/x,x,0,'right') ans = 1</pre>

	<pre>>> limit(abs(x)/x,x,0,'left') ans = -1</pre>
<p>diff(f), diff(f, k) diff(f, x) diff(f, x, k)</p>	<p>หมายถึง $\frac{df}{dx}$, $\frac{d^k f}{dx^k}$, $\frac{\partial f}{\partial x}$ และ $\frac{\partial^k f}{\partial x^k}$ ตามลำดับ</p> <pre>>> syms x >> syms x k >> diff(x^2) >> diff(k*x^2,x) ans = ans = 2*x 2*k*x >> diff(x^2,2) >> diff(k*x^2,x,2) ans = ans = 2 2*k</pre>
<p>int(f) int(f, a, b) int(f, t) int(f, t, a, b)</p>	<p>หมายถึง $\int f dx$, $\int_a^b f(x) dx$, $\int f dt$, $\int_a^b f dt$ ตามลำดับ</p> <pre>>> syms x t >> int(x^2) >> int(x^2,t) >> int(x^2,0,1) ans = ans = ans = 1/3*x^3 x^2*t 1/3 >> int(t*x+4*t+x,t,0,1) ans = 3/2*x+2</pre>
<p>laplace(f) laplace(f, t) laplace(f, x, t)</p>	<p>ผลการแปลงลาปลาซ F(s) ผลการแปลงลาปลาซ F(t) ผลการแปลงลาปลาซเทียบกับตัวแปร x</p> <pre>>> syms s x t k >> laplace(2*x+4) ans = 2/s^2+4/s >> laplace(2*x+4,t) >> laplace(k*x+4,x,t) ans = ans = 2/t^2+4/t k/t^2+4/t</pre>
<p>ilaplace(F) ilaplace(F, x) ilaplace(F, s, x)</p>	<p>ผลการแปลงลาปลาซผกผัน f(t) ผลการแปลงลาปลาซ f(x) ผลการแปลงลาปลาซผกผันเทียบกับตัวแปร s</p> <pre>>> syms x y t s k >> ilaplace(2/(s^2+1)) >> ilaplace(2/(s^2+1),x) ans = ans = 2*sin(t) 2*sin(x) >> ilaplace((2*k)/(s^2+1),s,x) ans = 2*k*sin(x)</pre>

taylor(f, k)	<p>พหุนามเทย์เลอร์ของ f ตีกริไม่เกิน k</p> <pre>>> syms x >> taylor(sin(x),8) ans = x-1/6*x^3+1/120*x^5-1/5040*x^7</pre>
<p>solve(f)</p> <p>solve('f(x)=0')</p> <p>solve('eq1', 'eq2', ...)</p>	<p>solve(f) ทาผลเฉลยของสมการ $f(x) = 0$</p> <p>solve('f(x)=0') ทาผลเฉลยของสมการ $f(x) = 0$</p> <p>solve('eq1', 'eq2', ...) ทาผลเฉลยของระบบสมการ</p> <pre>>> syms x y >> solve(x^2-2*x-3) >> solve('x^2-2*x-3=0') ans = ans = [-1] [-1] [3] [3]</pre> <pre>>> [x y]=solve('x^2+y^2=25','3*x-4*y=0') x = [4] [-4] y = [3] [-3]</pre> <p>หรือ</p> <pre>>> eq1='x^2+y^2=25'; >> eq2='3*x-4*y=0'; >> [X Y]=solve(eq1,eq2) X = [4] [-4] Y = [3] [-3]</pre>
dsolve	<p>รูปแบบ dsolve('สมการ', 'เงื่อนไข 1', 'เงื่อนไข 2',...)</p> <p>ใช้ทาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์</p> <pre>>> dsolve('Dx-x=0') ans = C1*exp(t)</pre> <pre>>> dsolve('Dx-x=0','x(0)=4') ans = 4*exp(t)</pre> <pre>>> dsolve('D2x+x=0') ans = C1*sin(t)+C2*cos(t)</pre> <pre>>> dsolve('D2x+x=1','Dx(0)=1','x(0)=2') ans = 1+sin(t)+cos(t)</pre>

คำสั่งเกี่ยวกับการวิเคราะห์เชิงตัวเลข

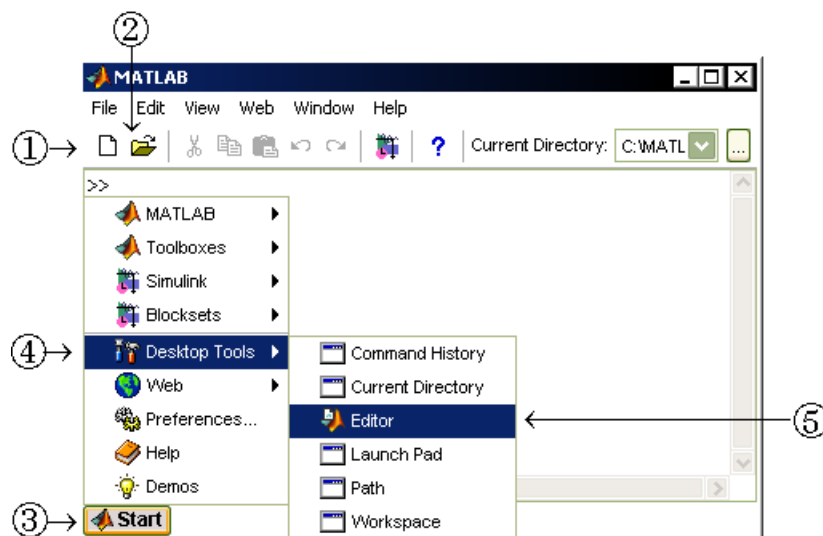
ฟังก์ชัน	ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน
<p>polyfit(x, y, k)</p> <p>polyfit(y, k)</p> <p>polyval(p, x)</p> <p>corrcoef(x, y)</p>	<p>หาฟังก์ชันพหุนามดีกรี k ที่แสดงสมการความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ x กับ ตัวแปรตาม y</p> <p>หมายถึง polyfit(x, y, k) เมื่อ x = 1, 2, 3, ... , n</p> <p>polyval(p, x) ค่าของพหุนาม p ที่จุด x</p> <p>สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปร x และ y</p> <pre data-bbox="550 696 1228 846"> >> x=[3 6 8 11 15 17]; >> y=[4 13 6 10 13 18]; >> polyfit(x,y,1) ans = 0.7569 3.0972 >> corrcoef(x,y) ans = 1.0000 0.7926 0.7926 1.0000 </pre> <p>หมายเหตุ สมการแสดงความสัมพันธ์คือ $y = 0.7569x + 3.0972$</p> <p>สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปร x และ y มีค่า 0.7926</p> <pre data-bbox="550 958 829 1142"> >> p=polyfit(x,y,1) >> polyval(p,7) p = 0.7569 3.0972 ans = 8.3958 </pre> <p>หมายเหตุ $y(7) = 0.7569(7) + 3.0972 = 8.3958$</p> <pre data-bbox="550 1205 973 1384"> >> p=polyfit(x,y,2) >> polyval(p,7) p = 0.0306 0.1328 5.5404 ans = 7.9708 </pre> <p>หมายเหตุ สมการแสดงความสัมพันธ์คือ</p> <p>$y(x) = 0.0306x^2 + 0.1328x + 5.5404$ และ $y(7) = 7.9708$</p>
<p>interp1(x, y, x_i)</p>	<p>ประมาณค่าในช่วง y_i ของค่า x_i ที่สอดคล้องกับความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล x และ y โดยการประมาณความสัมพันธ์ระหว่าง 2 จุดใด ๆ ของข้อมูลด้วยเส้นตรง (linear interpolation)</p> <pre data-bbox="550 1624 869 1792"> >> x=[3 6 8 11 15 17]; >> y=[4 13 6 10 13 18]; >> interp1(x,y,7) ans = 9.5000 </pre> <p>หมายเหตุ</p> <p>interp1(x, y, x_i, 'linear') เหมือนกับ interp1(x, y, x_i)</p>

<p>spline(x, y, x_i)</p>	<p>ประมาณค่าในช่วง y_i ของค่า x_i ที่สอดคล้องกับความสัมพันธระหว่างข้อมูล x และ y โดยการประมาณความสัมพันธระหว่าง 4 จุดใด ๆ ของข้อมูลด้วยพหุนามดีกรี 3</p> <pre>>> x=[3 6 8 11 15 17]; >> y=[4 13 6 10 13 18]; >> spline(x,y,7) ans = 9.0192</pre> <p>หมายเหตุ interp1(x, y, x_i, 'spline') เหมือนกับ spline(x, y, x_i)</p>																
<p>interp2</p>	<p>interp2(x, y, z, x_i, y_i, 'วิธี')</p> <p>ประมาณค่าในช่วงของ z = f(x, y) ที่สอดคล้องกับความสัมพันธระหว่างข้อมูล (x, y, z) โดยการประมาณความสัมพันธด้วยวิธีต่าง ๆ เช่น</p> <p>'linear' วิธี linear interpolation</p> <p>'spline' วิธี spline interpolation</p> <p>ตัวอย่างจากข้อมูล (x, y, z) จากตารางข้อมูล</p> <table border="1" data-bbox="646 1008 949 1176"> <tr> <td>x</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>5</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td></td> <td>7</td> <td>5</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td></td> <td>8</td> <td>8</td> <td>9</td> </tr> </table> <pre>>> x=[3 5 9]; >> y=[5 7 8]; >> z=[2 3 4 5 3 5 8 9 9]; >> z1=interp2(x,y,z,4,6) >> z1=interp2(x,y,z,4,6,'linear') >> z1=interp2(x,y,z,4,6,'spline') z1 = 3.2500 z1 = 3.2500 z1 = 1.7361</pre>	x	3	5	9	y	5	2	3		7	5	3		8	8	9
x	3	5	9														
y	5	2	3														
	7	5	3														
	8	8	9														

บทที่ 5.
การเขียนโปรแกรมด้วยคำสั่งของ MATLAB

โปรแกรมที่เขียนขึ้นมาโดยใช้คำสั่งต่าง ๆ ของ MATLAB ที่เราจะศึกษาในบทนี้เรียกว่าโปรแกรม M-file(*.m) โปรแกรมในรูปแบบ M-file นี้เป็นได้ทั้งโปรแกรมประยุกต์ใช้งาน และ โปรแกรมกำหนดสูตรฟังก์ชัน

การสร้างโปรแกรมในที่นี้ขอเริ่มต้นจาก Command Window



การเข้าสู่ Window ของการสร้างโปรแกรม แบบที่ 1.

หมายเลข 1. คลิกเพื่อเปิด Window ของการสร้างโปรแกรมใหม่

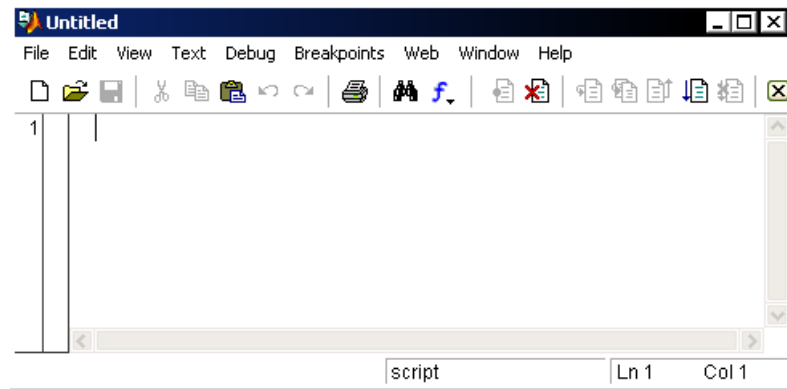
หมายเลข 2. คลิกเพื่อเปิดแฟ้มโปรแกรมเก่าที่สร้างไว้ใน Window ของการสร้างโปรแกรม

การเข้าสู่ Window ของการสร้างโปรแกรม แบบที่ 2.

ขั้นที่ 1. คลิกที่ Start..... หมายเลข 3.

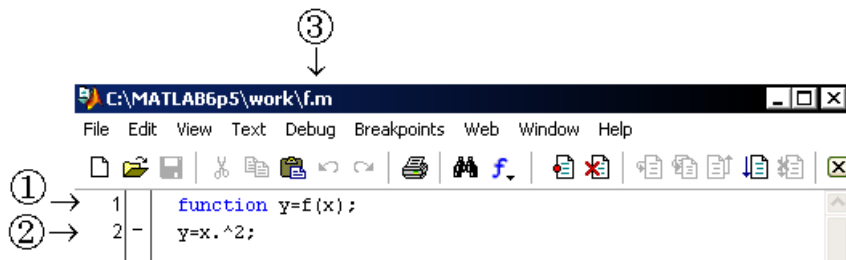
ขั้นที่ 2. เลือก Desktop Tools..... หมายเลข 4.


ขั้นที่ 3. เลือก Editor..... หมายเลข 5.
window ของการเขียนโปรแกรมเป็นดังนี้



การทำงานในรูปแบบของโปรแกรมที่สำคัญของ MATLAB คือโปรแกรมฟังก์ชัน และ โปรแกรมประยุกต์

5.1 การสร้างโปรแกรมฟังก์ชัน



- | | |
|--|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. พิมพ์ function y=f(x);↵ 2. y=x.^2; 3. บันทึกโปรแกรมมีชื่อเป็น f | <p>เป็นการกำหนดว่าโปรแกรมนี้เป็น โปรแกรมฟังก์ชัน
y เป็นตัวแปรเพื่อส่งค่าที่คำนวณได้ให้กับ f(x)
x.^2 เป็นสูตรในเทอมของตัวแปร x ที่ต้องการคำนวณค่า
การ save ให้คลิกที่  หรือใช้สั่งผ่านคำสั่ง File \ Save
และพิมพ์ชื่อ f</p> |
|--|---|

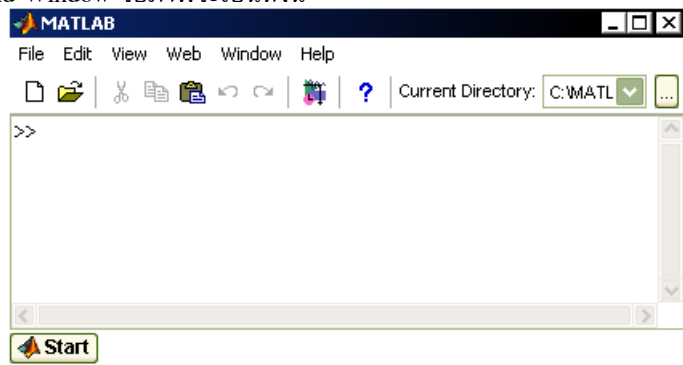
ตัวอย่างการเรียกใช้งานฟังก์ชัน f.m ที่เรากำหนดสูตรไว้

ในที่นี้ ขอให้กลับไปทำงานที่ Command Window

โดยการเลือก เมนู View \ Desktop Layout \ Command Window Only

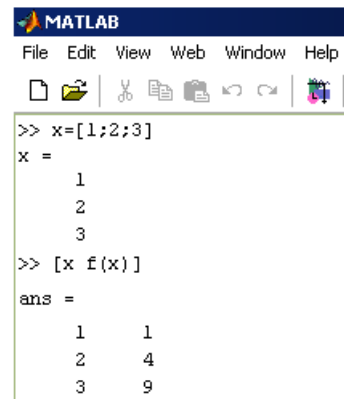


เมื่อกลับไป Command Window จอภาพจะเป็นดังนี้



ตัวอย่างการคำนวณที่มีการเรียกใช้ฟังก์ชัน f เช่น

```
>> x=[1;2;3]
x =
     1
     2
     3
>> [x f(x)]
ans =
     1     1
     2     4
     3     9
```



ตัวอย่างโปรแกรมคำนวณค่า $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

```
C:\MATLAB6p5\work\nCr.m
1 | function x = nCr(n,r);
2 | x = factorial(n)/(factorial(r)*factorial(n-r));
```

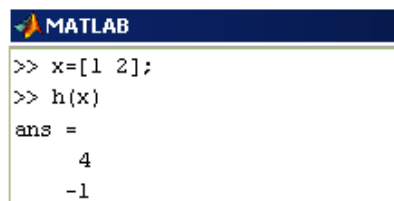
การเรียกใช้ฟังก์ชัน nCr(n, r)



ตัวอย่างของโปรแกรมฟังก์ชัน 2 ตัวแปร $h(a, b) = (a^2 + b^2 - 1, a - b)$

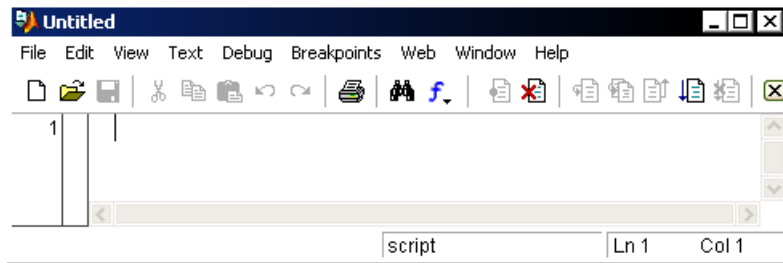
```
C:\MATLAB6p5\work\h.m*
1 | function y=h(x);
2 | y=[x(1)^2+x(2)^2-1;x(1)-x(2)];
```

การเรียกใช้ฟังก์ชัน 2 ตัวแปร h



5.2 การสร้างโปรแกรมโดยใช้ภาษาคำสั่งของ MATLAB เพื่อประยุกต์ใช้งาน

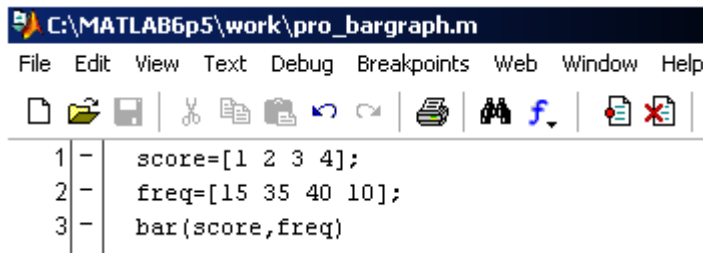
จาก Window ของการเขียนโปรแกรม



เราสามารถพิมพ์คำสั่งของโปรแกรมต่าง ๆ ตามต้องการได้ ตัวอย่างเช่น

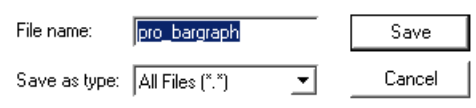
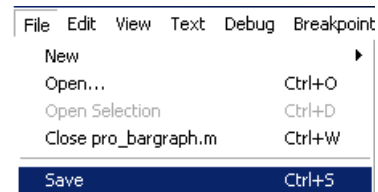
```
คำสั่ง >> score=[1 2 3 4];
>> freq=[15 35 40 10];
>> bar(score,freq)
```

เราสามารถพิมพ์เป็นโปรแกรมและบันทึกไว้ในชื่อ pro_bargraph



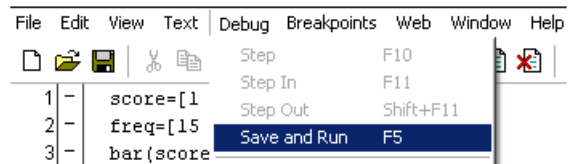
การบันทึกโปรแกรม แบบที่ 1.

1. คลิกคำสั่ง File
2. เลือก Save สำหรับโปรแกรมที่เคยบันทึกแล้ว
หรือโปรแกรมที่เขียนขึ้นมาใหม่
เลือก Save As สำหรับโปรแกรมเก่าที่ต้องการบันทึกในชื่อใหม่
3. พิมพ์ชื่อ pro_bargraph
4. คลิก Save



การบันทึกโปรแกรม แบบที่ 2.

1. คลิกคำสั่ง Debug
2. เลือก Save and Run (หรือกด F5)
3. ถ้าเป็นโปรแกรมใหม่จะต้องบันทึก
แฟ้มชื่อ pro_bargraph ก่อน



เสร็จแล้วโปรแกรมก็จะทำงานต่อไป

ถ้าเป็นโปรแกรมที่เคยบันทึกไว้แล้ว โปรแกรมจะทำการบันทึกในชื่อเดิม แล้วจึงทำงานต่อไป

หมายเหตุ ในกรณีที่โปรแกรมเก่านั้นแก้ไขและยังไม่ได้บันทึก จะมีดอกจันเตือนเหนือชื่อ

การสั่งให้โปรแกรมทำงาน

แบบที่ 1. กดแป้นฟังก์ชัน F5

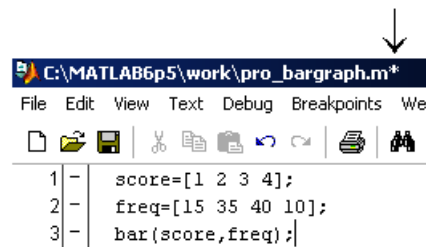
แบบที่ 2. เลือกเมนู Debug \ Save and Run

แบบที่ 3. สั่งในการทำงานด้วยคำสั่ง run ใน Command Window

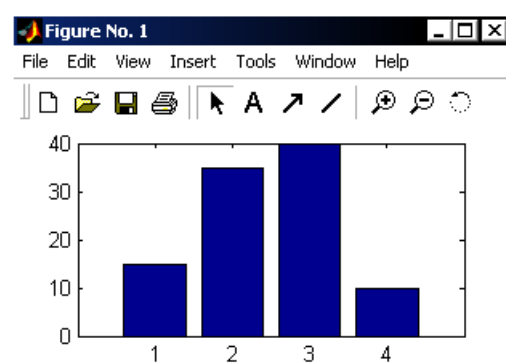
```
>> run pro_bargraph
```

```
>>
```

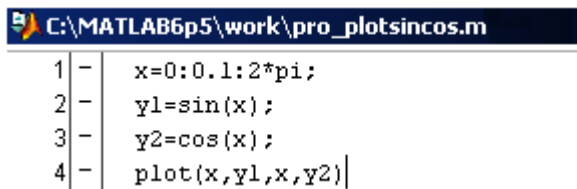
ผลการทำงานของโปรแกรม pro_bargraph.m คือ



```
C:\MATLAB6p5\work\pro_bargraph.m*
File Edit View Text Debug Breakpoints We
1 - | score=[1 2 3 4];
2 - | freq=[15 35 40 10];
3 - | bar(score,freq);
```

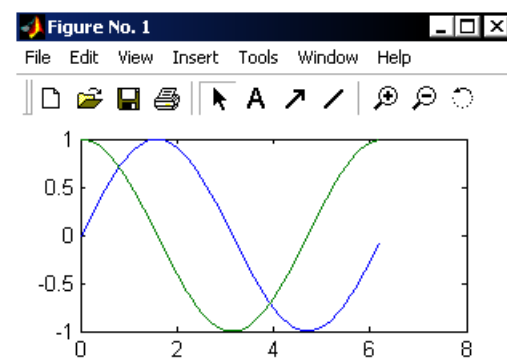


ตัวอย่างของโปรแกรม pro_plotsincos.m



```
C:\MATLAB6p5\work\pro_plotsincos.m
1 - | x=0:0.1:2*pi;
2 - | y1=sin(x);
3 - | y2=cos(x);
4 - | plot(x,y1,x,y2);
```

ผลของการ run โปรแกรม pro_plotsincos.m

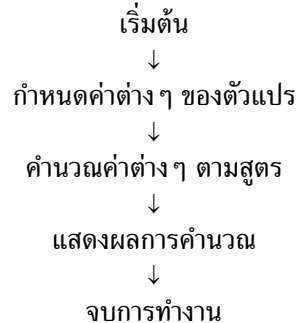


คำสั่งที่สำคัญในการเขียนโปรแกรมภาษา MATLAB

คำสั่ง	รูปแบบและหน้าที่
%	ใช้ทำหมายเหตุของโปรแกรม ตัวอย่างเช่น <pre>>> % Remark of program >> % Program name</pre>
input	ชื่อตัวแปร = input('ข้อความ') ใช้รับค่าของข้อมูล ตัวอย่างเช่น <pre>>> x=input('input value x =....') input value x =....</pre>
disp display	disp('ข้อความ'), display('ข้อความ') disp(ตัวแปร), display(ตัวแปร) ใช้แสดงผล ข้อความ และตัวแปร <pre>>> disp('display text') display text >> display('display text') ans = display text >> disp(10^0.5) ตัวอย่างเช่น 3.16227766016838</pre>
fprintf หมายเหตุ \n เป็นสัญลักษณ์ ให้ขึ้นบรรทัดใหม่	fprintf('ข้อความ รูปแบบการแสดงผล', ตัวแปร) %f แสดงผลเป็นเลขจำนวนจริงตามปกติ ตัวอย่างเช่น %10.2f ใช้ช่องว่าง 10 ช่อง แสดงผล 2 ตำแหน่ง %e แสดงผลเป็นเลขยกกำลัง ตัวอย่างเช่น % 10.4e ใช้ช่องว่าง 10 ช่อง แสดงผล 4 ตำแหน่ง %g แสดงผลตามความเหมาะสมของค่าตัวเลข ตัวอย่างเช่น <pre>>> fprintf('Text %10.2f',10^0.5) Text 3.16 >> fprintf('Text %20.8f',10^0.5) Text 3.16227766 >> fprintf('Text %15.4e',10^0.5) Text 3.1623e+000 >> fprintf('Text %g',10^0.5) Text 3.16228</pre>
if เงื่อนไข c1 ชุดคำสั่ง 1 end	คำสั่งการประมวลผลแบบมีเงื่อนไข ถ้า เงื่อนไข c1 เป็นจริง ให้ทำงานตามคำสั่งในชุดคำสั่ง 1 ถ้า เงื่อนไข c1 เป็นเท็จ ให้ไปทำงานคำสั่งที่อยู่ใต้ end ตัวอย่างเช่น

	<pre> 1- if x<2 2- disp('x<2'); 3- end </pre>
<p>if เงื่อนไข c1 ชุดคำสั่ง 1 else ชุดคำสั่ง 2 end</p>	<p>คำสั่งการประมวลผลแบบมีเงื่อนไข</p> <p>ถ้า เงื่อนไข c1 เป็นจริง ให้ทำงานตามคำสั่งในชุดคำสั่ง 1</p> <p>ถ้า เงื่อนไข c1 เป็นเท็จ ให้ทำงานตามคำสั่งในชุดคำสั่ง 2</p> <p>ตัวอย่างเช่น</p> <pre> 1- if x<2 2- disp('x<2'); 3- else 4- disp('x>=2'); 5- end </pre>
<p>for x = a : b : c ชุดคำสั่ง 1 end</p> <p>หมายเหตุ \n เป็นสัญลักษณ์ ให้ขึ้นบรรทัดใหม่</p>	<p>ทำงานวนลูปตามค่าของตัวแปร x โดย x มีค่าเริ่มต้น a และมีค่าเพิ่มขึ้น ครั้งละ c และจะออกจากลูปเมื่อ x มีค่ามากกว่า b ตัวอย่างเช่น</p> <pre> 1- for x=1:0.5:2.25 2- fprintf('\n value of x %10.4f',x) 3- end </pre> <p>ผลของการ run โปรแกรมคือ</p> <pre> value of x 1.0000 value of x 1.5000 value of x 2.0000 </pre>
<p>while เงื่อนไข c1 ชุดคำสั่ง 1 end</p>	<p>คำสั่งการประมวลผลแบบมีเงื่อนไข</p> <p>ถ้า เงื่อนไข c1 เป็นจริง ให้ทำงานตามคำสั่งในชุดคำสั่ง 1</p> <p>ถ้า เงื่อนไข c1 เป็นเท็จ ให้ออกจากลูปของการทำงาน</p> <p>ตัวอย่างเช่น</p> <pre> 1- x=1; 2- while x<3 3- fprintf('\n %10.4f less than 3',x); 4- x=x+1; 5- end </pre> <p>ตัวอย่างการ run โปรแกรม</p> <pre> 1.0000 less than 3 2.0000 less than 3 </pre>
<p>run ชื่อโปรแกรม ชื่อโปรแกรม</p>	<p>สั่งให้โปรแกรมทำงานด้วยการใช้คำสั่ง run หรือพิมพ์เฉพาะชื่อโปรแกรม</p> <p>ตัวอย่างเช่น</p> <pre> >> pro_newton root = -4.26697461340156 >> run pro_newton root = -4.26697461340156 </pre>

การเขียนโปรแกรมประยุกต์ใช้งานจาก แผนภูมิสายงาน



โปรแกรมที่ 1. การหาพื้นที่สามเหลี่ยมเมื่อกำหนดความยาวของด้าน a, b, c

```

C:\MATLAB6p5\work\Area.m
1 - a=input('a = ');
2 - b=input('b = ');
3 - c=input('c = ');
4 - s=(a+b+c)/2;
5 - Area=sqrt(s*(s-a)*(s-b)*(s-c));
6 - Area
    
```

แนวคิดของโปรแกรมภาษา MATLAB คือการนำคำสั่งกำหนดค่า คำสั่งคำนวณ มาประกอบกันเป็นการทำงานแบบโปรแกรม จากโปรแกรมที่ 1. เราสามารถจำแนกส่วนของการทำงานต่างๆ ดังนี้

ส่วนของ INPUT คือ	ส่วนประมวลผลคือ	ส่วนแสดงผลคือ
<pre> 1 - a=input('a = '); 2 - b=input('b = '); 3 - c=input('c = '); </pre>	<pre> 4 - s=(a+b+c)/2; 5 - Area=sqrt(s*(s-a)*(s-b)*(s-c)); </pre>	<pre> 6 - Area </pre>

การ run โปรแกรมใน Command Window

>> run area

จอภาพจะขึ้นข้อความ a = ... รอให้เราใส่ค่า a

ให้ใส่ค่า 3 แล้วกด enter

ในทำนองเดียวกันใส่ค่า b = 4 และ c = 5 จะได้ค่าพื้นที่ Area = 6

```

>> run area
a = 3
b = 4
c = 5
Area =
    6
    
```

โปรแกรมที่ 2. การหาเมทริกซ์ผกผัน และ เมทริกซ์ผกผันของ A

โปรแกรม	การทำงานของโปรแกรม
<pre> C:\MATLAB6p5\work\findinverse.m 1 - a11=input('a11 = '); 2 - a12=input('a12 = '); 3 - a21=input('a21 = '); 4 - a22=input('a22 = '); 5 - A=[a11,a12;a21,a22] 6 - display('A inverse=') </pre>	<pre> >> run findinverse a11 = 1 a12 = 2 a21 = 3 a22 = 4 A = 1 2 3 4 </pre>

7 -	inv(A)	ans =
8 -	display('Adjoint of A=')	A inverse=
9 -	det(A)*inv(A)	ans =
		-2.0000 1.0000
		1.5000 -0.5000
		ans =
		Adjoint of A=
		ans =
		4.0000 -2.0000
		-3.0000 1.0000

โปรแกรมที่ 3. การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน

```
C:\MATLAB6p5\work\findcomplexroot.m*
File Edit View Text Debug Breakpoints Web Window Help
[Icons]
1 - a=input('a = ');
2 - b=input('b = ');
3 - n=input('n = ');
4 - z=a+b*i;
5 - r=abs(z);
6 - t=angle(z);
7 - disp('    no    real-part    imaginery-part');
8 - for k=0:l:n-1
9 -     table(k+1,1)=k+1;
10 -     table(k+1,2)=(r^(1/n))*cos((t+2*k*pi)/n);
11 -     table(k+1,3)=(r^(1/n))*sin((t+2*k*pi)/n);
12 - end
13 - table
```

การทำงานของโปรแกรม

```
>> run findcomplexroot
a = 81
b = 0
n = 4
    no    real-part    imaginery-part
table =
1.0000    3.0000        0
2.0000    0.0000    3.0000
3.0000    -3.0000    0.0000
4.0000    -0.0000    -3.0000
```

โปรแกรมที่ 4. การหาพื้นที่สามเหลี่ยมเมื่อกำหนดพิกัดจุดยอด 3 จุด

หมายเหตุ ถ้า $(a_1, b_1), (a_2, b_2), (a_3, b_3)$ เป็นพิกัดจุดยอดสามเหลี่ยม

แล้ว พื้นที่สามเหลี่ยมเท่ากับ $\left(\frac{1}{2}\right)\left|\det\begin{bmatrix} a_2 - a_1 & b_2 - b_1 \\ a_3 - a_1 & b_3 - b_1 \end{bmatrix}\right|$

โปรแกรม	การทำงานของโปรแกรม
<pre> C:\MATLAB6p5\work\areafrom3point.m 1 - x0=input('x0 = '); 2 - y0=input('y0 = '); 3 - x1=input('x1 = '); 4 - y1=input('y1 = '); 5 - x2=input('x2 = '); 6 - y2=input('y2 = '); 7 - A=[x1-x0 y1-y0;x2-x0 y2-y0]; 8 - area=0.5*abs(det(A)) </pre>	<pre> >> run areafrom3point x0 = 0 y0 = 0 x1 = 0 y1 = 4 x2 = 6 y2 = 0 area = 12 </pre>

โปรแกรมที่ 5. การหาระยะทางจากจุด (x_0, y_0) ไปยังเส้นตรง $ax + by + c = 0$

โปรแกรม	การทำงานของโปรแกรม
<pre> C:\MATLAB6p5\work\distance.m 1 - a=input('a = '); 2 - b=input('b = '); 3 - c=input('c = '); 4 - x0=input('x0 = '); 5 - y0=input('y0 = '); 6 - d=abs(a*x0+b*y0+c)/sqrt(a^2+b^2) </pre>	<pre> >> run distance a = 3 b = 4 c = 10 x0 = 2 y0 = 5 d = 7.2000 </pre>

โปรแกรมที่ 6. การคำนวณในรูปแบบการกระทำซ้ำ การหารากโดยวิธีของนิวตัน

การหารากของสมการ $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x + 6, x_0 = 1$ สูตรการหารากคือ $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

```

C:\MATLAB6p5\work\pro_newton.m
1 - tol=0.0000000001;
2 - x(1)=1;
3 - k=1;
4 - f(k)=(x(k))^3+3*x(k)^2-4*x(k)+6;
5 - fpi(k)=3*x(k)^2+6*x(k)-4;
6 - x(k+1)=x(k)-(f(k)/fpi(k));
7 - while abs(x(k)-x(k+1))>tol
8 -     k=k+1;
9 -     f(k)=(x(k))^3+3*x(k)^2-4*x(k)+6;
10 -    fpi(k)=3*x(k)^2+6*x(k)-4;
11 -    x(k+1)=x(k)-(f(k)/fpi(k));
12 - end
13 - fprintf('root = %20.14f',x(k))
                    
```

ผลการ run โปรแกรมจะได้อากของสมการคือ

```

>> run pro_newton
root =    -4.26697461340156
                    
```

บทที่ 6.
การคำนวณคณิตศาสตร์ ม. ปลาย ด้วย MATLAB

เนื้อหาในบทนี้จะนำความสามารถของโปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB มาใช้ในการคำนวณเพื่อเสริมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายโดยจำแนกเนื้อหาคณิตศาสตร์ตามระดับ ม. 4 – ม. 6

6.1 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 011

1. การคำนวณเบื้องต้น บวก ลบ คูณ หาร เลขยกกำลัง และการหารากที่ 2
2. การคำนวณค่าในรูปแบบตาราง การกำหนดสูตรฟังก์ชันและการคำนวณค่า
3. การเขียนกราฟฟังก์ชัน
4. การเปลี่ยนตัวเลขในฐานต่าง ๆ ระหว่าง เลขฐาน 2 เลขฐาน 16 และ เลขฐาน 10
5. การแยกตัวประกอบพหุนาม และการกระจายพหุนาม
6. การหาคำตอบของสมการพหุนาม

ตัวอย่างการคำนวณ

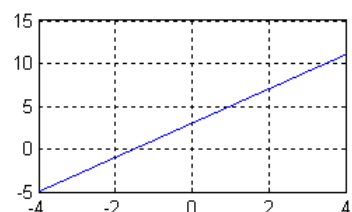
1. การคำนวณเบื้องต้น บวก ลบ คูณ หาร เลขยกกำลัง และการหารากที่ 2

```
>> [23+12 23-12 23*12 23/4 12^2 sqrt(2)]
ans =
    35.0000    11.0000   276.0000    5.7500   144.0000    1.4142
```

2. การคำนวณค่าในรูปแบบตาราง การกำหนดสูตรฟังก์ชันและการคำนวณค่า

```
>> x=[1 2 3 4];
>> y=x.^2;
>> table=[x;y]
table =
     1     2     3     4
     1     4     9    16
```

3. การเขียนกราฟฟังก์ชัน
- ```
>> x=-4:0.01:4;
>> y=2*x+3;
>> plot(x,y);
>> grid on;
```



4. การเปลี่ยนตัวเลขในฐานต่าง ๆ ระหว่าง เลขฐาน 2 เลขฐาน 16 และ เลขฐาน 10

```
>> hex2dec('17') >> dec2bin(12)
ans = ans =
 23 1100
>> dec2hex(23) >> bin2dec('1100')
ans = ans =
 17 12
```

5. การแยกตัวประกอบ และ การกระจายพหุนาม

```
>> syms x
>> factor(x^2-3*x-4) >> expand((x+1)*(x-4))
ans = ans =
(x+1)*(x-4) x^2-3*x-4
```

6. การหารากของสมการพหุนาม เช่นการหารากของ  $x^2 - 3x - 4 = 0$

```
>> roots([1 -3 -4]) หมายเหตุ [1 -3 -4] หมายถึง พหุนาม $x^2 - 3x - 4$
ans = roots([1 -3 -4]) เป็นคำสั่งหารากของพหุนาม
 4 $x^2 - 3x - 4 = 0$
 -1
```

6.2 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 012

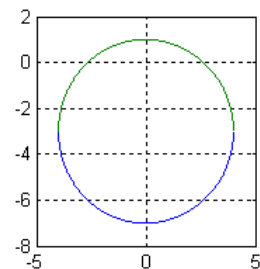
1. การเขียนกราฟ วงกลม พาราโบลา วงรี ไฮเพอร์โบลา
2. การคำนวณค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ sin, cos, tan, sec, cosec, cot
3. กราฟของ sin, cos, tan, sec, cosec, cot
4. การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ตัวอย่างการคำนวณ

1. การเขียนกราฟ วงกลม พาราโบลา วงรี ไฮเพอร์โบลา

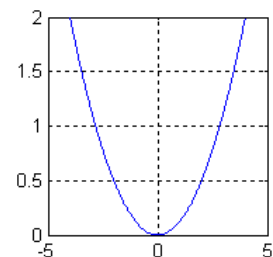
การเขียนกราฟของวงกลม  $x^2 + (y + 3)^2 = 16$

```
>> x=-4:0.01:4;
>> y1=-3-sqrt(16-x.^2);
>> y2=-3+sqrt(16-x.^2);
>> plot(x,y1,x,y2);
>> grid on;
```



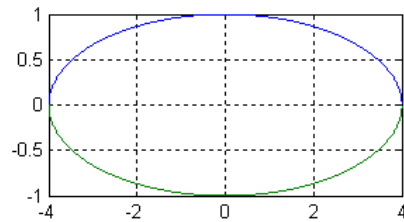
การเขียนกราฟของพาราโบลา  $y = \frac{1}{8}x^2$

```
>> x=-4:0.01:4;
>> y=x.^2/8;
>> plot(x,y);
>> grid on;
```



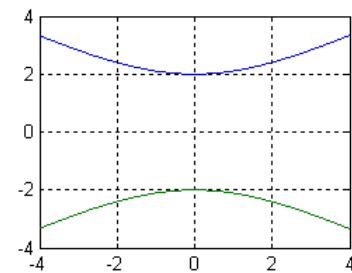
การเขียนกราฟของวงรี  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{1} = 1$

```
>> x=-4:0.01:4;
>> y1=sqrt(1-(x.^2)/16);
>> y2=-sqrt(1-(x.^2)/16);
>> plot(x,y1,x,y2);
>> grid on;
```



การเขียนกราฟของไฮเพอร์โบลา  $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9} = 1$

```
>> x=-4:0.01:4;
>> y1=2*sqrt(1+(x.^2)/9);
>> y2=-2*sqrt(1+(x.^2)/9);
>> plot(x,y1,x,y2);
>> grid on;
```

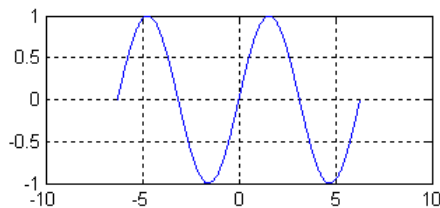


2. การคำนวณค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ sin, cos, tan, sec, cosec, cot

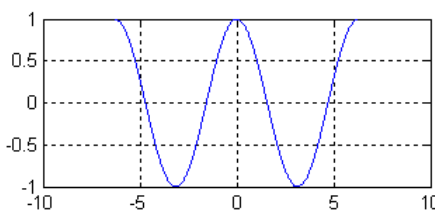
```
>> [sin(pi/4) cos(pi/3) tan(pi/6) sec(pi/4) csc(pi/3) cot(pi/12)]
ans =
 0.7071 0.5000 0.5774 1.4142 1.1547 3.7321
```

3. กราฟของ sin, cos, tan, sec, cosec, cot

```
>> x=-2*pi:0.01:2*pi;
>> axis([-7,7,-1.5,1.5]);
>> y=sin(x);
>> plot(x,y);
>> grid on;
>> x=-2*pi:0.01:2*pi;
>> axis([-7,7,-1.5,1.5]);
>> y=cos(x);
>> plot(x,y);
>> grid on;
```



กราฟ  $y = \sin x$



กราฟ  $y = \cos x$

4. การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

```
>> x=[1 2 3 4];
>> mean(x)
ans =
 2.5000
```

### 6.3 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 013

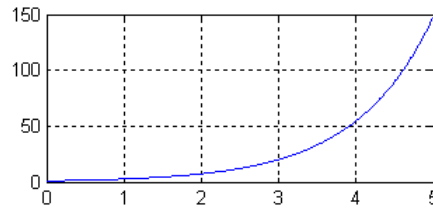
1. การเขียนกราฟของ  $y = a^x$  และ  $y = \log_a x$  การทำตารางค่า log และ เลขยกกำลัง
2. การคำนวณค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน
3. กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน
4. การคำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์ และการหาผลเฉลยของระบบสมการ

ตัวอย่างการคำนวณ

1. การเขียนกราฟของ  $y = a^x$  และ  $y = \log_a x$  การทำตารางค่า log และ เลขยกกำลัง

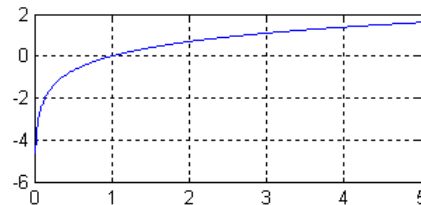
```
>> [log(2) log10(2) exp(1) exp(-1)]
ans =
 0.6931 0.3010 2.7183 0.3679
```

```
>> x=0:0.01:5;
>> y=exp(x);
>> plot(x,y);
>> grid on;
```



กราฟ  $y = e^x$

```
>> x=0:0.01:5;
>> y=log(x);
>> plot(x,y);
>> grid on;
```



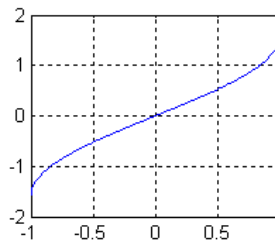
กราฟ  $y = \ln x$

2. การคำนวณค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน

```
>> [asin(0.5) acos(-0.5) atan(1) asec(2) acsc(-2) acot(-1)]
ans =
 0.5236 2.0944 0.7854 1.0472 -0.5236 -0.7854
```

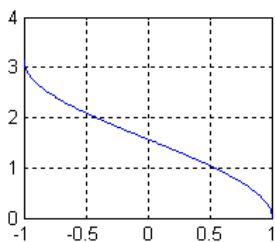
3. กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน

```
>> x=-1:0.01:1;
>> y=asin(x);
>> plot(x,y);
>> grid on;
```



กราฟ  $y = \arcsin x$

```
>> x=-1:0.01:1;
>> y=acos(x);
>> plot(x,y);
>> grid on;
```



กราฟ  $y = \arccos x$

4. การคำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์

การบวกเมทริกซ์ การคูณเมทริกซ์ สเกลาร์คูณเมทริกซ์ ค่ากำหนดของเมทริกซ์

```
>> A=[1 2;3 4] >> B=[2 0; 0 4] >> A+B >> A*B >> 4*A
A = B = ans = ans = ans =
 1 2 2 0 3 2 2 8 4 8
 3 4 0 4 3 8 6 16 12 16
```

การหาผลเฉลยของระบบสมการ

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$3x - 4y = 0$$

ผลเฉลยคือ (4, 3), (-4, -3)

```
>> syms x y
>> [x y]=solve('x^2+y^2=25','3*x-4*y=0')
x =
[4]
[-4]
y =
[3]
[-3]
```

#### 6.4 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 014

1. การบวกและลบเวกเตอร์ สเกลาร์คูณเวกเตอร์ ผลคูณเชิงสเกลาร์ ขนาดของเวกเตอร์
2. การบวกและลบจำนวนเชิงซ้อน ค่าสัมบูรณ์ อาร์กิวเมนต์ ส่วนจริง และ ส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อน
3. การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและค่าความแปรปรวน

ตัวอย่างการคำนวณ

1. การบวกและลบเวกเตอร์ สเกลาร์คูณเวกเตอร์ ผลคูณเชิงสเกลาร์ ขนาดของเวกเตอร์

```
>> v=[3;4] >> u=[5;12] >> u+v >> 4*u >> dot(u,v) >> norm(u)
v = u = ans = ans = ans = ans =
 3 5 8 20 63 13
 4 12 16 48
```

2. การบวกและลบจำนวนเชิงซ้อน ค่าสัมบูรณ์ อาร์กิวเมนต์ ส่วนจริง และ ส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อน

```
>> v=[3;4] >> u=[5;12] >> u+v >> 4*u >> dot(u,v) >> norm(u)
v = u = ans = ans = ans = ans =
 3 5 8 20 63 13
 4 12 16 48

>> abs(z) >> real(z) >> imag(z) >> conj(z) >> angle(z)
ans = ans = ans = ans =
 13 5 12 5.0000 -12.0000i 1.1760
```

3. การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและค่าความแปรปรวน

```
>> x=[1 2 3 4 5];
>> mean(x)
ans =
 3
>> var(x)
ans =
 2.5000
```

#### 6.5 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 015

1. การหาลิมิตของลำดับ การหาผลบวกของอนุกรม และ สูตรผลบวกของอนุกรม
2. การหาลิมิตของฟังก์ชัน และอนุพันธ์ของฟังก์ชัน และ อนุพันธ์อันดับสูง
3. การเขียนกราฟของ  $f, f'$
4. การหาค่าอินทิกรัล การหาสูตรอินทิกรัล



ตัวอย่างการคำนวณ

1. การหาลิมิตของลำดับ การหาผลบวกของอนุกรม และ สูตรผลบวกของอนุกรม

```
>> syms n
>> limit(1/n,n,inf) >> limit(1+((-1)^n)/n,n,inf)
ans = ans =
0 1

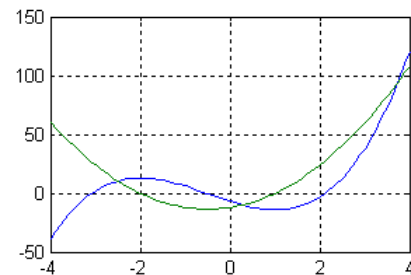
>> syms x n
>> symsum(x) >> symsum(x,1,10) >> symsum(x^2,1,10)
ans = ans = ans =
1/2*x^2-1/2*x 55 385
```

2. การหาลิมิตของฟังก์ชัน อนุพันธ์ของฟังก์ชัน และ อนุพันธ์อันดับสูง

```
>> syms x
>> diff(x^2) >> diff(x^2,2) >> limit(x^2,4)
ans = ans = ans =
2*x 2 16
```

3. การเขียนกราฟของ  $f, f'$

```
>> x=-4:0.1:4;
>> y1=2*x.^3+3*x.^2-12*x-7;
>> y2=6*x.^2+6*x-12;
>> plot(x,y1,x,y2);
>> grid on;
```



4. การหาค่าอินทิกรัล การหาสูตรอินทิกรัล

```
>> syms x
>> int(x^2,0,1) >> int(x^2)
ans = ans =
1/3 1/3*x^3
```

6.6 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 016

1. การคำนวณ  $n!$ ,  ${}^n P_r$ ,  ${}^n C_r$  และ การกระจายทวินาม
2. กราฟแผนภาพการกระจายของข้อมูล
3. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

ตัวอย่างการคำนวณ

1. การคำนวณ  $n!$ ,  ${}^n P_r$ ,  ${}^n C_r$  และ การกระจายทวินาม

```
C:\MATLAB6p5\work\nPr.m*
1 | function x = nPr(n,r);
2 | x = factorial(n)/factorial(n-r);

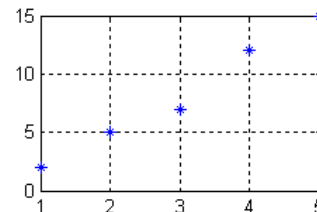
C:\MATLAB6p5\work\nCr.m
1 | function x = nCr(n,r);
2 | x = factorial(n)/(factorial(r)*factorial(n-r));

>> [factorial(5) nCr(5,2) nPr(5,2)]
ans =
 120 10 20

>> syms a b
>> expand((a+b)^2) >> expand((a+b)^3)
ans = ans =
a^2+2*a*b+b^2 a^3+3*a^2*b+3*a*b^2+b^3
```

2. กราฟแผนภาพการกระจายของข้อมูล

```
>> x=[1 2 3 4 5];
>> y=[2 5 7 12 15];
>> plot(x,y,'*')
>> grid on
```



3. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

```
>> x=[1 2 3 4 5];
>> y=[2 5 7 12 15];
>> polyfit(x,y,1)
ans =
 3.3000 -1.7000
```

สมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลคือ  $y = 3.3x - 1.7$

6.7 MATLAB กับการเฉลยข้อสอบคณิตศาสตร์ Entrance

ในหัวข้อนี้จะเป็นการนำความสามารถของ MATLAB เข้ามาช่วยหาคำตอบของข้อสอบ ซึ่งมีข้อสอบ Entrance หลายข้อที่เราหาคำตอบได้ด้วยการแทนค่า คำนวณค่า หรือแม้แต่เขียนกราฟดูก็จะได้คำตอบ

ข้อสอบคณิตศาสตร์ 1. มีนาคม 2546 ข้อ 18.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} [\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} - \sqrt{(1+x)(1-x^2)} + \sqrt{(1-x)(1-x^2)}]$$

มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| 1. 0             | 2. $\frac{1}{4}$ |
| 3. $\frac{1}{2}$ | 4. 1             |

การคำนวณด้วย MATLAB

```
>> syms x
>> limit((sqrt(1+x)-sqrt(1-x)-sqrt((1+x)*(1-x^2))+sqrt((1-x)*(1-x^2)))/(x^3),0)
ans =
1/2
```

เพราะฉะนั้นตอบข้อ 3.

ข้อสอบคณิตศาสตร์ 2. มีนาคม 2546 ข้อ 11.

ถ้า  $\frac{1}{1-\sin x} + \frac{1}{1+\sin x} = 8$  โดยที่  $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$  แล้ว  $\sin x + \cos 2x + \tan 3x$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| 1. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$  | 2. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$  |
| 3. $\frac{-\sqrt{3}-1}{2}$ | 4. $\frac{-\sqrt{3}+1}{2}$ |

การคำนวณด้วย MATLAB

```
>> syms x
>> solve('1/(1-sin(x))+1/(1+sin(x))=8')
ans =
[1/3*pi]
[-1/3*pi]
>> x=pi+pi/3;
>> sin(x)+cos(2*x)+tan(3*x)
ans =
-1.3660
>> [(sqrt(3)-1)/2 (sqrt(3)+1)/2 (-sqrt(3)-1)/2 (-sqrt(3)+1)/2]
ans =
0.3660 1.3660 -1.3660 -0.3660
```

เพราะฉะนั้นตอบข้อ 3.

ข้อสอบคณิตศาสตร์ 1. มีนาคม 2545 ข้อ 2.

$-\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ - \sin^2 3^\circ + \dots - \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

การคำนวณด้วย MATLAB

```
>> s=0;
>> for n=1:1:90
 s=s+((-1)^n)*sin((n/180*pi))^2;
end
>> s
s =
0.5000
```

เพราะฉะนั้น  $-\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ - \sin^2 3^\circ + \dots - \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$  มีค่าเท่ากับ 0.5

## บทที่ 7.

## การคำนวณระดับอุดมศึกษาด้วย MATLAB

ในระดับอุดมศึกษามีปัญหาทางด้านการคำนวณมากมาย หากนักเรียนนิสิต นักศึกษา หรือ ผู้สอน ได้นำความสามารถของโปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB มาใช้ในการคำนวณก็จะทำให้เกิดประโยชน์อย่างมาก ในบทนี้จึงได้ยกตัวอย่างการคำนวณทางคณิตศาสตร์ระดับอุดมศึกษา จำแนกเป็นกลุ่มต่างๆ ดังนี้

1. แคลคูลัส
2. สมการเชิงอนุพันธ์
3. การวิเคราะห์เชิงตัวเลข
4. พีชคณิตเชิงเส้น
5. สถิติและความน่าจะเป็น
6. คณิตศาสตร์ขั้นสูง

## 7.1 เสริมการคำนวณแคลคูลัสด้วย MATLAB

## 7.1.1 การคำนวณค่าลิมิต

```
>> syms x h
>> limit((sqrt(x+4)-2)/x,0)
ans =
1/4
>> limit((1/h)*(1/(2+h)-(1/2)),0)
ans =
-1/4
>> syms x
>> limit(sqrt(x^2+4)/(x+4),x,inf)
ans =
1
>> limit(x*sin(x)/(1-cos(x)),x,0,'right')
ans =
2
```

## 7.1.2 การหาอนุพันธ์ อนุพันธ์อันดับสูง และ อนุพันธ์ย่อย

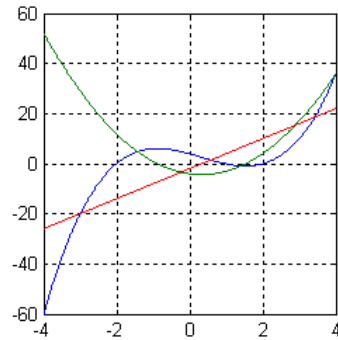
```
>> syms x y
>> diff(x^4)
ans =
4*x^3
>> diff(x^4,2)
ans =
12*x^2
>> syms x y
>> f=x^2*y^2;
>> diff(f,x)
ans =
2*x*y^2
>> diff(f,x,2)
ans =
2*y^2
```

## 7.1.3 การคำนวณปริพันธ์ ผลการคำนวณเป็นสูตร และ ผลการคำนวณเป็นตัวเลข

```
>> syms x y
>> int(x^2)
ans =
1/3*x^3
>> int(x^2,0,1)
ans =
1/3
>> syms x y
>> int(int(x^2+y))
ans =
1/12*x^4+1/2*y*x^2
```

7.1.4 กราฟของฟังก์ชัน  $f$ ,  $f'$  และ  $f''$

```
>> x=-4:0.01:4;
>> f=x.^3-x.^2-4*x+4;
>> fpi=3*x.^2-2*x-4;
>> f2pi=6*x-2;
>> plot(x,f,x,fpi,x,f2pi);
>> grid on;
```



7.1.5 การหาผลบวกกริมันน์ (Riemann sum)

เช่นผลบวกกริมันน์ของ  $f(x) = x^2 - 4x + 6$  บนช่วง  $[1, 3]$

```
C:\MATLAB6p5\work\f.m
```

```
1 | function y=f(x)
2 | y=x^2-4*x+6;
```

```
>> n=10;
>> a=1;
>> b=3;
>> h=(b-a)/n;
>> s=0;
>> for i=1:l:n
>> x(i)=a+(i-1)*h;
>> s=s+h*f(x(i));
>> end
>> fprintf('Reimann sum %12.6f',s)
>> Reimann sum 4.680000
```

```
>> n=100;
>> a=1;
>> b=3;
>> h=(b-a)/n;
>> s=0;
>> for i=1:l:n
>> x(i)=a+(i-1)*h;
>> s=s+h*f(x(i));
>> end
>> fprintf('Reimann sum %12.6f',s)
>> Reimann sum 4.666800
```

```
>> syms x
```

```
>> int(x^2-4*x+6,1,3)
ans =
14/3
```

$$\text{ค่าของ } \int_1^3 (x^2 - 4x + 6)dx = 4.666666$$

7.1.6 การแทนฟังก์ชันด้วยพหุนามเทย์เลอร์ เช่น พหุนามเทย์เลอร์ของ  $\sin(x)$ ,  $\arctan(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $e^x$

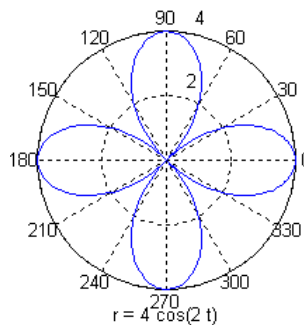
```
>> syms x
>> taylor(sin(x),8)
ans =
x-1/6*x^3+1/120*x^5-1/5040*x^7
>> taylor(atan(x),10)
ans =
x-1/3*x^3+1/5*x^5-1/7*x^7+1/9*x^9
```

```
>> syms x
>> taylor(cos(x),6)
ans =
1-1/2*x^2+1/24*x^4
>> taylor(exp(x),5)
ans =
1+x+1/2*x^2+1/6*x^3+1/24*x^4
```

7.1.7 การเขียนกราฟในพิกัดเชิงขั้ว

ตัวอย่างเช่นกราฟของ  $r = 4\cos(2t)$

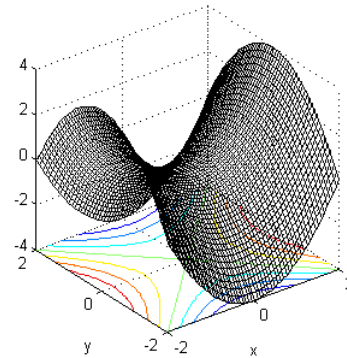
```
>> ezpolar('4*cos(2*t)',[0,2*pi])
```



7.1.8 การเขียนกราฟ 3 มิติ

เช่น กราฟของ  $z = x^2 - y^2$

```
>> ezsurf('x^2-y^2',[-2 2 -2 2])
```

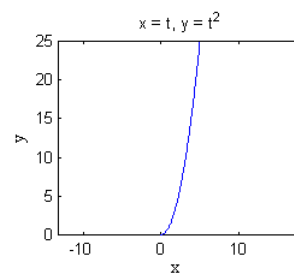


7.1.9 การเขียนกราฟของส่วนโค้ง

เช่นเส้นโค้งที่สมการพาราเมตริก

$r(t) = (t, t^2)$  บนช่วง  $0 < t < 5$

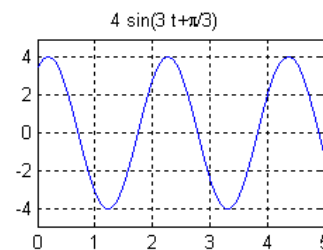
```
>> ezplot('t','t^2',[0,5])
```



7.2 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับสมการเชิงอนุพันธ์ด้วย MATLAB

7.2.1 กราฟของการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก

```
>> ezplot('4*sin(3*t+pi/3)',[0,5])
>> grid on
```



7.2.2 การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้น

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์  $\frac{dx}{dt} - 2xt = t$

```
>> dsolve('Dx-2*x*t=t')
ans =
-1/2+exp(t^2)*C1
```

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์  $x'' + 4x = 0$

```
>> dsolve('D2x+4*x=0')
ans =
C1*sin(2*t)+C2*cos(2*t)
```

7.2.3 การหาผลการแปลงลาปลาซ และ ผลการแปลงลาปลาซผกผัน

ตัวอย่างเช่น  $L\{\sin(t)\} = \frac{1}{1+s^2}$  และ  $L^{-1}\left\{\frac{1}{1+s^2}\right\} = \sin t$

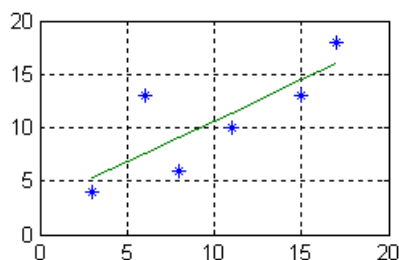
```
>> syms s t
>> laplace(sin(t))
ans =
1/(s^2+1)
>> syms s t
>> ilaplace(1/(s^2+1))
ans =
sin(t)
```

7.3 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับการวิเคราะห์เชิงตัวเลขด้วย MATLAB

7.3.1 การประมาณเส้นโค้ง  $y(x)$  ที่ผ่านจุด  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$

จงหาสมการเส้นโค้ง  $y(x)$  ที่ผ่านจุด  $(3, 4), (6, 13), (8, 6), (11, 10), (15, 13)$  และ  $(17, 18)$

```
>> x=[3 6 8 11 15 17];
>> y=[4 13 6 10 13 18];
>> p=polyfit(x,y,1)
>> polyval(p,7)
p =
 0.7569 3.0972
ans =
 8.3958
>> plot(x,y,'*','x',0.7569*x+3.0972)
>> grid on
```



7.3.2 การประมาณค่าภายในช่วงจากข้อมูล  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$

ตัวอย่างข้อมูล

| x  | y  |
|----|----|
| 2  | 3  |
| 5  | 5  |
| 7  | 9  |
| 11 | 18 |
| 15 | 22 |

```
>> x=[2 5 7 11 15];
>> y=[3 5 9 18 22];
>> interp1(x,y,10,'linear')
ans =
 15.7500
>> x=[2 5 7 11 15];
>> y=[3 5 9 18 22];
>> interp1(x,y,10,'spline')
ans =
 15.9301
```

โดยวิธี linear interpolation  $y(10) = 15.7$

โดยวิธี spline interpolation  $y(10) = 15.9301$

7.3.3 การหารากของสมการ ตัวอย่าง การหารากของสมการ  $x^2 - 5 = 0$

```
>> p=[1 0 -5];
>> roots(p)
ans =
 2.2361
 -2.2361
p = [1 0 -5] หมายถึงพหุนาม $x^2 - 5$
roots(p) เป็นคำสั่งหารากของ $p(x) = 0$
ราก $x^2 - 5 = 0$ คือ $x = 2.2361, -2.361$
```

การหารากของสมการ  $\sin x - \cos x = 0$

```
>> solve('sin(x)-cos(x)=0')
ans =
 1/4*pi
```

เพราะฉะนั้นรากสมการ  $\sin x - \cos x = 0$  คือ  $\frac{\pi}{4}$

7.3.4 การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น และ ไม่เชิงเส้น

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการ  $x + y + z = 12$

$$\begin{aligned} x - y + z &= 4 \\ x + y - z &= 2 \end{aligned}$$

```
>> syms x y z
>> [x y z]=solve('x+y+z=12','x-y+z=4','x+y-z=2')
x =
3
y =
4
z =
5
```

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้น  $x^2 + y^2 = 25$   
 $x + y = 7$

```
>> syms x y
>> [x y]=solve('x^2+y^2=25','x+y=7')
x =
[4]
[3]
y =
[3]
[4]
```

ผลเฉลยของระบบสมการคือ (3, 4) และ (4, 3)

7.3.5 การประมาณค่า  $y(c)$  เมื่อกำหนด  $\frac{dy}{dx} = f(x,y)$  และผ่านจุด  $(x_0, y_0)$

โดยวิธีของออยเลอร์ที่ปรับปรุงแล้วที่มีสูตร  $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}(f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, y_n + hf(x_n, y_n)))$

เมื่อ  $h = \frac{c-x_0}{n}$ ,  $x_{n+1} = x_n + h$

จงหาค่าประมาณค่า  $y(1)$  เมื่อกำหนด  $\frac{dy}{dx} = x + y$  และผ่านจุด  $(0, 0)$

```
>> n=1000;
>> x(1)=0;y(1)=0;c=1;h=(c-x(1))/n;
>> for i=1:1:n
>> x(i+1)=x(i)+h;
>> fi=fxy(x(i),y(i));
>> fiplus1=fxy(x(i+1),(y(i)+h*fi));
>> y(i+1)=y(i)+(h/2)*(fi+fiplus1);
>> end
>> fprintf('y(%2.0f) = %10.8f ',c,y(n+1))
>> y(1) = 0.71828138
```

```
C:\MATLAB6p5\work\fxy.m*
1 | function dy_dx = fxy(x,y);
2 | dy_dx=x+y;
```

หมายเหตุ ผลเฉลยแท้จริงคือ  $y(x) = e^x - x - 1$  เพราะฉะนั้นค่าจริง  $y(1) = 0.718282$

## 7.4 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับพีชคณิตเชิงเส้นด้วย MATLAB

### 7.4.1 การคำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์

```
>> A=[3 5;4 6] >> B=[4 7;6 8] >> A+B >> A*B
A = B = ans = ans =
 3 5 4 7 7 12 42 61
 4 6 6 8 10 14 52 76
```



```
>> A^-1
ans =
 -3.0000 2.5000
 2.0000 -1.5000

>> det(A)
ans =
 -2
```

7.4.2 การหาค่าเจาะจง และ เวกเตอร์เจาะจง และสมการลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์

ตัวอย่าง การหาค่าเจาะจง และ เวกเตอร์เจาะจง และสมการลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์  $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

```
>> A=[4 0;1 3] >> poly(A) >> eig(A) >> [V,D]=eig(A)
A = ans = ans = V =
 4 0 1 -7 12 3 0 0.7071
 1 3 4 4 4 4 1.0000 0.7071
 D =
 3 0
 0 4
```

สมการลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์  $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  คือ  $\lambda^2 - 7\lambda + 12 = 0$

ค่าเจาะจงคือ 3, 4 โดยมีเวกเตอร์เจาะจงเป็น (0, 1) และ (0.7071, 0.7071) ตามลำดับ

7.4.3 การหาค่าลำดับชั้นของ A และ เมทริกซ์ลดรูปเป็นชั้นแบบแถวที่สมมูลกับ A

```
>> A=[1 2 3;4 5 6;7 8 9] >> rank(A) >> rref(A)
A = ans = ans =
 1 2 3 2 1 0 -1
 4 5 6 0 1 2
 7 8 9 0 0 0
```

7.4.4 การหามูลฐานเชิงตั้งฉากปกติของ  $R^3$  โดยใช้กระบวนการของ Gram - Schmidt

ตัวอย่าง กำหนดมูลฐาน  $\{ v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \}$

```
>> v1=[1,1,1];v2=[0,1,1];v3=[0,0,1];
>> u1=(1/norm(v1))*v1;
>> w2=v2-dot(v2,u1)*u1;
>> u2=(1/norm(w2))*w2;
>> w3=v3-dot(v3,u1)*u1-dot(v3,u2)*u2;
>> u3=(1/norm(w3))*w3;
>> fprintf('orthonormal basis');
>> u1
>> u2
>> u3

>> orthonormal basis
u1 =
 0.5774 0.5774 0.5774
u2 =
 -0.8165 0.4082 0.4082
u3 =
 -0.0000 -0.7071 0.7071
```

เพราะฉะนั้นมูลฐานเชิงตั้งฉากปกติคือ  $\{ u_1 = \begin{pmatrix} 0.577 \\ 0.577 \\ 0.577 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} -0.816 \\ 0.408 \\ 0.408 \end{pmatrix}, u_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.707 \\ 0.707 \end{pmatrix} \}$

## 7.5 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับความน่าจะเป็นและสถิติด้วย MATLAB

### 7.5.1 การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มทวินาม

```
>> binopdf(4,10,0.25)
ans =
 0.1460
```

หมายเหตุ ฟังก์ชัน binopdf(x, n, p) เป็นฟังก์ชันที่ให้ค่าเท่ากับ  $b(x, n, p) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$

### 7.5.2 การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มปัวส์ซง

```
>> poisspdf(2,3)
ans =
 0.2240
```

หมายเหตุ ฟังก์ชัน poisspdf(x,  $\mu$ ) มีค่าเท่ากับ  $\frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}$  เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มปัวส์ซง

### 7.5.3 การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มปกติ

```
>> normpdf(1,0,1) >> normcdf(1,0,1) >> norminv(0.8413,0,1)
ans = ans = ans =
 0.2420 0.8413 0.9998
```

หมายเหตุ normpdf( $x_0, \mu, \sigma$ ) =  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

normcdf( $x_0, \mu, \sigma$ ) =  $P(X < x_0)$  เมื่อ X เป็นตัวแปรสุ่มปกติ ค่าเฉลี่ย  $\mu$  ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน  $\sigma$

norminv(p,  $\mu, \sigma$ ) หมายถึงค่า  $x_0$  ที่ทำให้  $p = P(X < x_0)$

### 7.5.4 การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่ระดับชั้นความเสรี v

```
>> tpdf(1,10) >> tcdf(1,10) >> tinv(0.8296,10)
ans = ans = ans =
 0.2304 0.8296 1.0002
```

หมายเหตุ tpdf(t, v) =  $\frac{\Gamma(\frac{v+1}{2})}{\Gamma(\frac{v}{2})\sqrt{\pi v}} \left(1 + \frac{t^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}}$

tcdf( $t_0, v$ ) =  $P(t < t_0)$  เมื่อ t เป็นตัวแปรสุ่มที่ระดับชั้นความเสรี v

tinvs(p, v) หมายถึงค่า  $t_0$  ที่ทำให้  $p = P(t < t_0)$

### 7.5.5 การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มไคสแควร์ ระดับชั้นความเสรี v

```
>> chi2pdf(10,12) >> chi2cdf(10,12) >> chi2inv(0.3840,12)
ans = ans = ans =
 0.0877 0.3840 9.9996
```

หมายเหตุ  $\chi^2$  เป็นตัวแปรสุ่มไคสแควร์ ระดับชั้นความเสรี  $v$   $\text{chi2pdf}(x, v) = \frac{1}{2^{\frac{v}{2}} \Gamma(\frac{v}{2})} x^{\frac{v}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}$

$\text{chi2cdf}(k, v) = P(\chi^2 < k)$   $\text{chi2inv}(p, v)$  หมายถึงค่า  $k$  ที่ทำให้  $\text{chi2cdf}(k, v)$  มีค่าเท่ากับ  $A$

7.5.6 การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มเอฟ ระดับชั้นความเสรี  $v_1$  และ  $v_2$

```
>> fpdf(3,4,10) >> fcdf(3,4,10) >> finv(0.9277,4,10)
ans = ans = ans =
 0.0577 0.9277 3.0004
```

หมายเหตุ  $F$  เป็นตัวแปรสุ่มเอฟ ระดับชั้นความเสรี  $v_1$  และ  $v_2$

$$\text{fpdf}(f, v_1, v_2) = \frac{\Gamma(\frac{v_1+v_2}{2}) (\frac{v_1}{v_2})^{\frac{v_1}{2}} f^{\frac{v_1}{2}-1}}{\Gamma(\frac{v_1}{2}) \Gamma(\frac{v_2}{2}) (1 + \frac{v_1}{v_2} f)^{\frac{v_1+v_2}{2}}}$$

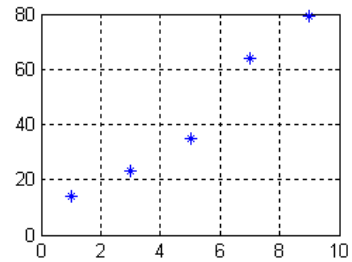
$\text{fcdf}(k, v_1, v_2) = P(F < k)$ ,  $\text{finv}(p, v_1, v_2)$  หมายถึงค่า  $k$  ที่ทำให้  $\text{fcdf}(k, v_1, v_2)$  มีค่าเท่ากับ  $A$

7.5.7 การหาสมการถดถอยและสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ และการเขียนแผนภาพกระจายข้อมูล

ตัวอย่างข้อมูล

| x | y  |
|---|----|
| 1 | 14 |
| 3 | 23 |
| 5 | 35 |
| 7 | 64 |
| 9 | 79 |

```
>> x=[1 3 5 7 9];
>> y=[14 23 35 64 79];
>> polyfit(x,y,1)
ans =
 8.5500 0.2500
>> corrcoef(x,y)
ans =
 1.0000 0.9804
 0.9804 1.0000
>> plot(x,y,'*')
>> grid on
```

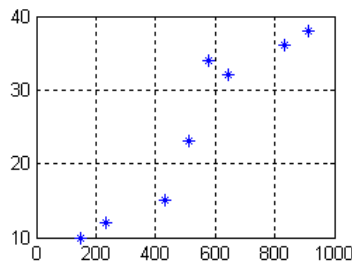


ผลการคำนวณ สมการถดถอยคือ  $y = 0.25 + 8.55x$  และ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์คือ 0.98043

7.5.8 กราฟของแผนภาพการกระจายบนกราฟสเกล log ตัวอย่างข้อมูลเช่น

กราฟบนสเกล (x, y)

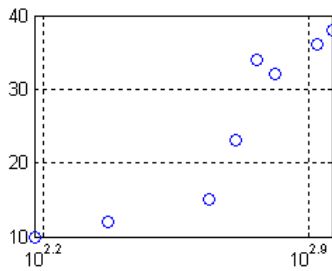
```
>> x=[150 235 432 511 645 579 834 915];
>> y=[10 12 15 23 32 34 36 38];
>> plot(x,y,'*')
>> grid on
```



| x   | y  |
|-----|----|
| 150 | 10 |
| 235 | 12 |
| 432 | 15 |
| 511 | 23 |
| 645 | 32 |
| 579 | 34 |
| 834 | 36 |
| 915 | 38 |

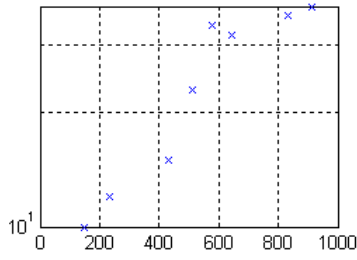
กราฟบนสเกล (logx, y)

```
>> semilogx(x,y,'o')
>> grid on
```



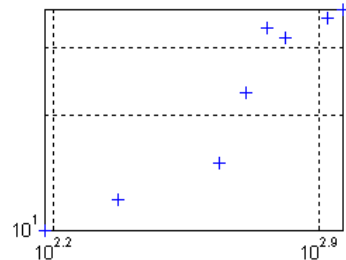
กราฟบนสเกล (x, logy)

```
>> semilogy(x,y,'x')
>> grid on
```



กราฟบนสเกล (logx, logy)

```
>> loglog(x,y,'+')
>> grid on
```



### 7.6 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ขั้นสูงด้วย MATLAB

#### 7.6.1 การหาสูตรของฟังก์ชันที่นิยามในพจน์ของปริพันธ์

ตัวอย่างการหาค่า

$$\int_1^x t dt = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$$

$$\int_x^{x^2} \frac{1}{1+t^2} dt = \tan^{-1}(x^2) - \tan^{-1}(x)$$

```
>> syms t x
>> int(t,1,x)
ans =
1/2*x^2-1/2
>> int(1/(1+t^2),x,x^2)
ans =
atan(x^2)-atan(x)
```

#### 7.6.2 การหาสูตรอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่นิยามในพจน์ของปริพันธ์

ตัวอย่างการหาค่า

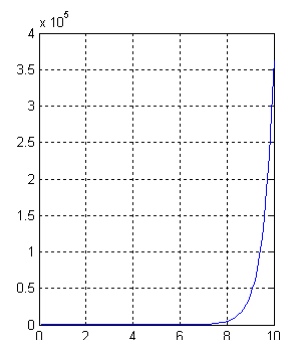
$$\frac{d}{dx} \left( \int_1^x t dt \right) = x$$

$$\frac{d}{dx} \int_x^{x^2} \frac{1}{1+t^2} dt = \frac{2x}{1+x^4} - \frac{1}{1+x^2}$$

```
>> syms t x
>> diff(int(t,1,x),1)
ans =
x
>> diff(int(1/(1+t^2),x,x^2))
ans =
2*x/(1+x^4)-1/(1+x^2)
```

#### 7.6.3 กราฟของฟังก์ชันแกมมา (Gamma function) และการคำนวณค่าฟังก์ชันแกมมา

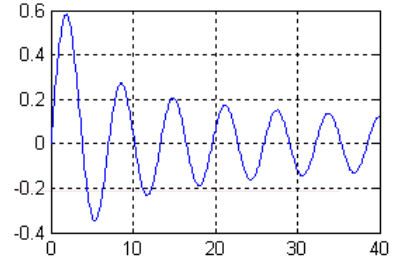
```
>> gamma(4)
ans =
6
>> gamma(0.5)
ans =
1.7725
>> x=0:0.1:10;
>> plot(x,gamma(x))
>> grid on
```



7.6.4 ฟังก์ชันเบสเซล (Bessel function) และ กราฟของฟังก์ชันเบสเซล

```
>> besselj(1,1) >> besselj(1,2) >> besselj(1,3)
ans = ans = ans =
 0.4401 0.5767 0.3391

>> x=0:0.1:40;
>> plot(x,besselj(1,x))
>> grid on
```



หมายเหตุ besselj(v, x) คือ ฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่ 1 อันดับ v

7.6.5 การหาอนุพันธ์อันดับสูง และ อนุพันธ์ย่อย

```
>> syms x y
>> diff(x^4,3)
ans =
24*x
>> diff(x^4*y^3,x,2)
ans =
12*x^2*y^3
>> diff(x^4*y^3,y,2)
ans =
6*x^4*y
>> diff(diff(x^4*y^3,x,2),y,1)
ans =
36*x^2*y^2
```

อนุพันธ์อันดับสูง  $\frac{d^3}{dx^3}(x^4) = 24x$

อนุพันธ์ย่อย  $\frac{\partial^2}{\partial x^2}(x^4 y^3) = 12x^2 y^3$

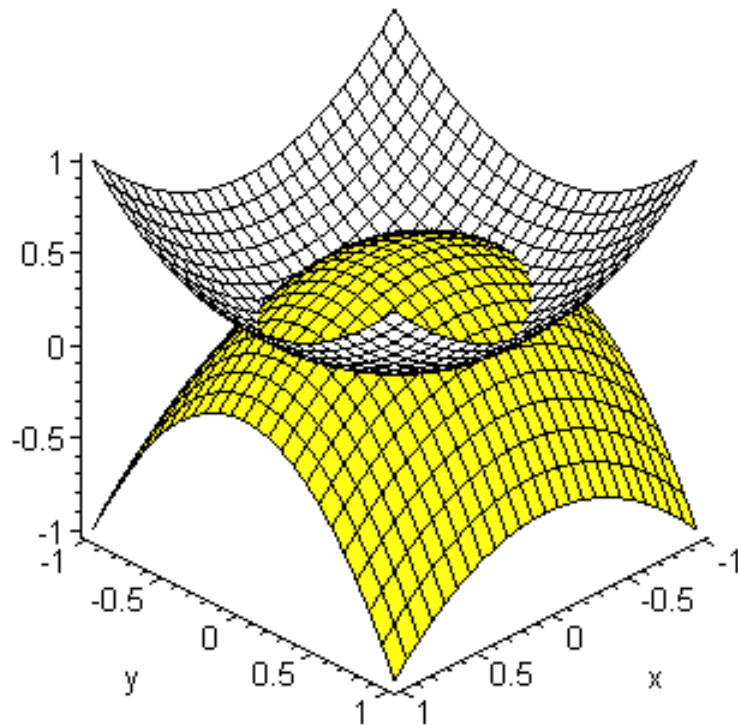
อนุพันธ์ย่อย  $\frac{\partial^2}{\partial y^2}(x^4 y^3) = 6x^4 y$

อนุพันธ์ย่อย  $\frac{\partial^3}{\partial y \partial x^2}(x^4 y^3) = 36x^2 y^2$

7.6.6 การหาพหุนามเลอจองด์  $P_n(x)$  อันดับต่างๆ จากสูตรโรตริกส์  $P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$

```
>> expand((1/((2^1)*(factorial(1))))*diff((x^2-1)^1,x,1))
ans =
x
>> expand((1/((2^2)*(factorial(2))))*diff((x^2-1)^2,x,2))
ans =
-1/2+3/2*x^2
>> expand((1/((2^3)*(factorial(3))))*diff((x^2-1)^3,x,3))
ans =
5/2*x^3-3/2*x
>> expand((1/((2^4)*(factorial(4))))*diff((x^2-1)^4,x,4))
ans =
35/8*x^4-15/4*x^2+3/8
```

# Maple



## บทนำ

### Maple

โปรแกรมสำเร็จรูป Maple เป็นโปรแกรมที่มีความสามารถในการคำนวณสูงและนิยมใช้งานกันมากอีกโปรแกรมหนึ่ง สามารถคำนวณแบบเครื่องคิดเลข หรือจะใช้ในการเขียนโปรแกรมประยุกต์ใช้งานก็ได้ โปรแกรมในกลุ่มของโปรแกรมสำเร็จรูปทั้ง 4 โปรแกรมในหนังสือเล่มนี้ อาจกล่าวได้ว่า Mathematica และ Maple มีความใกล้เคียงในรูปแบบการใช้งานมากที่สุด ถ้าผู้อ่านใช้ Mathematica เป็นมาก่อนก็จะใช้งาน Maple ได้ง่ายขึ้น ในทำนองเดียวกัน ถ้าใช้ Maple เป็นก็จะใช้งาน Mathematica ได้ง่ายขึ้นเหมือนกัน ความสามารถที่เหมือนหรือแตกต่างระหว่าง Maple กับโปรแกรมอื่น ๆ สรุปได้ดังนี้

- Maple แสดงผลทศนิยมได้หลายตำแหน่งตามต้องการด้วยคำสั่ง  $\text{Digits} = n$
- คำสั่งการทำงานของ Maple ต้องพิมพ์ที่ prompt ที่มีรูปแบบเป็น  $>...$
- การคำนวณบางอย่างเช่นการทำงานทางด้าน Graphics ต้องมีการเรียก Package หรือโปรแกรมย่อยสำหรับการทำงานนั้นขึ้นมาก่อน เช่นใช้ คำสั่ง `with(plots)` เรียก Package ของการเขียนกราฟ คำสั่ง `with(linalg)` เรียก Package ของการคำนวณเกี่ยวกับเวกเตอร์ เมทริกซ์  
อยากรู้ว่า Maple มี Package อะไรบ้างให้พิมพ์ `?Package` จะได้รายชื่อของ Package ทั้งหมด ของ Maple
- การปรับเปลี่ยนรูปแบบการแสดงผลของกราฟ ใช้คำสั่ง หรือ คลิกที่รูปภาพก็จะมีเมนูบาร์ของการปรับเปลี่ยนรูปแบบกราฟขึ้นมาให้เราใช้ในการปรับเปลี่ยนรูปแบบของกราฟ
- สามารถขอความช่วยเหลือจากโปรแกรมได้อย่างรวดเร็ว เช่นสงสัยความหมายของคำสั่ง `plot` ก็ให้พิมพ์ `?plot` แล้วกด Enter ก็จะได้คำอธิบายต่าง ๆ ของคำสั่ง `plot`
- มีคำสั่งที่ผู้สอนวิชาแคลคูลัสต้องชอบ เช่น กราฟแสดงพื้นที่ใต้โค้งที่แสดงความหมายของ ผลบวกรีมันน์ ผลบวกล่าง ผลบวกบน ผลบวกจุดกึ่งกลาง และ คำสั่งคำนวณค่าผลบวกต่าง ๆ
- มีคำสั่งที่ผู้สอนวิชาพีชคณิตเชิงเส้นต้องชอบ เช่น การแปลงแถวของเมทริกซ์ การแปลงหลักของเมทริกซ์ การหาเมทริกซ์ลดรูปเป็นขั้นแบบแถว
- มีกลุ่มคำสั่งสำหรับการเขียนโปรแกรมเช่น `if-then-else`, `for`, `while` เหมือนโปรแกรมอื่น ๆ

### สารบัญ

|          |                                               |         |
|----------|-----------------------------------------------|---------|
| บทที่ 1. | ความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรม Maple.....      | 1 – 8   |
| บทที่ 2. | การใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Maple.....             | 9 – 28  |
| บทที่ 3. | การเขียนกราฟด้วย Maple.....                   | 29 – 44 |
| บทที่ 4. | การใช้งานเบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรม Maple..... | 45 – 56 |
| บทที่ 5. | การเขียนโปรแกรมด้วยคำสั่งของ Maple.....       | 57 – 64 |
| บทที่ 6. | การคำนวณคณิตศาสตร์ ม. ปลาย ด้วย Maple.....    | 65 – 74 |
| บทที่ 7. | การคำนวณระดับอุดมศึกษาด้วย Maple.....         | 75 – 92 |

บทที่ 1.

ความสามารถเบื้องต้นของโปรแกรม Maple

ในบทนี้จะเป็นการนำความสามารถต่าง ๆ ที่โปรแกรมสำเร็จรูป Maple ทำได้มานำเสนอให้ดูก่อนเพื่อผู้อ่านจะได้เห็นความสามารถทางการคำนวณที่สำคัญของโปรแกรมสำเร็จรูป Maple ในส่วนของการพิมพ์คำสั่ง การเข้าสู่โปรแกรม Maple และการประยุกต์ต่าง ๆ จะกล่าวในบทต่อไป

1. การคำนวณเบื้องต้น บวก ลบ คูณ หาร

|                          |    |                         |
|--------------------------|----|-------------------------|
| <code>&gt; 25+13;</code> |    | <code>&gt; 15*3;</code> |
|                          | 38 | 45                      |
| <code>&gt; 46-27;</code> |    | <code>&gt; 12/4;</code> |
|                          | 19 | 3                       |

หมายเหตุ > เป็นตำแหน่งที่ Maple รอรับคำสั่งของการคำนวณ โดยที่ผลการคำนวณจะแสดงในบรรทัดต่อไป

1.2 สามารถเลือกแสดงผลการคำนวณเป็นทศนิยมได้หลายตำแหน่ง

|                         |                              |                                      |
|-------------------------|------------------------------|--------------------------------------|
| <code>&gt; 2/9.;</code> | <code>&gt; Digits:=3;</code> | <code>&gt; Digits:=8;</code>         |
| 0.222222222             | <code>Digits = 3</code>      | <code>&gt; 20/9.;</code>             |
|                         | <code>&gt; 2/9.;</code>      | 2.2222222                            |
|                         | 0.222                        | <code>&gt; Digits:=10:200./9;</code> |
|                         | <code>&gt; 20/9.;</code>     | 22.22222222                          |
|                         | 2.22                         |                                      |

หมายเหตุ คำสั่ง `Digits := k`  
กำหนดแสดงผลตัวเลขนี้สำคัญ k ตัว  
เมื่อเข้ามาครั้งแรกจะแสดงผล 10 ตัว

3. มีฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ให้เลือกใช้มากมาย

|                              |                      |                                       |                 |
|------------------------------|----------------------|---------------------------------------|-----------------|
| <code>&gt; sin(Pi/3);</code> | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | <code>&gt; evalf(sin(Pi/3),4);</code> | 0.8660          |
| <code>&gt; cos(Pi/4);</code> | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | <code>&gt; arctan(1.0);</code>        | 0.7853981634    |
| <code>&gt; tan(Pi/6);</code> | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | <code>&gt; arctan(1);</code>          | $\frac{\pi}{4}$ |



|                                                                                               |                                                                                            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| <pre>&gt; arcsin(0.5); 0.5235987756 &gt; arccos(1/2); π 3 &gt; arccos(0.5); 1.047197551</pre> | <pre>&gt; ln(2.); 0.6931471806 &gt; log(2.); 0.6931471806 &gt; exp(1.0); 2.718281828</pre> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|

หมายเหตุ 1. log, ln หมายถึงลอการิทึมฐาน e

2. ค่าฟังก์ชัน ของจำนวนเต็มหรือเศษส่วน

Maple จะแสดงผลเป็นการจัดรูปแบบพีชคณิตหรือแสดงผลเป็นเลขเศษส่วนตามความเหมาะสม

3. ค่าฟังก์ชันที่กำหนดค่าเป็นเลขจำนวนจริง (มีจุดทศนิยม) Maple จะแสดงผลเป็นเลขทศนิยม

4. ความสามารถที่จะกำหนดสูตรของฟังก์ชันใช้งานเองได้

|                                          |                               |                                             |
|------------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------------------|
| <pre>&gt; f:=x-&gt;x^2; &gt; f(2);</pre> | $f := x \rightarrow x^2$<br>4 | <pre>&gt; f(-4); 16 &gt; f(f(4)); 256</pre> |
|------------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------------------|

5. การคำนวณค่าในรูปแบบตาราง

```
> for x from 2 to 4 do printf("%10.2f %10.4f \n", x, sqrt(x)) od;
>
2.00 1.4142
3.00 1.7321
4.00 2.0000
```

6. สามารถแสดงหน่วยผลลัพธ์ของการคำนวณได้

|                                                          |                                                     |
|----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| <pre>&gt; L:=5*cm; L = 5 cm &gt; W:=2*cm; W = 2 cm</pre> | <pre>&gt; Area:=L*W; Area = 10 cm<sup>2</sup></pre> |
|----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|

7. ความสามารถเกี่ยวกับพหุนาม เช่น การบวก การหาราก การแยกตัวประกอบ การกระจายพหุนาม

|                                                                                                        |                                                                                                                                                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <pre>&gt; p:=x^2-2*x-3; p = x<sup>2</sup> - 2x - 3 &gt; q:=x^2-4*x-5; q = x<sup>2</sup> - 4x - 5</pre> | <pre>&gt; p+q; 2x<sup>2</sup> - 6x - 8 &gt; roots(p); [[3, 1], [-1, 1]]</pre>                                                                                                  |
| <pre>&gt; roots(r); [[1, 3], [2, 1], [3, 1]] &gt; factor(r); (x-1)<sup>3</sup>(x-2)(x-3)</pre>         | <pre>&gt; r:=(x-1)^3*(x^2-5*x+6); r = (x-1)<sup>3</sup>(x<sup>2</sup>-5x+6) &gt; expand(r); x<sup>5</sup> - 8x<sup>4</sup> + 24x<sup>3</sup> - 34x<sup>2</sup> + 23x - 6</pre> |

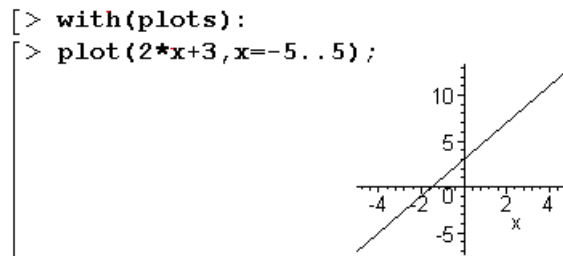
หมายเหตุ `roots(r) = [[1, 3], [2, 1], [3, 1]]`

หมายถึงพหุนาม  $r(x) = 0$  มีราก 1 ซ้ำ 3 ตัว ราก 2 ซ้ำ 1 ตัว ราก 3 ซ้ำ 1 ตัว

### 8. ความสามารถในการเขียนกราฟได้หลายแบบ

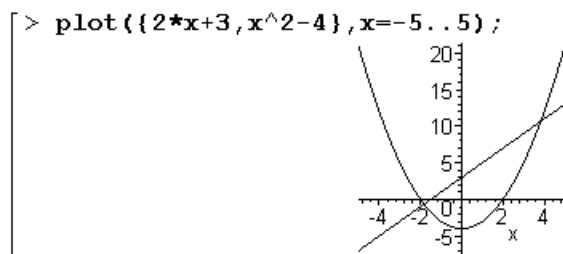
#### 8.1 กราฟในระบบพิกัดมุมฉาก

ตัวอย่าง กราฟของ  $f(x) = 2x + 3$  บนช่วง  $[-5, 5]$



#### 8.2 สามารถเขียนกราฟได้หลายเส้นพร้อมกัน

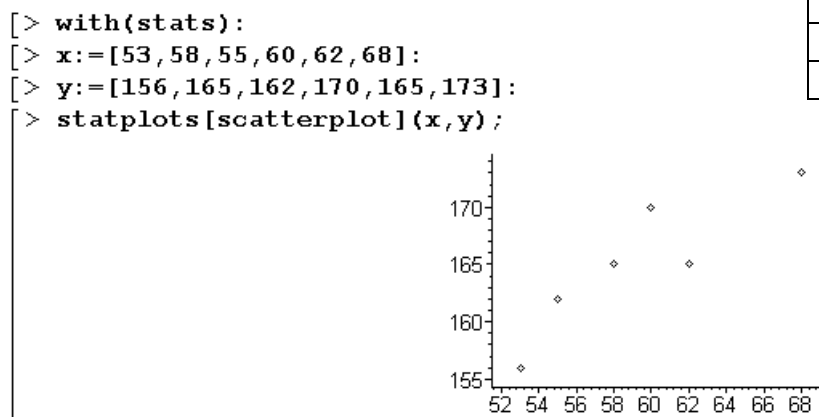
ตัวอย่าง กราฟของ  $f(x) = 2x + 3$  กับ  $g(x) = x^2 - 4$  บนช่วง  $[-5, 5]$



#### 8.3 สามารถเขียนกราฟแบบคู่ลำดับ

ตัวอย่าง กราฟของข้อมูล น้ำหนักและส่วนสูง

| น้ำหนัก | ความสูง |
|---------|---------|
| 53      | 156     |
| 58      | 165     |
| 55      | 162     |
| 60      | 170     |
| 62      | 165     |
| 68      | 173     |

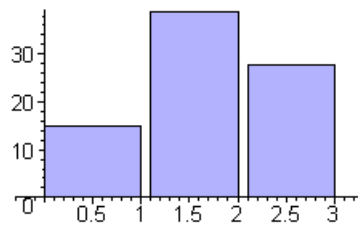


8.4 กราฟแท่ง (Bar graph) ของข้อมูลทางสถิติ

ตัวอย่าง การเขียนกราฟของข้อมูล คะแนน และความถี่ จากตาราง

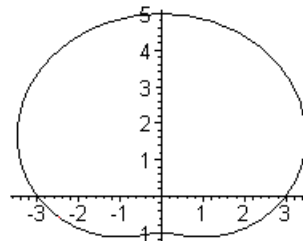
| คะแนน     | ความถี่ |
|-----------|---------|
| 0 – 1     | 15      |
| 1.1 – 2.0 | 35      |
| 2.1 – 3.0 | 25      |

```
[> with(stats):
> groups := [Weight(0..1,15), Weight(1.1..2,35), Weight(2.1..3,25)];
> statplots[histogram](groups);
```



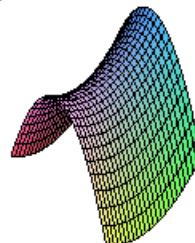
8.5 กราฟในระบบพิกัดเชิงขั้ว เช่นกราฟรูปหัวใจ  $r = 3 + 2\sin\theta$

```
[> with(plots):
> plot([3+2*sin(t), t, t=0..2*Pi], coords=polar);
```



8.6 สามารถเขียนกราฟพื้นผิว 3 มิติ เช่นกราฟพื้นผิวไฮเพอร์โบลิกพาราโบลอยด์  $f(x, y) = x^2 - y^2$

```
[> with(plots):
> plot3d(x^2-y^2, x=-2..2, y=-4..4);
```



9. การเปลี่ยนแปลงจำนวนในเลขฐานต่างๆ

การเปลี่ยนแปลงค่าระหว่างเลขฐาน 10 กับ เลขฐาน 2 ตัวอย่างเช่น  $43_{10} = 101011_2$

```
[> convert(101011, decimal, binary);
 43
> convert(43, binary);
 101011
```



14. การคำนวณค่าสถิติเบื้องต้น ตัวอย่างการหาค่าสถิติเบื้องต้นของข้อมูล 2, 3, 7, 12, 16

```
[> with(stats):
[> x:=[2,3,7,12,16]:
[> describe[sumdata](x);
 40
[> describe[mean](x);
 8
[> describe[median](x);
 7

[> describe[standarddeviation](x);
 $\frac{\sqrt{710}}{5}$
[> describe[variance](x);
 $\frac{142}{5}$
```

15. สามารถหาความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูล

ตัวอย่าง กำหนดข้อมูล น้ำหนัก (x) กับส่วนสูง (y)

x เป็นตัวแปรอิสระ และ y เป็นตัวแปรตาม

| น้ำหนัก | ความสูง |
|---------|---------|
| 45      | 162     |
| 50      | 174     |
| 55      | 178     |
| 60      | 182     |

```
[> with(stats):
[> fit[leastsquare]([x,y])([[45,50,55,65],[162,174,178,182]]);
 $y = \frac{874}{7} + \frac{32x}{35}$
```

16. ความสามารถในการจัดรูปพีชคณิต การแยกตัวประกอบ การกระจายพหุนาม

```
[> expand((x-3)*(x+4));
 $x^2 + x - 12$
[> factor(x^2+x-12);
 $(x-3)(x+4)$
```

17. ความสามารถในการหาอนุพันธ์ เช่นการหาอนุพันธ์ของ  $f(x) = x^4$

```
[> f:=x->x^4;
 $f:=x \rightarrow x^4$
[> D(f);
 $x \rightarrow 4x^3$
[> D(D(f));
 $x \rightarrow 12x^2$

[> D(f)(1);
 4
[> D(D(f))(1);
 12
```

18. ความสามารถในการหาปริพันธ์ การหาปริพันธ์เป็นค่าตัวเลข เช่นการหาค่า  $\int_0^1 x^2 dx$

หมายเหตุ คำสั่ง Int แสดงผลเป็นสัญลักษณ์การปริพันธ์ แต่ คำสั่ง int แสดงผลการคำนวณค่าที่ได้

```
[> Int(x^2,x=0..1);
 $\int_0^1 x^2 dx$
[> int(x^2,x=0..1);
 $\frac{1}{3}$

[> int(x^2,x=0..t);
 $\frac{t^3}{3}$
[> int(x^2,x=t..t^2);
 $\frac{1}{3}t^6 - \frac{1}{3}t^3$
```

19. สามารถหาค่าลิมิตได้ การหาลิมิต  $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 + x + 1$  และลิมิตทางซ้าย ทางขวา ของ  $\frac{|x|}{x}$  ที่  $x = 0$

```
[> Limit(x^2+x+1,x=1);
 lim x^2+x+1
 x -> 1
3
> limit(x^2+x+1,x=1);
3
> limit(abs(x)/x,x=0,left);
-1
> limit(abs(x)/x,x=0,right);
1
```

หมายเหตุ คำสั่ง Limit แสดงผลเป็นสัญลักษณ์ลิมิต แต่ คำสั่ง limit แสดงผลการคำนวณค่าที่ได้

20. ความสามารถในการคำนวณเป็นโปรแกรม

ตัวอย่าง โปรแกรมหาพื้นที่สามเหลี่ยมเมื่อรู้ความยาวทั้งสามด้าน

```
> Findarea:=proc() local s,a,b,c,area;
> a:=args[1];
> b:=args[2];
> c:=args[3];
> s:=(a+b+c)/2;
> area:=sqrt(s*(s-a)*(s-b)*(s-c));
> area
> end:
> Findarea(3,4,5);
6
> Findarea(5,12,13);
30
```

21. ความสามารถในการหารากของสมการ  $f(x) = 0$

ตัวอย่าง การหารากของสมการ  $x^2 - 2 = 0$

```
> r:=RootOf(x^2-2);
> allvalues(r);
sqrt(2), -sqrt(2)
```

22. ความสามารถในการหาผลเฉลยของระบบสมการ

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น  $x + y = 1$

$$x - y = 3$$

```
> solve({x+y=1,x-y=3});
(y = -1, x = 2)
```

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้น  $x^2 + y^2 = 25$

$$3x - 4y = 0$$

```
> solve({x^2+y^2=25,3*x-4*y=0});
(y = 3, x = 4), (y = -3, x = -4)
```

## 23. การหาผลการแปลงลาปลาซ และผลการแปลงลาปลาซผกผัน

เช่นผลการแปลงลาปลาซ  $L\{\sin t\} = \frac{1}{s^2+1}$  และ ผลการแปลงลาปลาซผกผัน  $L^{-1}\{\frac{1}{s^2+1}\} = \sin t$

```
[> laplace(sin(t), t, s);
```

$$\frac{1}{s^2+1}$$

```
> invlaplace(1/(s^2+1), s, t);
```

$$\sin(t)$$
24. การหาสูตรเทย์เลอร์ของฟังก์ชัน เช่นการหาสูตรเทย์เลอร์ของ  $\sin x$ ,  $\cos x$ 

```
[> taylor(sin(x), x, 5);
```

$$x - \frac{1}{6}x^3 + O(x^5)$$

```
> taylor(cos(x), x, 8);
```

$$1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{720}x^6 + O(x^8)$$

## 25. การแยกเศษส่วนย่อย

$\frac{x^3}{x^2-x-2}$  สามารถแยกเป็นผลบวกย่อยได้เป็น  $x + 1 + \frac{8}{3(x-2)} + \frac{1}{3(x+1)}$

```
[> convert(x^3/(x^2-x-2), parfrac, x);
```

$$x + 1 + \frac{8}{3(x-2)} + \frac{1}{3(x+1)}$$
26. การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ เช่นการหาผลเฉลยของสมการ  $\frac{dy}{dx} - 4y = 0$ 

```
[> dsolve(diff(y(x), x) - 4*y(x) = 0);
```

$$y(x) = \_C1 e^{(4x)}$$

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของสมการ  $\frac{dy}{dx} - 4y - 4 = 0$  และ  $y(0) = 1$

```
[> dsolve([diff(y(x), x) - 4*y(x) - 4 = 0, y(0) = 1]);
```

$$y(x) = -1 + 2 e^{(4x)}$$

## 27. การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงอนุพันธ์

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของสมการ  $\frac{dy}{dt} - x + y = 0$

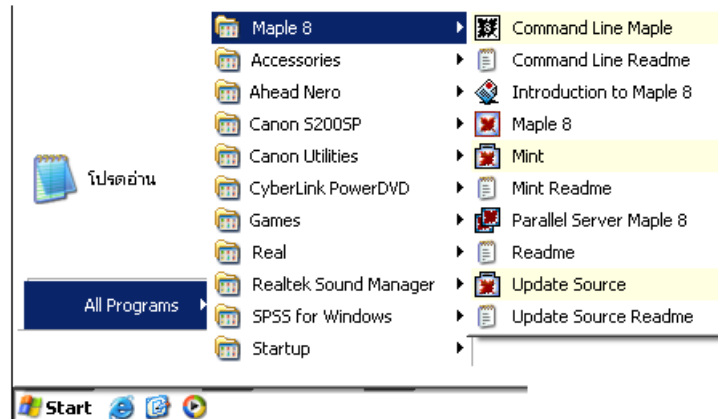
$$\frac{dx}{dt} + x - 4y = 0$$

```
[> dsolve({diff(y(t), t) - x(t) + y(t) = 0, diff(x(t), t) + x(t) - 4*y(t) = 0});
```

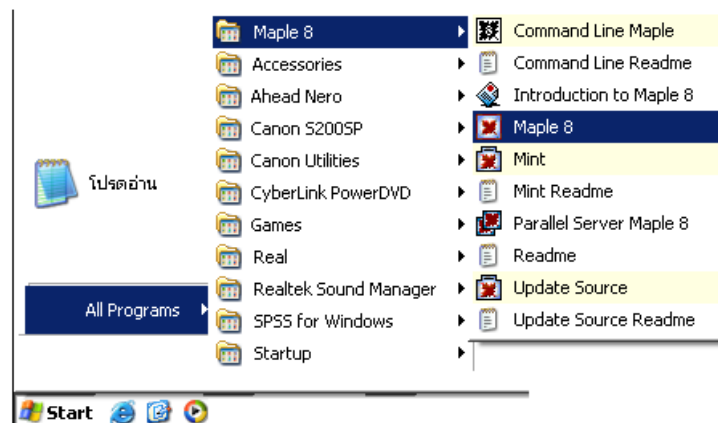
$$(y(t) = \_C1 e^{(-3t)} + \_C2 e^t, x(t) = -2\_C1 e^{(-3t)} + 2\_C2 e^t)$$



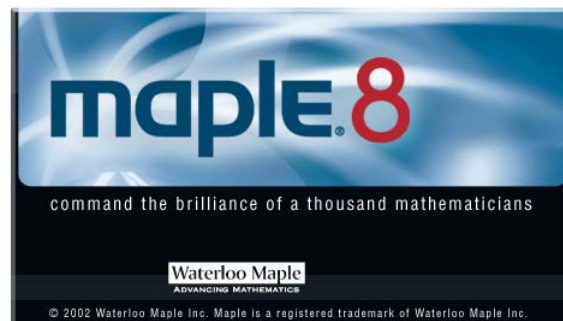




คลิกที่ Maple 8 จะขึ้นเมนูย่อยให้เลือก



คลิกที่ Maple 8 จะเข้าสู่การทำงานของโปรแกรม Maple



หมายเหตุ Logo ของ Maple อาจแตกต่างกันใน version อื่น ๆ  
เมื่อเข้าสู่การทำงานของโปรแกรม Maple เรียบร้อยแล้วจอภาพจะเป็นดังนี้



2. การหาผลหาร  $\frac{45}{12}$ 

| พิมพ์                                                                                      | ผลบนจอภาพ                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| 45/12;↵<br>หมายเหตุ จำนวนเต็มหารกัน maple จะแสดงผลเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ                      | [> 45/12 ;<br>$\frac{15}{4}$ |
| 45/12.;↵<br>หมายเหตุ จำนวนเต็มหารด้วยจำนวนจริง(ตัวเลขที่มี . ) maple จะแสดงผลเป็นเลขทศนิยม | [> 45/12. ;<br>3.750000000   |

## 3. การหาผลคูณของ 15 กับ 32

| พิมพ์   | ผลบนจอภาพ         |
|---------|-------------------|
| 15*32;↵ | [> 15*32 ;<br>480 |

4. การคำนวณเลขยกกำลัง  $4^3$  และ  $e^4$ 

| พิมพ์                                                                                             | ผลบนจอภาพ                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|
| 4^3;↵                                                                                             | [> 4^3 ;<br>64              |
| exp(4);↵<br>หมายเหตุ exp(x) เมื่อ x เป็นจำนวนเต็ม maple จะแสดงผลเป็นการจัดรูปพีชคณิต              | [> exp(4) ;<br>$e^4$        |
| exp(4.);↵<br>หมายเหตุ exp(x) เมื่อ x เป็นจำนวนจริง (ตัวเลขที่มีจุด . ) maple จะแสดงค่าที่คำนวณได้ | [> exp(4.) ;<br>54.59815003 |

5. การคำนวณโดยใช้ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์  $\log 2$ ,  $\ln 2$ ,  $\sin(\frac{\pi}{6})$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt[3]{32}$ , 5!

| พิมพ์                                                | ผลบนจอภาพ                       |
|------------------------------------------------------|---------------------------------|
| log10(2.);↵<br>หมายเหตุ log10 หมายถึงลอการิทึมฐาน 10 | [> log10(2.) ;<br>0.3010299957  |
| ln(2.);↵<br>หมายเหตุ log, ln หมายถึงลอการิทึมฐาน e   | [> ln(2.) ;<br>0.6931471806     |
| sin(Pi/6);↵                                          | [> sin(Pi/6) ;<br>$\frac{1}{2}$ |

|                                                            |                                    |
|------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| sqrt(2.);↵                                                 | [> <b>sqrt(2.);</b><br>1.414213562 |
| root(32,5);↵<br>หมายเหตุ $\text{root}(x, n) = \sqrt[n]{x}$ | [> <b>root(32,5);</b><br>2         |
| 5!;↵                                                       | [> <b>5!;</b><br>120               |

6. การกำหนดค่าให้กับตัวแปร, การกำหนดสูตรฟังก์ชัน

| พิมพ์                                                                                                                                              | ผลบนจอภาพ                                         |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| f:=x->x^2;↵<br>หมายเหตุ รูปแบบ f:=x -> expression<br>f:=x เป็นการกำหนดว่า f เป็นฟังก์ชันของ x<br>-> กำหนดสูตรให้เป็น<br>expression สูตรในเทอมของ x | [> <b>f:=x-&gt;x^2;</b><br>$f:=x \rightarrow x^2$ |
| f(2);↵                                                                                                                                             | [> <b>f(2);</b><br>4                              |
| x:=4;↵<br>หมายเหตุ รูปแบบ x:=....<br>สัญลักษณ์ := เป็นการกำหนดค่าให้กับตัวแปร                                                                      | [> <b>x:=4;</b><br>x:=4                           |
| f(x);↵                                                                                                                                             | [> <b>f(x);</b><br>16                             |

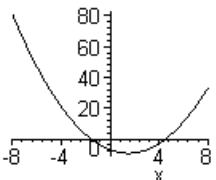
7. การหาค่าอินทิกรัล  $\int_a^b f(x)dx$  ตัวอย่างเช่น  $\int_1^4 (x^2 + 4)dx$

| พิมพ์                                                                                                                                                                                                                                                                 | ผลบนจอภาพ                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| Int(x^2,x);↵                                                                                                                                                                                                                                                          | [> <b>Int(x^2,x);</b><br>$\int x^2 dx$ |
| หมายเหตุ คำสั่ง Int(f(x), x) จะได้สัญลักษณ์ของปริพันธ์<br>คำสั่ง int(f(x), x) จะได้ผลการคำนวณ หรือสูตรที่คำนวณได้<br>คำสั่ง Int(f(x), x=a..b) จะได้สัญลักษณ์ของปริพันธ์ $\int_a^b f(x)dx$<br>คำสั่ง int(f(x), x=a..b) จะได้ผลการคำนวณค่าของปริพันธ์ $\int_a^b f(x)dx$ |                                        |

|                                      |                                                    |
|--------------------------------------|----------------------------------------------------|
| $\text{Int}(x^2,x); \downarrow$      | <pre>&gt; int(x^2,x);</pre> $\frac{x^3}{3}$        |
| $\text{Int}(x^2,x=0..1); \downarrow$ | <pre>&gt; Int(x^2,x=0..1);</pre> $\int_0^1 x^2 dx$ |
| $\text{int}(x^2,x=0..1); \downarrow$ | <pre>&gt; int(x^2,x=0..1);</pre> $\frac{1}{3}$     |

### 2.3 การเขียนกราฟของฟังก์ชัน

ตัวอย่างเช่นการเขียนกราฟของ  $f(x) = x^2 - 3x - 7$  บนช่วง  $[-8, 8]$

| พิมพ์                                                                                                                                       | ผลบนจอภาพ                                                                                                                    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\text{plot}(x^2-3*x-7,x=-8..8); \downarrow$<br><br>หมายเหตุ $\text{plot}(f(x), x = a .. b)$ เป็นคำสั่งเขียนกราฟ $y = f(x)$ บนช่วง $[a, b]$ | <pre>&gt; plot(x^2-3*x-7,x=-8..8);</pre>  |

### 2.4 การกำหนดค่าและการคำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์

ตัวอย่าง การกำหนด  $A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$  และ  $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

| พิมพ์                                                                                                                                                                                                                                        | ผลบนจอภาพ                                                                                                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\text{with}(linalg); \downarrow$                                                                                                                                                                                                            | <pre>&gt; with(linalg):</pre> หมายเหตุ $\text{with}(linalg)$ เป็นคำสั่งเรียกโปรแกรมคำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์ของ Maple มาใช้งาน |
| คำสั่งกำหนดเมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ คือ<br>$A := \langle \langle a_{11}, a_{21}, \dots, a_{m1} \rangle \mid \langle a_{12}, a_{22}, \dots, a_{m2} \rangle \mid \dots \mid \langle a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{mn} \rangle \rangle$ |                                                                                                                             |
| $A := \langle \langle 4, -5 \rangle \mid \langle -2, 3 \rangle \rangle; \downarrow$                                                                                                                                                          | <pre>&gt; A := &lt;&lt;4, -5&gt;   &lt;-2, 3&gt;&gt;;</pre> $A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$            |
| $B := \langle \langle 2, 1 \rangle \mid \langle 5, 3 \rangle \rangle; \downarrow$                                                                                                                                                            | <pre>&gt; B := &lt;&lt;2, 1&gt;   &lt;5, 3&gt;&gt;;</pre> $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$                |

การคำนวณค่าของเมทริกซ์  $A + B$ ,  $AB$ ,  $4A$ ,  $A^2$ ,  $A^{-1}$ ,  $A^T$ ,  $\det(A)$

| พิมพ์                                                                          | ผลบนจอภาพ                                                                         |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| $A+B;$ ↵                                                                       | [> <b>A+B;</b><br>$\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$                 |
| $A.B;$ ↵<br>หมายเหตุ สัญลักษณ์ (.) จุดแทน<br>การคูณเมทริกซ์กับเมทริกซ์         | [> <b>A.B;</b><br>$\begin{bmatrix} 6 & 14 \\ -7 & -16 \end{bmatrix}$              |
| $4*A;$ ↵                                                                       | [> <b>4*A;</b><br>$\begin{bmatrix} 16 & -8 \\ -20 & 12 \end{bmatrix}$             |
| $A^2;$ ↵                                                                       | [> <b>A^2;</b><br>$\begin{bmatrix} 26 & -14 \\ -35 & 19 \end{bmatrix}$            |
| $A^{(-1)};$ ↵<br>หมายเหตุ inverse(A) ใช้หา $A^{-1}$<br>ได้เหมือนกับ $A^{(-1)}$ | [> <b>A^{(-1)};</b><br>$\begin{bmatrix} \frac{3}{2} & & 1 \\ & & 2 \end{bmatrix}$ |
| $\det(A)$ ↵                                                                    | [> <b>det(A);</b><br>2                                                            |
| $\text{transpose}(A);$ ↵                                                       | [> <b>transpose(A);</b><br>$\begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$       |

การกำหนดบรรทัดนี้ล่าง (subscript) สำหรับอ้างอิงใช้งานกับสมาชิกของเมทริกซ์

| พิมพ์       | ผลบนจอภาพ              |
|-------------|------------------------|
| $A[1,1];$ ↵ | [> <b>A[1,1];</b><br>4 |

หมายเหตุ  $A[i, j]$  คือ  $a_{ij}$  ของเมทริกซ์  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$

การอ้างอิง แถว และ หลักของเมทริกซ์

| พิมพ์                                                            | ผลบนจอภาพ                                                                                                                       |
|------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\text{with}(\text{LinearAlgebra});$ ↵                           | [> <b>with(LinearAlgebra):</b>                                                                                                  |
| $A:=\langle\langle 4,-5 \rangle \langle -2,3 \rangle \rangle;$ ↵ | [> <b>A:=\langle\langle 4,-5 \rangle \langle -2,3 \rangle \rangle;</b><br>$A := \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ |

|                       |                                      |
|-----------------------|--------------------------------------|
| Column(A,1);↵         | [> Column(A, 1);<br>[ 4<br>-5]       |
| Row(A,1);↵            | [> Row(A, 1);<br>[4, -2]             |
| Row(A,1)+2*Row(A,2);↵ | [> Row(A, 1)+2*Row(A, 2);<br>[-6, 4] |

### 2.5 การกำหนดค่าและการคำนวณเกี่ยวกับเวกเตอร์

ตัวอย่างเช่น  $u = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$  และ  $v = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  และการหาค่า  $u + v$ ,  $4u$ ,  $u \cdot v$  และ  $|u|$

| พิมพ์                                                                                             | ผลบนจอภาพ                                                                                                                     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| with(LinearAlgebra);↵                                                                             | [> with(LinearAlgebra):<br>หมายเหตุ with(linearalgebra) เป็นคำสั่งเรียกโปรแกรมคำนวณเกี่ยวกับพีชคณิตเชิงเส้นของ Maple มาใช้งาน |
| คำสั่งกำหนด เวกเตอร์ $u = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ คือ $v := \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ |                                                                                                                               |
| $u := \langle -3, 4 \rangle$ ;↵                                                                   | [> u := <-3, 4>;<br>$u = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$                                                               |
| $v := \langle 1, 2 \rangle$ ;↵                                                                    | [> v := <1, 2>;<br>$v = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$                                                                 |
| $u+v$ ;↵                                                                                          | [> u+v;<br>$\begin{bmatrix} -2 \\ 6 \end{bmatrix}$                                                                            |
| $4*u$ ↵                                                                                           | [> 4*u;<br>$\begin{bmatrix} -12 \\ 16 \end{bmatrix}$                                                                          |
| $u.v$ ;↵<br>หมายเหตุ สัญลักษณ์ (.) แทนการ dot ของเวกเตอร์                                         | [> u.v;<br>5                                                                                                                  |
| $norm(u,2)$ ↵                                                                                     | [> norm(u, 2);<br>5                                                                                                           |

### 2.6 การกำหนดข้อมูล ตัวอย่างข้อมูลเช่น $x = 2, 3, 5, 7, 8, 15$

| พิมพ์         | ผลบนจอภาพ       |
|---------------|-----------------|
| with(stats);↵ | [> with(stats): |

|                                               |                                                                                          |
|-----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                               | หมายเหตุ with(stats) เป็นคำสั่งเรียกโปรแกรมคำนวณเกี่ยวกับสถิติของ Maple มาใช้งาน         |
| <code>x:=[2,3,5,7,8,15];←</code>              | <pre>[&gt; x:=[2,3,5,7,8,15];       x =[2, 3, 5, 7, 8, 15]</pre>                         |
| <code>x[2];←</code>                           | <pre>[&gt; x[2];       3</pre> หมายเหตุ ข้อมูลตัวที่ i แทนด้วย x[i]                      |
| <code>describe[range](x);←</code>             | <pre>[&gt; describe[range](x);       2..15</pre> คำสั่งแสดงค่า ต่ำสุด .. สูงสุดของข้อมูล |
| <code>describe[mean](x);←</code>              | <pre>[&gt; describe[mean](x);       20       3</pre>                                     |
| <code>describe[median](x);←</code>            | <pre>[&gt; describe[median](x);       6</pre>                                            |
| <code>describe[variance](x);←</code>          | <pre>[&gt; describe[variance](x);       164       9</pre>                                |
| <code>describe[standarddeviation](x);←</code> | <pre>[&gt; describe[standarddeviation](x);       2√41       3</pre>                      |

ใน Maple มีฟังก์ชันที่ช่วยคำนวณค่าทางด้านสถิติของข้อมูลดังนี้

`describe[mean](x)` = ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล                      `describe[median](x)` = มัธยฐานของข้อมูล

`describe[variance](x)` = ความแปรปรวนของข้อมูล(ประชากร)

`describe[standarddeviation](x)` = ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล(ประชากร)

`describe[range](x)` = แสดงค่า ต่ำสุด ... สูงสุด ของข้อมูล

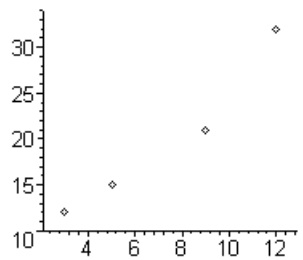
### 2.7 การกำหนดข้อมูล 2 ตัวแปรและการเขียนแผนภาพการกระจาย

ตัวอย่างข้อมูล

| x  | y  |
|----|----|
| 3  | 12 |
| 5  | 15 |
| 9  | 21 |
| 12 | 32 |

| พิมพ์                           | ผลบนจอภาพ                                                    |
|---------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| <code>with(stats):←</code>      | <pre>[&gt; with(stats):</pre>                                |
| <code>x:=[3,5,9,12];←</code>    | <pre>[&gt; x:=[3,5,9,12];       x =[3, 5, 9, 12]</pre>       |
| <code>y:=[12,15,21,32];←</code> | <pre>[&gt; y:=[12,15,21,32];       y =[12, 15, 21, 32]</pre> |



|                               |                                                                                                                                 |
|-------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| statplots[scatterplot](x,y);↵ | <pre>&gt; statplots[scatterplot](x,y);</pre>  |
|-------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

2.8 การคำนวณค่าเกี่ยวกับผลบวกในรูปแบบ  $\sum$  ตัวอย่างเช่น การหาค่าของ  $\sum_{i=1}^{10} i$ ,  $\sum_{i=1}^{10} i^2$ ,  $\sum_{i=1}^n i$

| พิมพ์                                                                                                                                                                                                                                                                                  | ผลบนจอภาพ                                                                                                                                 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| add(i,i=1..10);↵                                                                                                                                                                                                                                                                       | <pre>&gt; add(i,i=1..10);</pre> <p style="text-align: center; color: blue;">55</p>                                                        |
| <p>คำสั่ง add(<math>x_i, i=a..b</math>) เป็นการหาผลบวก <math>\sum_{i=a}^b x_i</math></p> <p>sum(<math>x_i, i=a..b</math>) เป็นการหาผลบวก <math>\sum_{i=a}^b x_i</math> ได้เป็นผลการคำนวณ หรือ เป็นสูตร</p> <p>Sum(<math>x_i, i=a..b</math>) เป็นคำสั่งแสดงผลในรูปแบบสัญลักษณ์ผลบวก</p> |                                                                                                                                           |
| add(i^2,i=1..10);↵                                                                                                                                                                                                                                                                     | <pre>&gt; add(i^2,i=1..10);</pre> <p style="text-align: center; color: blue;">385</p>                                                     |
| sum(i,i=1..10);↵                                                                                                                                                                                                                                                                       | <pre>&gt; sum(i,i=1..10);</pre> <p style="text-align: center; color: blue;">55</p>                                                        |
| sum(i,i=1..n);↵                                                                                                                                                                                                                                                                        | <pre>&gt; sum(i,i=1..n);</pre> <p style="text-align: center; color: blue;"><math>\frac{(n+1)^2}{2} - \frac{n}{2} - \frac{1}{2}</math></p> |
| Sum(i,i=1..n);↵                                                                                                                                                                                                                                                                        | <pre>&gt; Sum(i,i=1..n);</pre> <p style="text-align: center; color: blue;"><math>\sum_{i=1}^n i</math></p>                                |

2.9 การคำนวณค่าปริพันธ์จำกัดเขตและปริพันธ์ไม่จำกัดเขต และปริพันธ์ 2 ตัวแปร

ตัวอย่างเช่น การหาค่าของ  $\int_0^1 x^2 dx$ ,  $\int_t^{t^2} x^2 dx$ ,  $\iint (yx^2) dx dx$  และ  $\int_{10}^{23} \int (yx^2) dx dy$

| พิมพ์             | ผลบนจอภาพ                                                                                                 |
|-------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| int(x^2,x=0..1);↵ | <pre>&gt; int(x^2,x=0..1);</pre> <p style="text-align: center; color: blue;"><math>\frac{1}{3}</math></p> |

|                                              |                                                                           |
|----------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| <code>int(x^2,x=t..t^2);←</code>             | <code>&gt; int(x^2,x=t..t^2);</code><br>$\frac{1}{3}t^6 - \frac{1}{3}t^3$ |
| <code>int(int(y*x^2,x),y);←</code>           | <code>&gt; int(int(y*x^2,x),y);</code><br>$\frac{y^2 x^3}{6}$             |
| <code>int(int(y*x^2,x=0..3),y=1..2);←</code> | <code>&gt; int(int(y*x^2,x=0..3),y=1..2);</code><br>$\frac{27}{2}$        |

2.10 การคำนวณค่าอนุพันธ์ อนุพันธ์รวม และ อนุพันธ์ย่อย

ตัวอย่าง การคำนวณ  $\frac{d}{dx}x^4$ ,  $\frac{d^2}{dx^2}x^4$  และ  $\frac{\partial^2}{\partial y \partial x}(y^2x^4)$

| พิมพ์                                                                                                                                                                                                                                             | ผลบนจอภาพ                                                                                  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| <code>Diff(x^4,x);←</code>                                                                                                                                                                                                                        | <code>&gt; Diff(x^4,x);</code><br>$\frac{d}{dx}(x^4)$                                      |
| <code>diff(x^4,x);←</code>                                                                                                                                                                                                                        | <code>&gt; diff(x^4,x);</code><br>$4x^3$                                                   |
| คำสั่ง Diff(f(x), x) คำสั่งแสดงรูปแบบอนุพันธ์ หรืออนุพันธ์ย่อย<br>diff(f(x), x) คำสั่งคำนวณค่าอนุพันธ์และอนุพันธ์ย่อย และแสดงผลเป็นสูตร<br>D(f) คำสั่งคำนวณอนุพันธ์ หรือ อนุพันธ์รวม และแสดงผลเป็นสูตร<br>D(f)(a) คำสั่งคำนวณค่าอนุพันธ์ที่ x = a |                                                                                            |
| <code>Diff(y^2*x^4,x,y);←</code>                                                                                                                                                                                                                  | <code>&gt; Diff(y^2*x^4,x,y);</code><br>$\frac{\partial^2}{\partial y \partial x}(y^2x^4)$ |
| <code>diff(y^2*x^4,x,y);←</code>                                                                                                                                                                                                                  | <code>&gt; diff(y^2*x^4,x,y);</code><br>$8yx^3$                                            |
| <code>f:=x-&gt;x^4;←</code>                                                                                                                                                                                                                       | <code>&gt; f:=x-&gt;x^4;</code><br>$f:=x \rightarrow x^4$                                  |
| <code>D(f);←</code>                                                                                                                                                                                                                               | <code>&gt; D(f);</code><br>$x \rightarrow 4x^3$                                            |
| <code>D(f)(-2);←</code>                                                                                                                                                                                                                           | <code>&gt; D(f)(-2);</code><br>$-32$                                                       |
| <code>D(D(f));←</code>                                                                                                                                                                                                                            | <code>&gt; D(D(f));</code><br>$x \rightarrow 12x^2$                                        |

|                          |                                                                                                               |
|--------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $D(D(f))(2); \downarrow$ | <pre>[&gt; D(D(f))(2);                                      48</pre>                                          |
| $D(y^2*x^2); \downarrow$ | <pre>[&gt; D(y^2*x^4);       2 D(y) y x^4 + 4 y^2 D(x) x^3 ความหมายคือ d(y^2*x^4) = 2yx^4dy + 4y^2x^3dx</pre> |

2.11 การกำหนดหน่วยให้กับผลการคำนวณ

| พิมพ์                                                                                           | ผลบนจอภาพ                                                                                        |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\sin(30.0); \downarrow$                                                                        | <pre>[&gt; sin(30.0);       -0.9880316241 หมายเหตุ ขณะนี้คอมพิวเตอร์จะคิดเป็นหน่วย เรเดียน</pre> |
| $\text{degrees:=evalf(Pi/180.); \downarrow}$<br>หมายเหตุ เป็นการกำหนดหน่วย<br>degrees ไว้ใช้งาน | <pre>[&gt; degrees:=evalf(Pi/180.);       degrees = 0.01745329252</pre>                          |
| $\sin(30*\text{degrees}); \downarrow$                                                           | <pre>[&gt; sin(30*degrees);       0.5000000000</pre>                                             |
| $\arctan(1.); \downarrow$                                                                       | <pre>[&gt; arctan(1.);       0.7853981634 ผลการคำนวณที่ได้มีหน่วยเป็น เรเดียน</pre>              |
| $\arctan(1.)*(1/\text{degrees}); \downarrow$                                                    | <pre>[&gt; arctan(1.)*(1/degrees);       45.00000000 ผลการคำนวณที่ได้มีหน่วยเป็น องศา</pre>      |

2.12 การคำนวณในรูปแบบของเลขฐานอื่น ๆ

| พิมพ์                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | ผลบนจอภาพ                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| $\text{convert}(18,\text{hex}); \downarrow$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <pre>[&gt; convert(18,hex);       12</pre>   |
| $\text{convert}(18,\text{octal}); \downarrow$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <pre>[&gt; convert(18,octal);       22</pre> |
| <p>คำสั่ง <math>\text{convert}(n, \text{hex})</math> เปลี่ยนเลข <math>n_{10}</math> เป็นเลขฐาน 16<br/> <math>\text{convert}(n, \text{binary})</math> เปลี่ยนเลข <math>n_{10}</math> เป็นเลขฐาน 2<br/> <math>\text{convert}(n, \text{base}, k)</math> เปลี่ยนเลข <math>n_{10}</math> เป็นเลขฐาน <math>k</math> (แสดงค่าในแต่ละหลักสลับกับแบบแรก)<br/> <math>\text{convert}(\text{"xxxx"}, \text{decimal}, \text{hex})</math> เปลี่ยนเลขฐาน 16 เป็นเลขฐาน 10<br/> <math>\text{convert}(\text{"xxxx"}, \text{decimal}, \text{octal})</math> เปลี่ยนเลขฐาน 8 เป็นเลขฐาน 10<br/> <math>\text{convert}(\text{"xxxx"}, \text{decimal}, \text{binary})</math> เปลี่ยนเลขฐาน 2 เป็นเลขฐาน 10<br/> <math>\text{convert}(\text{"xxxx"}, \text{decimal}, k)</math> เปลี่ยนเลขฐาน <math>k</math> เป็นเลขฐาน 10</p> |                                              |

|                                   |                                                  |
|-----------------------------------|--------------------------------------------------|
| convert(18,binary);↵              | [> <b>convert(18,binary);</b><br>10010           |
| convert(18,base,2);↵              | [> <b>convert(18,base,2);</b><br>[0, 1, 0, 0, 1] |
| convert("12",decimal,hex);↵       | [> <b>convert("12",decimal,hex);</b><br>18       |
| convert("10010",decimal,2);↵      | [> <b>convert("10010",decimal,2);</b><br>18      |
| convert("10010",decimal,binary);↵ | [> <b>convert("10010",decimal,binary);</b><br>18 |
| convert("22",decimal,octal);↵     | [> <b>convert("22",decimal,octal);</b><br>18     |

2.13 การหาผลบวกในรูปแบบ  $\sum_{i=1}^n x_i$

ตัวอย่าง การหาค่าของ  $\sum_{i=1}^4 x_i$ ,  $\sum_{i=1}^4 y_i$ ,  $\sum_{i=1}^4 x_i^2$ ,  $\sum_{i=1}^4 y_i^2$ ,  $\sum_{i=1}^4 x_i y_i$  จากข้อมูล

|   |    |
|---|----|
| x | y  |
| 2 | 12 |
| 3 | 15 |
| 6 | 14 |
| 9 | 19 |

| พิมพ์                   | ผลบนจอภาพ                                         |
|-------------------------|---------------------------------------------------|
| x:=[2,3,6,9];↵          | [> <b>x:=[2,3,6,9];</b><br>x=[2, 3, 6, 9]         |
| y:=[12,15,14,19];↵      | [> <b>y:=[12,15,14,19];</b><br>y=[12, 15, 14, 19] |
| sum(x[i],i=1..4);↵      | [> <b>sum(x[i],i=1..4);</b><br>20                 |
| sum(y[i],i=1..4);↵      | [> <b>sum(y[i],i=1..4);</b><br>60                 |
| sum(x[i]^2,i=1..4);↵    | [> <b>sum(x[i]^2,i=1..4);</b><br>130              |
| sum(y[i]^2,i=1..4);↵    | [> <b>sum(y[i]^2,i=1..4);</b><br>926              |
| sum(x[i]*y[i],i=1..4);↵ | [> <b>sum(x[i]*y[i],i=1..4);</b><br>324           |

2.14 การสร้างตารางฟังก์ชัน

การคำนวณค่า  $f(x) = 2x^2 + 4$ ,  $x = 2, 3, 5$  ในรูปแบบตาราง

| พิมพ์        | ผลบนจอภาพ                            |
|--------------|--------------------------------------|
| x:=[2,3,5];↵ | [> <b>x:=[2,3,5];</b><br>x=[2, 3, 5] |

|                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $f:=x \rightarrow 2*x^2+4;$                                                                                                                                                                                       | <pre>&gt; f:=x-&gt;2*x^2+4;       f:=x → 2x<sup>2</sup>+4</pre>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <p><b>พิมพ์</b></p> <pre>for i from 1 to 3 do; printf(“%10.1f %20.2f”,x[i],f(x[i])); od;</pre>                                                                                                                    | <p>บรรทัดแรกของโปรแกรม เริ่มคำสั่ง for<br/>บรรทัดที่ 2 ของโปรแกรม<br/>บรรทัดที่ 3 ของโปรแกรม จบคำสั่ง for</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <p><b>ผลบนจอภาพ</b></p> <pre>&gt; for i from 1 to 3 do; &gt; printf(“%10.1f %20.2f \n”,x[i],f(x[i])); &gt; od;       2.0                12.00       3.0                22.00       5.0                54.00</pre> | <p><b>คำอธิบายเพิ่มเติม</b></p> <p>for i from a to b do<br/>    ชุดคำสั่ง<br/>od</p> <p>เป็นชุดคำสั่งของการทำงานเป็นลูป โดยตัวแปร i เปลี่ยนค่าจาก a ถึง b<br/>printf คือคำสั่งพิมพ์ โดยมีรูปแบบกำหนดการพิมพ์ตัวเลขเช่น<br/>รูปแบบ %10.1f หมายถึงเตรียมช่องว่าง 10 ที่แล้วพิมพ์เลขทศนิยม 1 ตำแหน่ง<br/>    %n.kf หมายถึงเตรียมช่องว่าง n ที่แล้วพิมพ์เลขทศนิยม k ตำแหน่ง<br/>    \n เป็นคำสั่งขึ้นบรรทัดใหม่ก่อนพิมพ์</p> |

**2.15 การคำนวณค่าเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน**

ตัวอย่าง  $z = 3 + 4i$ ,  $w = 5 - 9i$  การหาค่า  $z + w$ ,  $zw$ ,  $|z|$ , อาร์กิวเมนต์ของ  $z$ ,  $\text{Re}(z)$ ,  $\text{Im}(z)$  และ  $\bar{z}$

| พิมพ์                                                              | ผลบนจอภาพ                               |
|--------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| $z:=3+4*I;$<br>หมายเหตุ $I = \sqrt{-1}$                            | <pre>&gt; z:=3+4*I;       z:=3+4I</pre> |
| $w:=5-9*I;$                                                        | <pre>&gt; w:=5-9*I;       w:=5-9I</pre> |
| $z+w;$                                                             | <pre>&gt; z+w;       8-5I</pre>         |
| $4*z;$                                                             | <pre>&gt; 4*z;       12+16I</pre>       |
| $z.w;$<br>หมายเหตุ . แทนการคูณของ<br>จำนวนเชิงซ้อนกับจำนวนเชิงซ้อน | <pre>&gt; z.w;       51-7I</pre>        |

|                |                                            |
|----------------|--------------------------------------------|
| abs(z);↵       | [> abs(z);<br>5                            |
| conjugate(z);↵ | [> conjugate(z);<br>3-4I                   |
| argument(z);↵  | [> argument(z);<br>arctan( $\frac{4}{3}$ ) |
| Re(z);↵        | [> Re(z);<br>3                             |
| Im(z);↵        | [> Im(z);<br>4                             |

2.16 การหารากของสมการ  $f(x) = 0$

ตัวอย่าง การหารากของสมการ  $x^2 - 2 = 0$

| พิมพ์              | ผลบนจอภาพ                               |
|--------------------|-----------------------------------------|
| solve({x^2-2=0});↵ | [> solve({x^2-2=0});<br>(x=√2), (x=-√2) |

2.17 การหาผลเฉลยของระบบสมการ

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการ  $2x + 3y = 8$   
 $x + y = 3$

| พิมพ์                      | ผลบนจอภาพ                                 |
|----------------------------|-------------------------------------------|
| solve({2*x+3*y=8,x+y=3});↵ | [> solve({2*x+3*y=8,x+y=3});<br>(y=2,x=1) |

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการ  $x^2 + y^2 = 25$   
 $3x - 4y = 0$

| พิมพ์                               | ผลบนจอภาพ                                                   |
|-------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| solve({x^2+y^2=25,<br>3*x-4*y=0});↵ | [> solve({x^2+y^2=25,3*x-4*y=0});<br>(y=3,x=4), (y=-3,x=-4) |

2.18 การคำนวณค่า  ${}^n C_r$  และ  $nPr$   ${}^n P_r$

$${}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

| พิมพ์                          | ผลบนจอภาพ                                                                           |
|--------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| nCr:=(n,r)->n!/((r!)*(n-r!));↵ | [> nCr:=(n,r)->n!/((r!)*(n-r!));<br>$nCr := (n, r) \rightarrow \frac{n!}{r!(n-r)!}$ |

|                        |                                 |
|------------------------|---------------------------------|
| $nCr(5,2); \leftarrow$ | <pre>&gt; nCr(5,2);</pre><br>10 |
|------------------------|---------------------------------|

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

|                                                |                                                                                              |
|------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| $nPr:=(n,r) \rightarrow n!/(n-r)!; \leftarrow$ | <pre>&gt; nPr:=(n,r) -&gt; n!/(n-r)!;</pre><br>$nPr := (n, r) \rightarrow \frac{n!}{(n-r)!}$ |
|------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|

|                        |                                 |
|------------------------|---------------------------------|
| $nPr(5,2); \leftarrow$ | <pre>&gt; nPr(5,2);</pre><br>20 |
|------------------------|---------------------------------|

### 2.19 การคำนวณที่ให้ผลลัพธ์เป็นสูตร

โปรแกรม Maple สามารถคำนวณและแสดงผลออกมาในรูปแบบของสูตรได้เช่น

การกระจายพหุนาม  $(x - 1)(x + 2)$  กระจายได้เป็น  $x^2 + x - 2$

การแยกตัวประกอบ  $x^4 - 2x^2 - 3x - 2$  แยกตัวประกอบได้เป็น  $(x - 2)(x + 1)(x^2 + x + 1)$

การหาอนุพันธ์เป็นสูตร  $\frac{d}{dx} x^2$  ผลการหาอนุพันธ์คือ  $2x$

การหาอนุพันธ์อันดับสูง  $\frac{d^3}{dx^3} x^4$  ผลการหาอนุพันธ์คือ  $24x$

การหาปริพันธ์เป็นสูตร  $\int (4x + 7)dx$  ผลการคำนวณเป็นสูตรคือ  $2x^2 + 7x$

การหาค่าลิมิต  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 2x + 4)$  หาค่าลิมิตได้เป็น 7

ตัวอย่าง การกระจายสูตรพหุนาม  $(x - 1)(x + 2)$

| พิมพ์                             | ผลบนจอภาพ                                              |
|-----------------------------------|--------------------------------------------------------|
| $expand((x-1)*(x-2)); \leftarrow$ | <pre>&gt; expand((x-1)*(x-2));</pre><br>$x^2 - 3x + 2$ |

ตัวอย่าง การแยกตัวประกอบ  $x^4 - 2x^2 - 3x - 2$

| พิมพ์                                 | ผลบนจอภาพ                                                                 |
|---------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| $factor(x^4-2*x^2-3*x-2); \leftarrow$ | <pre>&gt; factor(x^4-2*x^2-3*x-2);</pre><br>$(x - 2)(x + 1)(x^2 + x + 1)$ |

ตัวอย่าง การหาอนุพันธ์เป็นสูตร  $\frac{d}{dx} x^2$

|                           |                                      |
|---------------------------|--------------------------------------|
| $diff(x^2,x); \leftarrow$ | <pre>&gt; diff(x^2,x);</pre><br>$2x$ |
|---------------------------|--------------------------------------|

ตัวอย่าง การหาอนุพันธ์อันดับสูง  $\frac{d^3}{dx^3} x^4$

|                               |                                           |
|-------------------------------|-------------------------------------------|
| $diff(x^4,x,x,x); \leftarrow$ | <pre>&gt; diff(x^4,x,x,x);</pre><br>$24x$ |
|-------------------------------|-------------------------------------------|

ตัวอย่าง การหาปริพันธ์เป็นสูตร  $\int (4x + 7)dx$

| พิมพ์                       | ผลบนจอภาพ                                                        |
|-----------------------------|------------------------------------------------------------------|
| <code>int(4*x+7,x);↵</code> | <pre>[&gt; int(4*x+7,x);                 2x<sup>2</sup>+7x</pre> |

ตัวอย่าง การหาค่าลิมิต  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 2x + 4)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x}$  และ  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x}$

| พิมพ์                                    | ผลบนจอภาพ                                                     |
|------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| <code>limit(x^2+2*x+4,x=1);↵</code>      | <pre>[&gt; limit(x^2+2*x+4,x=1);                 7</pre>      |
| <code>limit(abs(x)/x,x=0,left);↵</code>  | <pre>[&gt; limit(abs(x)/x,x=0,left);                 -1</pre> |
| <code>limit(abs(x)/x,x=0,right);↵</code> | <pre>[&gt; limit(abs(x)/x,x=0,right);                 1</pre> |

## 2.20 การคำนวณคณิตศาสตร์ขั้นสูง

2.20.1 การหาผลการแปลงลาปลาซ เช่นผลการแปลงลาปลาซของ  $f(t) = \sin t$

| พิมพ์                              | ผลบนจอภาพ                                                                                                             |
|------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <code>with(inttrans):↵</code>      | <pre>[&gt; with(inttrans): หมายเหตุ with(inttrans) เป็นคำสั่งเรียกโปรแกรม คำนวณเกี่ยวกับผลการแปลงลาปลาซมาใช้งาน</pre> |
| <code>laplace(sin(t),t,s);↵</code> | <pre>[&gt; laplace(sin(t),t,s);                 1                 ---                 s<sup>2</sup>+1</pre>           |

2.20.2 การหาผลการแปลงลาปลาซผกผัน เช่นผลการแปลงลาปลาซผกผันของ  $F(s) = \frac{1}{s^2+1}$

| พิมพ์                                    | ผลบนจอภาพ                                                          |
|------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| <code>with(inttrans):↵</code>            | <pre>[&gt; with(inttrans):</pre>                                   |
| <code>invlaplace(1/(s^2+1),s,t);↵</code> | <pre>[&gt; invlaplace(1/(s^2+1),s,t);                 sin(t)</pre> |

2.20.3 การหาสูตรเทย์เลอร์ของฟังก์ชัน เช่นการหาสูตรเทย์เลอร์ของ  $\sin x$

| พิมพ์                             | ผลบนจอภาพ                                                                                    |
|-----------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| <code>taylor(sin(x),x,5);↵</code> | <pre>[&gt; taylor(sin(x),x,5);                 x - 1/6x<sup>3</sup> + O(x<sup>5</sup>)</pre> |



|                      |                                                                                                    |
|----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| series(sin(x),x,5);↵ | [> series(sin(x), x, 5);<br>$x - \frac{1}{6}x^3 + O(x^5)$ ]                                        |
| taylor(sin(x),x,8);↵ | [> taylor(sin(x), x, 8);<br>$x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 - \frac{1}{5040}x^7 + O(x^8)$ ] |

2.20.4 การแยกเศษส่วนย่อยด้วยโปรแกรม Maple

$\frac{x^3}{x^2 - x - 2}$  สามารถแยกเป็นผลบวกย่อย  $x + 1 + \frac{8}{3(x-2)} + \frac{1}{3(x+1)}$  ด้วยคำสั่ง convert

|           |                                                                                           |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| พิมพ์     | convert(x^3/(x^2-x-2),parfrac,x);↵                                                        |
| ผลบนจอภาพ | [> convert(x^3/(x^2-x-2), parfrac, x);<br>$x + 1 + \frac{8}{3(x-2)} + \frac{1}{3(x+1)}$ ] |

การกระจาย  $x + 1 + \frac{8}{3(x-2)} + \frac{1}{3(x+1)}$  เป็น  $\frac{x^3}{(x+1)(x-2)}$  ได้ด้วยคำสั่ง factor

|           |                                                                       |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------|
| พิมพ์     | factor(x+1+8/(3*(x-2))+1/(3*(x+1)));↵                                 |
| ผลบนจอภาพ | [> factor(x+1+8/(3*(x-2))+1/(3*(x+1)));<br>$\frac{x^3}{(x+1)(x-2)}$ ] |

2.20.5 การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของสมการ  $\frac{dy}{dx} - 4y = 0$

|           |                                                                |
|-----------|----------------------------------------------------------------|
| พิมพ์     | dsolve(diff(y(x),x)-4*y(x)=0);↵                                |
| ผลบนจอภาพ | [> dsolve(diff(y(x), x)-4*y(x)=0);<br>$y(x) = \_C1 e^{(4x)}$ ] |

หมายเหตุ คำสั่ง dsolve(สมการ), dsolve([สมการ 1, สมการ 2, ...]), dsolve({สมการ 1, สมการ 2, ...}) เป็นคำสั่งช่วยในการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์และผลเฉลยของระบบสมการเชิงอนุพันธ์

โดยมี  $\text{diff}(y[x], x) = \frac{dy}{dt}$ ,  $\text{diff}(y[x], x, x) = \frac{d^2y}{dx^2}$  และ  $\text{diff}(y[x], x\$k)$  หมายถึงอนุพันธ์  $\frac{d^k y}{dx^k}$

การคำนวณแบบที่ 2. คือ

|                                  |
|----------------------------------|
| [> equ1:=diff(y(x), x)-4*y(x)=0; |
| [> dsolve(equ1);                 |
| $y(x) = \_C1 e^{(4x)}$           |

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์  $\frac{dy}{dx} - 4y = 4$

|           |                                                                                         |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| พิมพ์     | <code>dsolve(diff(y(x),x)-4*y(x) = 4);</code>                                           |
| ผลบนจอภาพ | <pre>[&gt; dsolve(diff(y(x),x)-4*y(x)=4);       y(x) = -1 + e<sup>(4 x)</sup> _C1</pre> |

แบบที่ 2. 

```
[> equ1:=diff(y(x),x)-4*y(x)=4:
> dsolve(equ1);
 y(x) = -1 + _C1 e(4 x)
```

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์  $\frac{dy}{dx} - 4y = 4$  และ  $y(0) = 1$

|           |                                                                                                |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| พิมพ์     | <code>dsolve([diff(y(x),x)-4*y(x))=4,y(0)=1]);</code>                                          |
| ผลบนจอภาพ | <pre>[&gt; dsolve([diff(y(x),x)-4*y(x)=4,y(0)=1]);       y(x) = -1 + 2 e<sup>(4 x)</sup></pre> |

แบบที่ 2. 

```
[> equ1:=diff(y(x),x)-4*y(x)=4:
> equ2:=y(0)=1:
> dsolve({equ1,equ2});
 y(x) = -1 + 2 e(4 x)
```

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์  $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0$

|           |                                                                                            |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| พิมพ์     | <code>dsolve(diff(y(x),x,x)+4*y(x)=0);</code>                                              |
| ผลบนจอภาพ | <pre>[&gt; dsolve(diff(y(x),x,x)+4*y(x)=0);       y(x) = _C1 sin(2 x) + _C2 cos(2 x)</pre> |

แบบที่ 2. 

```
[> equ1:=diff(y(x),x,x)+4*y(x)=0:
> dsolve(equ1);
 y(x) = _C1 sin(2 x) + _C2 cos(2 x)
```

### 2.20.6 การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงอนุพันธ์

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงอนุพันธ์  $\frac{dy}{dt} - x + y = 0$   
 $\frac{dx}{dt} + x - 4y = 0$

พิมพ์ `dsolve([diff(y(t),t)-x(t)+y(t)=0,diff(x(t),t)-x(t)+y(t)=0]);`

ผลบนจอภาพ

```
[> dsolve([diff(y(t),t)-x(t)+y(t)=0,diff(x(t),t)+x(t)-4*y(t)=0)];
```

$$(y(t) = \_C1 e^{(-3t)} + \_C2 e^t, x(t) = -2\_C1 e^{(-3t)} + 2\_C2 e^t)$$

แบบที่ 2.

```
[> equ1:=diff(y(t),t)-x(t)+y(t)=0:
[> equ2:=diff(x(t),t)+x(t)-4*y(t)=0:
[> dsolve({equ1,equ2});
```

$$(x(t) = -2\_C1 e^{(-3t)} + 2\_C2 e^t, y(t) = \_C1 e^{(-3t)} + \_C2 e^t)$$

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงอนุพันธ์  $\frac{dy}{dt} - x + y = t$   
 $\frac{dx}{dt} + x - 4y = 2$

พิมพ์ dsolve({diff(y(t),t)-x(t)+y(t)=t,diff(x(t),t)+x(t)-4\*y(t)=2});↵

ผลบนจอภาพ

```
[> dsolve({diff(y(t),t)-x(t)+y(t)=t,diff(x(t),t)+x(t)-4*y(t)=2,
x(0)=2,y(0)=3});
```

$$(x(t) = 6 e^t - \frac{22}{9} e^{(-3t)} - \frac{14}{9} - \frac{4t}{3}, y(t) = 3 e^t + \frac{11}{9} e^{(-3t)} - \frac{11}{9} - \frac{t}{3})$$

แบบที่ 2.

```
[> equ1:=diff(y(t),t)-x(t)+y(t)=t:
[> equ2:=diff(x(t),t)+x(t)-4*y(t)=2:
[> dsolve({equ1,equ2});
```

$$(x(t) = 2\_C2 e^t - 2\_C1 e^{(-3t)} - \frac{14}{9} - \frac{4t}{3}, y(t) = \_C2 e^t + \_C1 e^{(-3t)} - \frac{11}{9} - \frac{t}{3})$$

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงอนุพันธ์  $\frac{dy}{dt} - x + y = t$   
 $\frac{dx}{dt} + x - 4y = 2, \quad x(0) = 2$  และ  $y(0) = 3$

พิมพ์ dsolve({diff(y(t),t)-x(t)+y(t)=t,diff(x(t),t)+x(t)-4\*y(t)=2,x(0)=2,y(0)=3});↵

ผลบนจอภาพ

```
[> dsolve({diff(y(t),t)-x(t)+y(t)=t,diff(x(t),t)+x(t)-4*y(t)=2,
x(0)=2,y(0)=3});
```

$$(x(t) = 6 e^t - \frac{22}{9} e^{(-3t)} - \frac{14}{9} - \frac{4t}{3}, y(t) = 3 e^t + \frac{11}{9} e^{(-3t)} - \frac{11}{9} - \frac{t}{3})$$

แบบที่ 2.

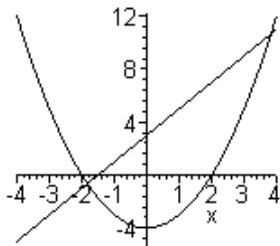
```
[> equ1:=diff(y(t),t)-x(t)+y(t)=t:
[> equ2:=diff(x(t),t)+x(t)-4*y(t)=2:
[> equ3:=x(0)=2:
[> equ4:=y(0)=3:
[> dsolve({equ1,equ2});
```

$$(x(t) = 2\_C2 e^t - 2\_C1 e^{(-3t)} - \frac{14}{9} - \frac{4t}{3}, y(t) = \_C2 e^t + \_C1 e^{(-3t)} - \frac{11}{9} - \frac{t}{3})$$

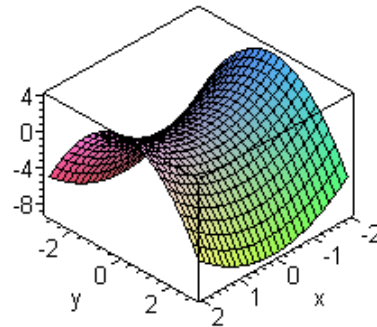
บทที่ 3.  
การเขียนกราฟด้วย Maple

โปรแกรม Maple สามารถเขียนกราฟได้หลายรูปแบบ เช่น กราฟในระบบพิกัดมุมฉาก 2 มิติ และ 3 มิติ กราฟพิกัดเชิงขั้ว กราฟพื้นผิว ในบทนี้จะเน้นทำงานเกี่ยวกับเขียนกราฟรูปแบบต่างๆ เพื่อให้ได้รูปของกราฟที่มีความสวยงาม และถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์

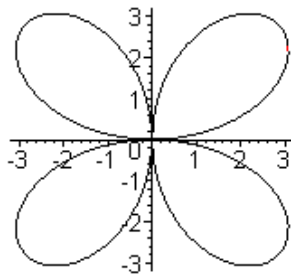
ตัวอย่างของกราฟบางรูปแบบที่โปรแกรมสำเร็จรูป Maple ทำได้เช่น



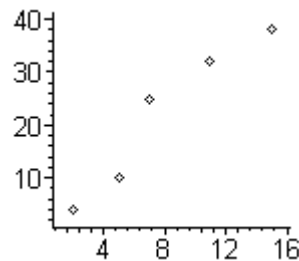
กราฟในพิกัดมุมฉาก 2 มิติ  
 $y = 2x + 3, y = x^2 - 4$



กราฟพื้นผิว 3 มิติ  $z = x^2 - y^2$



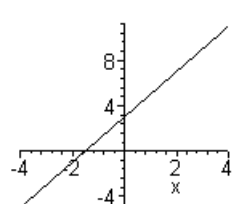
กราฟในพิกัดเชิงขั้ว  $r = 4\sin 2t$



กราฟแผนภาพการกระจายของข้อมูล

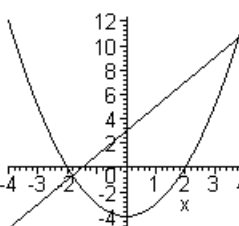
3.1 การเขียนกราฟในระบบพิกัดมุมฉาก 2 มิติ

ตัวอย่าง การเขียนกราฟของ  $y = 2x + 3$  บนช่วง  $[-4, 4]$  โดยใช้คำสั่ง plot

| พิมพ์                             | ผลบนจอภาพ                                                                                                               |
|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <code>plot(2*x+3,x=-4..4);</code> | <pre>&gt; plot(2*x+3,x=-4..4);</pre>  |

หมายเหตุ `plot(f(x), x = a .. b)` เป็นคำสั่งเขียนกราฟ  $y = f(x)$  บนช่วง  $[a, b]$

ตัวอย่าง การเขียนกราฟของ  $y = 2x + 3$  และ  $y = x^2 - 4$  บนช่วง  $[-4, 4]$

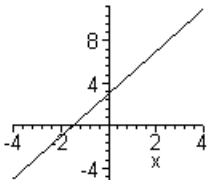
| พิมพ์                                      | ผลบนจอภาพ                                                                                                                         |
|--------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <code>plot({2*x+3,x^2-4}, x=-4..4);</code> | <pre>&gt; plot({2*x+3,x^2-4}, x=-4..4);</pre>  |

หมายเหตุ `plot({f(x), g(x)}, x = a .. b)` เป็นคำสั่งเขียนกราฟ  $y = f(x)$  และ  $y = g(x)$  บนช่วง  $[a, b]$   
 การเขียนกราฟโดยกำหนดสูตรฟังก์ชันไว้ก่อนทำได้ดังนี้

```
> f:=x->2*x+3;
```

$$f = x \rightarrow 2x + 3$$

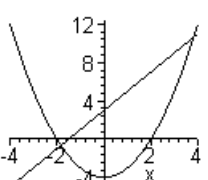
```
> plot(f(x), x=-4..4);
```



```
> g:=x->x^2-4;
```

$$g = x \rightarrow x^2 - 4$$

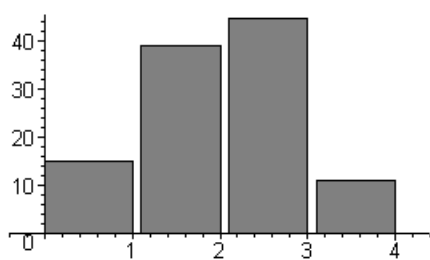
```
> plot({f(x), g(x)}, x=-4..4);
```



3.2 การเขียนกราฟแจกแจงความถี่ กราฟแท่ง

ตัวอย่างข้อมูลเช่น

| ช่วงคะแนน | ความถี่ |
|-----------|---------|
| 0 – 1.0   | 15      |
| 1.1 – 2.0 | 35      |
| 2.1 – 3.0 | 40      |
| 3.1 – 4.0 | 10      |

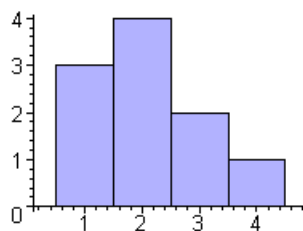
|           |                                                                                                                                                                                                                  |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| พิมพ์     | <code>with(stats):</code> ↵                                                                                                                                                                                      |
| ผลบนจอภาพ | <code>[&gt; with(stats):</code> (หมายเหตุ เรียกโปรแกรมทำงานทางด้านสถิติขึ้นมาใช้งาน)                                                                                                                             |
| พิมพ์     | <code>data:=Weight(0..1.0,15),Weight(1.1..2.0,35),<br/>Weight(2.1..3.0,40),Weight(3.1..4.0,10);</code> ↵                                                                                                         |
| ผลบนจอภาพ | <code>[&gt; data:=Weight(0..1.0,15),Weight(1.1..2.0,35),<br/>Weight(2.1..3.0,40),Weight(3.1..4.0,10)];<br/>data := [Weight(0..1.0,15), Weight(1.1..2.0,35),<br/>Weight(2.1..3.0,40), Weight(3.1..4.0,10)]</code> |
| พิมพ์     | <code>statplots[histogram](data);</code> ↵                                                                                                                                                                       |
| ผลบนจอภาพ | <code>[&gt; statplots[histogram](data);</code><br>                                                                             |

- หมายเหตุ `with(stats):` เป็นคำสั่งเรียกโปรแกรมทำงานทางด้านสถิติขึ้นมาใช้งาน  
`Weight(a .. b, f)` เป็นคำสั่งกำหนดความถี่ของช่วงคะแนน (a - b)  
`statplots[histogram](data)` เป็นคำสั่งเขียนกราฟแจกแจงความถี่ของข้อมูล  
 ตัวอย่างการเขียนกราฟ histogram ของข้อมูล 1, 4, 1, 1, 2, 2, 3, 2, 2 และ 3  
 (1) เรียก package stats (2) กำหนดข้อมูล (3) กำหนดช่วงคะแนนที่ใช้ในการแจกแจงความถี่  
 (4) ทำการแจกแจงความถี่ของข้อมูล data ด้วยช่วงคะแนน interval โดยใช้คำสั่ง transform (5) เขียนกราฟ

```

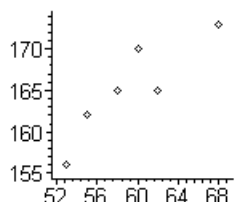
1 [> with(stats):
2 [> data:=[1,4,1,1,2,2,3,2,2,3]:
3 [> interval:=[0.5..1.5,1.5..2.5,2.5..3.5,3.5..4.5]:
4 [> data2:=transform[tallyinto](data,interval):
5 [> statplots[histogram](data2);

```

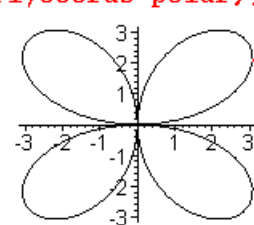


3.3 การเขียนกราฟของแผนภาพการกระจายของข้อมูล  
ตัวอย่างของข้อมูลเช่น

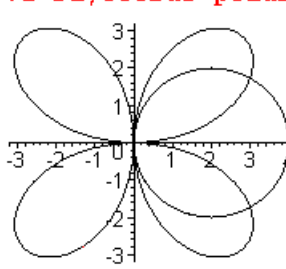
| x  | y   |
|----|-----|
| 53 | 156 |
| 58 | 165 |
| 55 | 162 |
| 60 | 170 |
| 62 | 165 |
| 68 | 173 |

| พิมพ์                                      | ผลบนจอภาพ                                                                                                                              |
|--------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <code>with(stats):</code>                  | <code>[&gt; with(stats):</code>                                                                                                        |
| <code>x:=[53,58,55,60,62,68];</code>       | <code>[&gt; x:=[53,58,55,60,62,68];</code><br><code>          x=[53,58,55,60,62,68]</code>                                             |
| <code>y:=[156,165,162,170,165,173];</code> | <code>[&gt; y:=[156,165,162,170,165,173];</code><br><code>          y=[156,165,162,170,165,173]</code>                                 |
| <code>statplots[scatterplot](x,y);</code>  | <code>[&gt; statplots[scatterplot](x,y);</code><br> |

3.4 การเขียนกราฟในระบบพิกัดเชิงขั้ว ตัวอย่าง การเขียนกราฟ  $r = 4\sin(2t)$

| พิมพ์                                                 | ผลบนจอภาพ                                                                                                                                           |
|-------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <code>plot(4*sin(2*t),t=0..2*Pi,coords=polar);</code> | <code>[&gt; plot(4*sin(2*t),t=0..2*Pi,coords=polar);</code><br> |

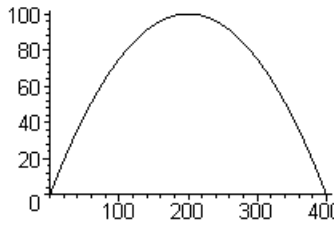
ตัวอย่าง การเขียนกราฟ โดยกำหนดสูตรฟังก์ชันก่อน และการเขียนกราฟ 2 เส้นบนสเกลเดียวกัน

|                                                                  |                                                                                      |
|------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <code>[&gt; f:=t-&gt;4*sin(2*t):</code>                          |                                                                                      |
| <code>[&gt; plot([f(t),4*cos(t)],t=0..2*Pi,coords=polar);</code> |  |

3.5 การเขียนกราฟของสมการพาราเมตริก

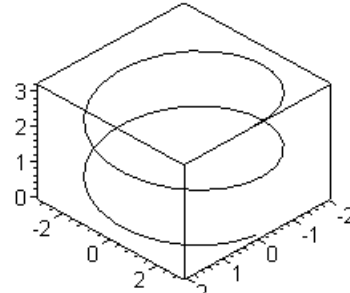
3.5.1 กราฟพาราเมตริก 2 มิติ ตัวอย่างเช่น การเขียนกราฟของเส้นโค้งที่มีสมการพาราเมตริก

$x(t) = 80t$  และ  $y(t) = -16t^2 + 80t$  บนช่วง  $0 < t < 5$

|                                                                                                                                     |                                                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| <b>พิมพ์</b>                                                                                                                        | <code>plot([80*t,-16*t^2+80*t,t=0..5]);</code> |
| <b>ผลบนจอภาพ</b>                                                                                                                    |                                                |
| <pre>&gt; plot([80*t,-16*t^2+80*t,t=0..5]);</pre>  |                                                |

3.5.2 กราฟพาราเมตริก 3 มิติ

ตัวอย่างเช่น กราฟของสมการพาราเมตริก  $x(t) = \cos t$ ,  $y(t) = \sin t$  และ  $z(t) = \frac{t}{4}$  บนช่วง  $0 < t < 2\pi$

|                                                                                                                                                                      |                                                                              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| <b>พิมพ์</b>                                                                                                                                                         | <b>ผลบนจอภาพ</b>                                                             |
| <code>with(plots):</code>                                                                                                                                            | <pre>[&gt; with(plots):</pre>                                                |
| <code>x:=t-&gt;2*sin(t);</code>                                                                                                                                      | <pre>&gt; x:=t-&gt;2*sin(t); x:=t-&gt;2 sin(t)</pre>                         |
| <code>y:=t-&gt;3*cos(t);</code>                                                                                                                                      | <pre>&gt; y:=t-&gt;3*cos(t); &gt; y:=t-&gt;3 cos(t)</pre>                    |
| <code>z:=t-&gt;t/4;</code>                                                                                                                                           | <pre>&gt; z:=t-&gt;t/4; z:=t-&gt;1/4 t</pre>                                 |
| <b>พิมพ์</b>                                                                                                                                                         | <code>spacecurve([x(t),y(t),z(t)],t=0..4*Pi,axes=BOXED,colour=black);</code> |
| <b>ผลบนจอภาพ</b>                                                                                                                                                     |                                                                              |
| <pre>&gt; spacecurve([x(t),y(t),z(t)],t=0..4*Pi, axes=BOXED,colour=black);</pre>  |                                                                              |



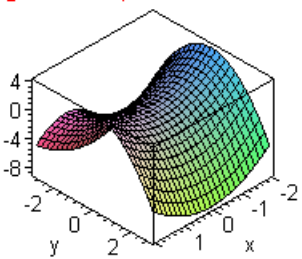
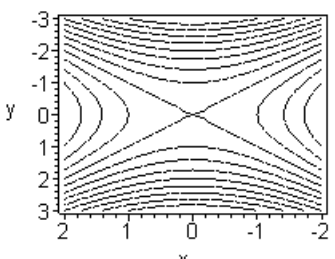
หมายเหตุ spacecurve เป็นคำสั่งเขียนกราฟใน 3 มิติ

colour = ... เป็นคำสั่งกำหนดสีของกราฟ

axes = BOXED เป็นคำสั่งกำหนดให้แสดงกรอบของสเกลแกน XYZ

### 3.6 การเขียนกราฟพื้นผิว 3 มิติ และกราฟแบบ contour

ตัวอย่าง การเขียนกราฟพื้นผิว  $f(x, y) = x^2 - y^2$  บนช่วง  $[-2, 2] \times [-2, 2]$  และกราฟ contour

| พิมพ์                                                                                                               | ผลบนจอภาพ                                                                                                                                                                                            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <code>with(plots):</code>                                                                                           | [> <b>with(plots):</b>                                                                                                                                                                               |
| พิมพ์ <code>plot3d(x^2-y^2,x=-2..2,y=-3..3,axes=BOXED);</code>                                                      |                                                                                                                                                                                                      |
| ผลบนจอภาพ                                                                                                           | <pre>&gt; plot3d(x^2-y^2,x=-2..2,y=-3..3,axes=BOXED);</pre>                                                       |
| พิมพ์ <code>contourplot3d(x^2-y^2,x=-2..2,y=-3..3,axes=BOXED,style=CONTOUR,orientation=[90,0],colour=black);</code> |                                                                                                                                                                                                      |
| ผลบนจอภาพ                                                                                                           | <pre>&gt; contourplot3d(x^2-y^2,x=-2..2,y=-3..3,axes=BOXED,style=CONTOUR,orientation=[90,0],colour=black);</pre>  |

หมายเหตุ contourplot3d เป็นคำสั่งเขียนกราฟ contour

style = .... เป็นคำสั่งกำหนดรูปแบบการ plot

orientation = .... เป็นคำสั่งกำหนดมุมมอง ของกราฟที่ได้

คำแนะนำ ในกรณีที่คำสั่งและเงื่อนไขข้อความมาก ควรขึ้นบรรทัดใหม่ด้วยการกด <Shift>+↵

3.7 การเขียนกราฟของความสัมพันธ์ ตัวอย่าง การเขียนของวงรี  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

| พิมพ์                                                                                 | ผลบนจอภาพ                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| <code>with(plots):</code>                                                             | [> <b>with(plots):</b>                                                              |
| พิมพ์ <code>implicitplot(x^2/25+y^2/16=1,x=-5..5,y=-4..4,scaling=CONSTRAINED);</code> |                                                                                     |
| ผลบนจอภาพ                                                                             | <pre>&gt; implicitplot(x^2/25+y^2/16=1,x=-5..5,y=-4..4, scaling=CONSTRAINED);</pre> |

หมายเหตุ `implicitplot` เป็นคำสั่งเขียนกราฟของความสัมพันธ์

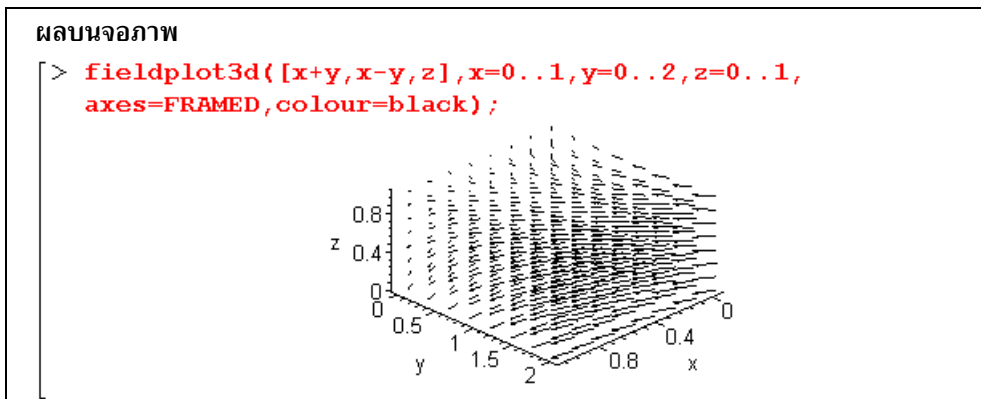
3.8 การเขียนกราฟสนามเวกเตอร์

ตัวอย่าง การเขียนกราฟฟังก์ชันค่าเวกเตอร์  $F(x, y) = (x + y, x - y)$  บนช่วง  $[-1, 1] \times [-2, 2]$

| พิมพ์                                                    | ผลบนจอภาพ                                             |
|----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| <code>with(plots):</code>                                | [> <b>with(plots):</b>                                |
| พิมพ์ <code>fieldplot([x+y,x-y],x=-1..1,y=-2..2);</code> |                                                       |
| ผลบนจอภาพ                                                | <pre>&gt; fieldplot([x+y,x-y],x=-1..1,y=-2..2);</pre> |

ตัวอย่าง การเขียนกราฟฟังก์ชัน  $F(x, y, z) = (x + y, x - y, z)$  บนช่วง  $[0, 1] \times [0, 2] \times [0, 1]$

| พิมพ์                                                                                      | ผลบนจอภาพ              |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| <code>with(plots):</code>                                                                  | [> <b>with(plots):</b> |
| พิมพ์ <code>fieldplot3d([x+y,x-y,z],x=0..1,y=0..2,z=0..1,axes=FRAMED,colour=black);</code> |                        |



หมายเหตุ fieldplot, fieldplot3d เป็นคำสั่งเขียนกราฟของสนามเวกเตอร์

### 3.9 การเขียนกราฟของ gradient vector

ตัวอย่าง การเขียนกราฟ gradient ของฟังก์ชัน  $f(x, y) = x^2y$  บนช่วง  $[-2, 2] \times [-1, 1]$

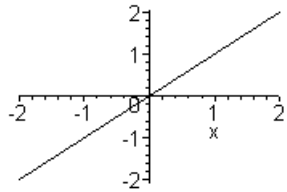
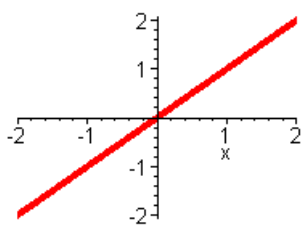
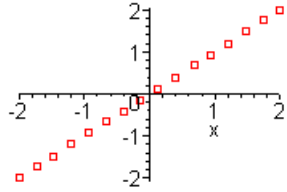
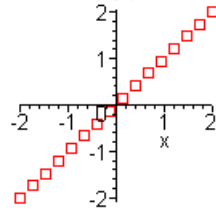
และการเขียนกราฟ gradient ของฟังก์ชัน  $f(x, y, z) = x^2 + yz$  บนช่วง  $[0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$

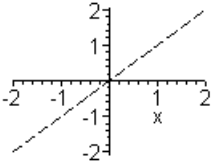
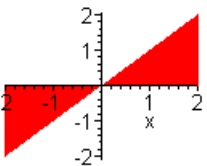
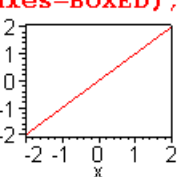
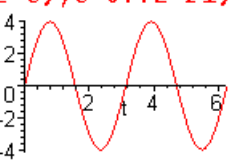
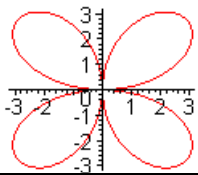
| พิมพ์                                                                     | ผลบนจอภาพ                                                                              |
|---------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| with(plots):↵                                                             | [> with(plots):                                                                        |
| พิมพ์ gradplot(x^2*y,x=-2..2,y=-1..1);↵                                   |                                                                                        |
| ผลบนจอภาพ                                                                 | <pre>&gt; gradplot(x^2*y,x=-2..2,y=-1..1);</pre>                                       |
| พิมพ์ gradplot3d(x^2+y*z,x=0..1,y=0..1,z=0..1,axes=FRAMED,colour=black);↵ |                                                                                        |
| ผลบนจอภาพ                                                                 | <pre>&gt; gradplot3d(x^2+y*z,x=0..1,y=0..1,z=0..1,   axes=FRAMED, colour=black);</pre> |

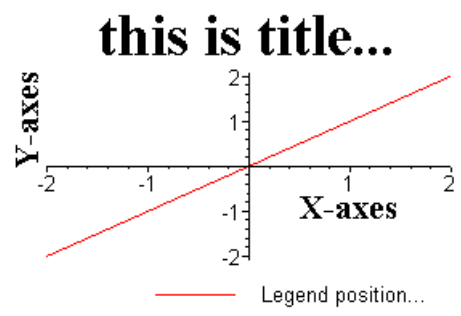
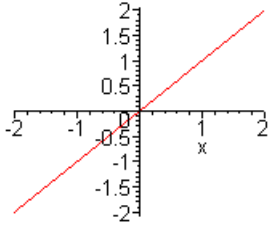
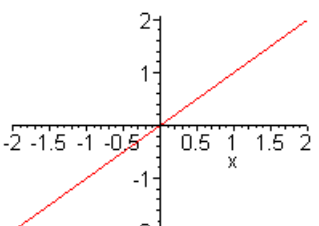
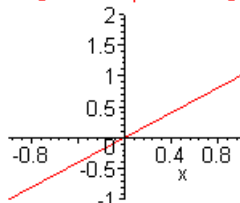
หมายเหตุ gradplot, gradplot3d เป็นคำสั่งเขียนกราฟของ gradient vector field

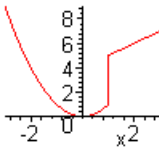
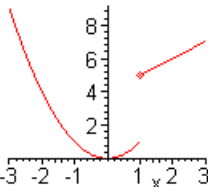
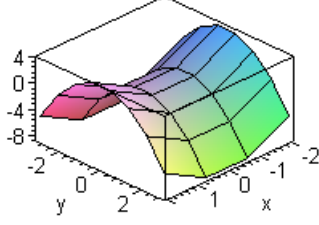
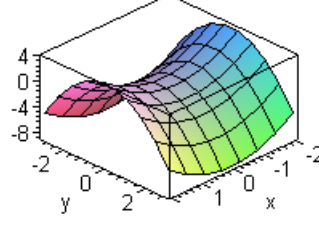
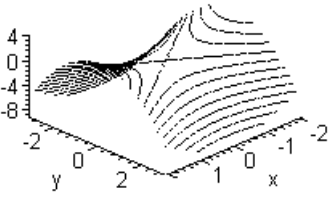
### 3.10 การปรับรูปแบบกราฟให้สวยงาม

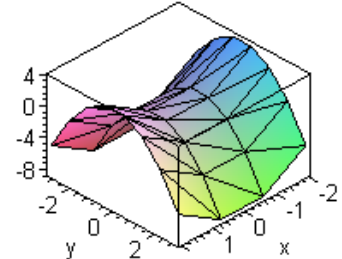
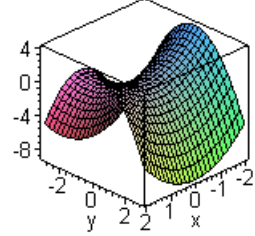
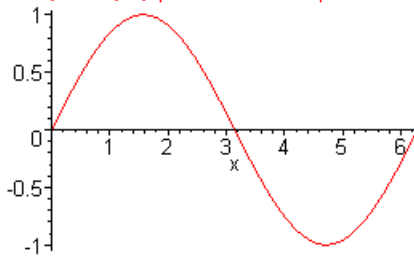
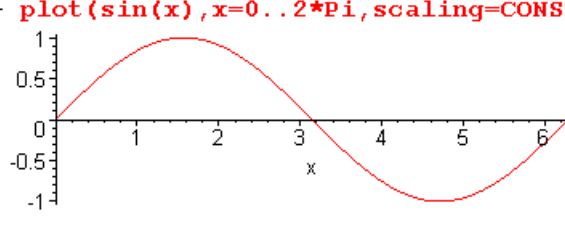
โปรแกรม Maple มีคำสั่งในการปรับรูปแบบของการเขียนกราฟได้หลายลักษณะ โดยมีคำสั่งที่สำคัญและนิยมใช้งานดังต่อไปนี้

| คำสั่ง                                     | หน้าที่และตัวอย่างการใช้งาน                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| colour                                     | <p>กำหนดสีของเส้นกราฟ เช่น colour = black, colour = red</p> <pre>&gt; plot(x,x=-2..2,colour=black);</pre>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| thickness                                  | <p>กำหนดความหนาของเส้นกราฟ เช่น thickness = 1, 2, 3, ...</p> <pre>&gt; plot(x,x=-2..2,thickness=5);</pre>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| style<br>symbol<br>numpoints<br>symbolsize | <p>style กำหนดรูปแบบการเขียนกราฟแบบ line, point, patch, patchnograd<br/> symbol กำหนดสัญลักษณ์การ plot จุดเช่น box([ ]). circle(o)<br/> numpoints กำหนดจำนวนจุดในการ plot<br/> symbolsize กำหนดขนาดของ symbol ในการเขียนกราฟ</p> <pre>&gt; plot(x,x=-2..2,style=point, symbol=box,numpoints=16);</pre>  <pre>&gt; plot(x,x=-2..2,style=point,symbol=box, numpoints=16,symbolsize=15);</pre>  |

|                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>linestyle</p>                                                                        | <p>กำหนดรูปแบบของเส้น เช่น linestyle = SOLID, DOT, DASH, DASHDOT</p> <pre data-bbox="475 389 970 456">&gt; plot(x,x=-2..2,numpoints=16, linestyle=DASH);</pre>                                                                                                                                                                                                               |
| <p>filled</p>                                                                           | <p>กำหนดการแรเงาระหว่างเส้นโค้งกับแกน X</p> <pre data-bbox="475 687 970 710">&gt; plot(x,x=-2..2, filled=true);</pre>                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <p>axes</p>                                                                             | <p>กำหนดลักษณะของแกนพิกัด เป็น FRAME BOXED NORMAL หรือ NONE</p> <pre data-bbox="475 925 970 947">&gt; plot(x,x=-2..2, axes=BOXED);</pre>                                                                                                                                                                                                                                    |
| <p>coords</p>                                                                           | <p>กำหนดพิกัดในการเขียนกราฟ เช่น coords = polar เป็นการเขียนกราฟเชิงขั้ว</p> <pre data-bbox="475 1178 970 1200">&gt; plot(4*sin(2*t), t=0..2*Pi);</pre>  <pre data-bbox="475 1368 970 1435">&gt; plot([4*sin(2*t)], t=0..2*Pi, coords=polar);</pre>                                     |
| <p>title<br/>legend<br/>titlefont<br/>labelfont<br/>labels<br/>label<br/>directions</p> | <p>title= .... ใช้แสดงคำอธิบายประกอบกราฟ</p> <p>legend=..... ใช้แสดงคำอธิบายประกอบเส้นกราฟ</p> <p>titlefont = [font, style, size] กำหนดรูปแบบตัวอักษรของ title</p> <p>labelfont = [font, style, size] กำหนดรูปแบบตัวอักษรของ label</p> <p>labels = [textx, texty] เขียนคำอธิบายประกอบแกน</p> <p>label = [textx, texty] ทิศทางของการเขียนคำอธิบายประกอบแกน</p> <p>directions = [(HV), (HV)] ทิศทางของการเขียนคำอธิบายประกอบแกน</p> <p>HORIZONTAL, VERTICAL</p> |

|                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                      | <pre>&gt; plot(x,x=-2..2,titlefont=[TIMES,BOLD,28], title="this is title...", legend="Legend position...", labelfont=[TIMES,BOLD,16], labels=["X-axes","Y-axes"], labeldirections=[HORIZONTAL,VERTICAL]);</pre>                                                                                                                                                         |
| <p>tickmarks</p> <p>xtickmarks</p> <p>ytickmarks</p> | <p>tickmarks = [m, n] กำหนดจำนวนขีดบอกสเกลบนแกน X และ แกน Y</p> <p>xtickmarks = m กำหนดจำนวนขีดบอกสเกลบนแกน X</p> <p>ytickmarks = n กำหนดจำนวนขีดบอกสเกลบนแกน Y</p> <pre>&gt; plot(x,x=-2..2,tickmarks=[4,8]);</pre>  <pre>&gt; plot(x,x=-2..2,xtickmarks=8, ytickmarks=4);</pre>  |
| <p>view</p>                                          | <p>view=[xmin..xmax,ymin..ymax] กำหนดขอบเขตของการแสดงกราฟ</p> <pre>&gt; plot(x,x=-2..2,view=[-1..1,-1..2]);</pre>                                                                                                                                                                                                                                                     |

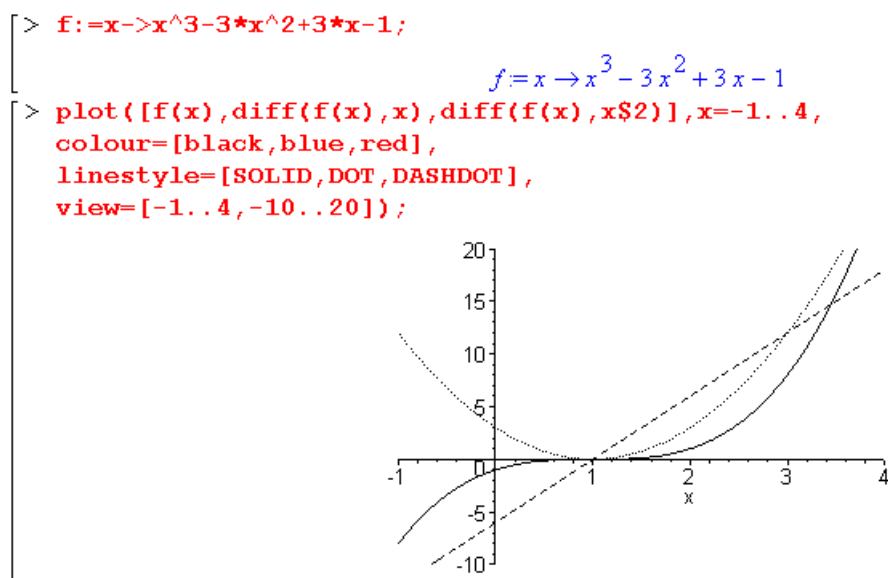
|                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>discont</p>  | <p>สั่งให้เขียนกราฟของฟังก์ชันที่นิยามเป็นช่วงให้ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์</p> <pre>&gt; f:=x-&gt;piecewise(x&lt;1,x^2,                     x&gt;=1,4+x); f:=x -&gt; piecewise(x &lt; 1, x^2, 1 ≤ x, 4 + x) &gt; plot(f(x), x=-3..3);</pre>  <pre>&gt; plot(f(x), x=-3..3, discont=true);</pre>  |
| <p>grid</p>     | <p>grid = [nx, ny] กำหนดจำนวนเส้น grid ของการเขียนกราฟพื้นผิว หรือ contour</p> <pre>&gt; plot3d(x^2-y^2, x=-2..2, y=-3..3, axes=BOXED,           grid=[4,8]);</pre>  <pre>&gt; plot3d(x^2-y^2, x=-2..2, y=-3..3, axes=BOXED,           grid=[8,10]);</pre>                                   |
| <p>contours</p> | <p>contours = จำนวนเส้นในกราฟแบบ contour</p> <pre>&gt; contourplot3d(x^2-y^2, x=-2..2, y=-3..3                  , axes=FRAME, contours=12, colour=black);</pre>                                                                                                                                                                                                                |

|                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>gridstyle</p>   | <p>gridstyle = rectangular    ตีเส้น grid เป็นรูปสามเหลี่ยม<br/>                 gridstyle = triangular    ตีเส้น grid เป็นรูปสี่เหลี่ยม</p> <pre>&gt; plot3d(x^2-y^2, x=-2..2, y=-3..3, axes=BOXED, grid=[4, 8], gridstyle=triangular);</pre>                                                                                                                                                                                               |
| <p>orientation</p> | <p>orientation = [theta, phi] กำหนดการหมุนของภาพที่ต้องการ</p> <pre>&gt; plot3d(x^2-y^2, x=-2..2, y=-3..3, axes=BOXED, orientation=[45, 60]);</pre>                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <p>scaling</p>     | <p>scaling = UNCONSTRAINED ไม่ควบคุมอัตราส่วนของสเกล</p> <pre>&gt; plot(sin(x), x=0..2*Pi, scaling=UNCONSTRAINED);</pre>  <p>ค่า default คือ scaling = UNCONSTRAINED</p> <p>scaling = CONSTRAINED ควบคุมอัตราส่วนของสเกลให้เท่ากัน</p> <pre>&gt; plot(sin(x), x=0..2*Pi, scaling=CONSTRAINED);</pre>  <p>จะเห็นว่าสัดส่วนของแกน X และ แกน Y เท่ากัน</p> |



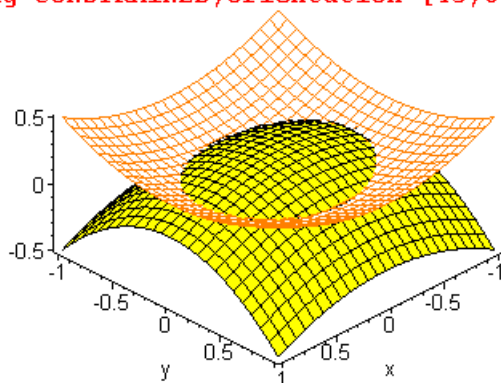
ตัวอย่างกราฟในรูปแบบต่าง ๆ

ตัวอย่างที่ 1. กราฟของเส้นโค้ง  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$  และ  $y = f''(x)$

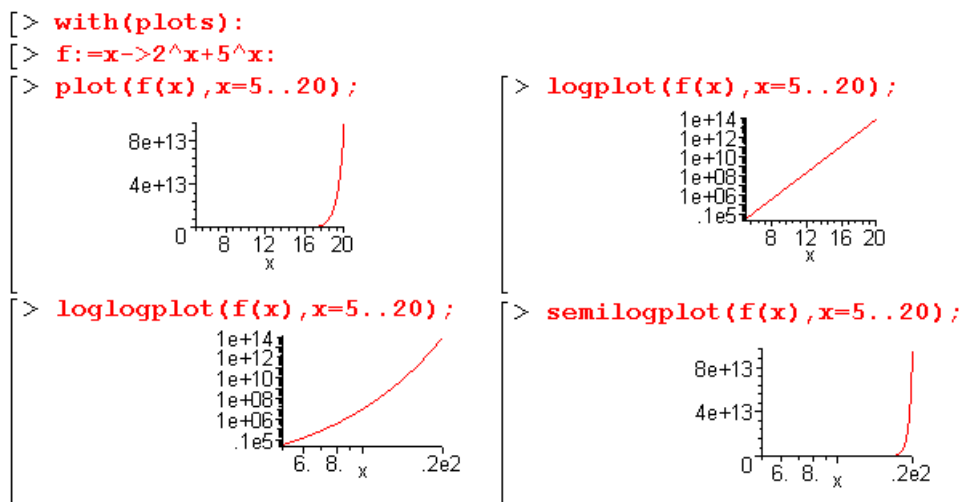


ตัวอย่างที่ 2. กราฟของพื้นผิว  $4z = x^2 + y^2$  และ  $4z = 1 - x^2 - 2y^2$  บนช่วง  $[-1, 1] \times [-1, 1]$

```
> with(plots):
> surface1:=plot3d((x^2+y^2)/4,x=-1..1,y=-1..1,
colour=coral,style=HIDDEN):
> surface2:=plot3d((1-x^2-2*y^2)/4,x=-1..1,y=-1..1,
colour=yellow,style=PATCH):
> display({surface1,surface2},axes=FRAME,
scaling=CONSTRAINED,orientation=[45,60]);
```

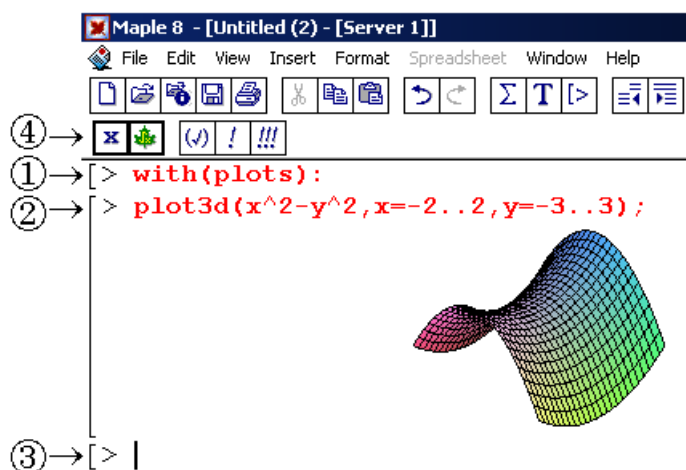


ตัวอย่างที่ 3. การเขียนกราฟบนสเกล (x, y), (x, logy), (logx, y), (logx, logy)



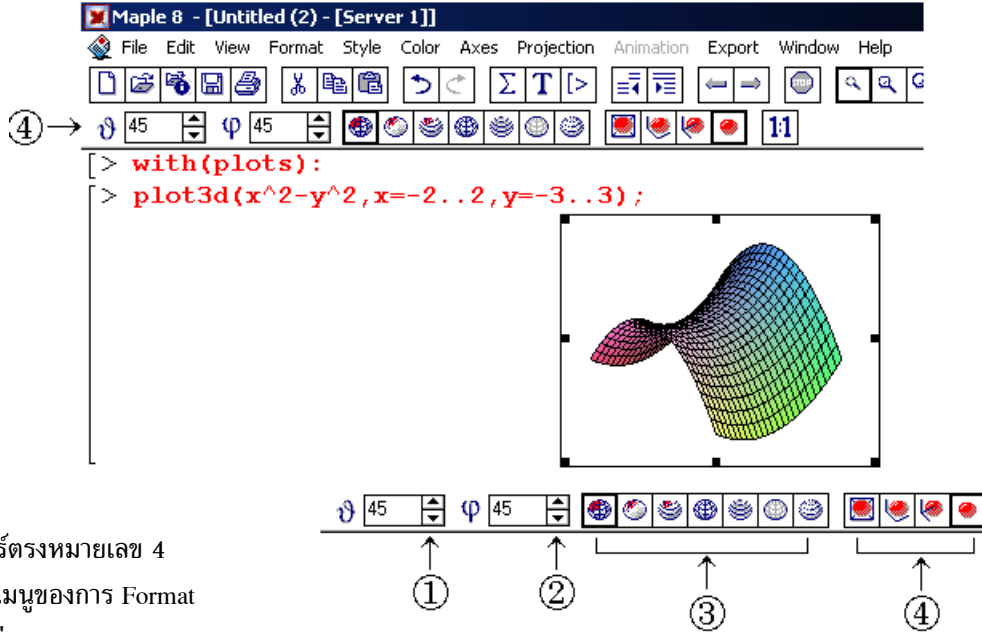
### 3.11 การปรับรูปแบบกราฟให้สวยงามโดยใช้ icon ของคำสั่งที่เมนูบาร์

เพื่อให้เข้าการใช้งานของคำสั่ง Format กราฟจาก icon ของคำสั่งที่เมนูบาร์ขอให้เขียนกราฟรูปนี้ก่อน เพื่อเป็นตัวอย่างในการศึกษาคำสั่ง



1. พิมพ์คำสั่ง with(plots): เพื่อเรียก package ของการเขียนกราฟ
2. คำสั่งเขียนกราฟพื้นผิวรูปอานม้า
3. เมื่อ Maple เขียนกราฟเสร็จแล้ว cursor จะรอคำสั่งต่าง ๆ ต่อไป
4. เมื่อกดปุ่มก่อนที่เราจะทำการ Format กราฟ

การเรียกเมนูของการ Format กราฟให้นำเมาส์มาคลิกที่รูปกราฟ จอภาพและเมนูจะเปลี่ยนแปลงไปเป็นดังนี้

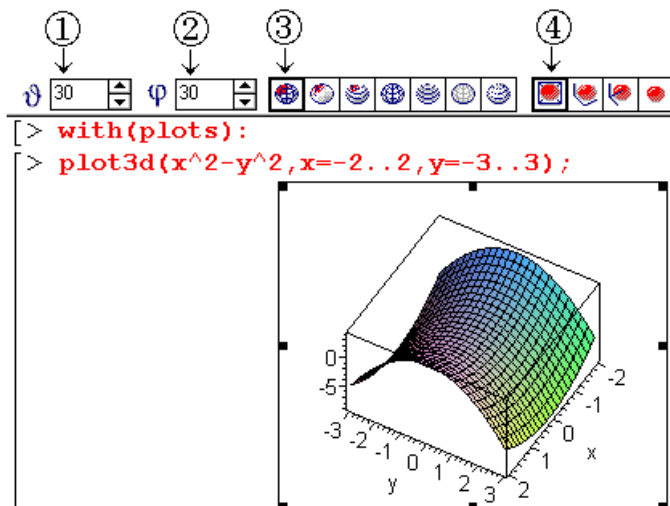


เมนูบาร์ตรงหมายเลข 4  
จะเป็นเมนูของการ Format  
กราฟเช่น

1. กำหนดองศาของการหมุนรอบแกนแนวดิ่ง
2. กำหนดองศาของมุมก้มหรือมุมเงยในการมองภาพ
3. เลือกรูปแบบของการเขียนกราฟในลักษณะต่าง ๆ
4. เลือกรูปแบบของการแสดงแกนพิกัดของกราฟในรูปแบบต่าง ๆ

ตัวอย่างของการ Format กราฟแบบต่าง ๆ เช่น

1. กำหนดองศาของการหมุนรอบแกนแนวดิ่ง 30 องศา
  2. กำหนดองศาของมุมก้มหรือมุมเงย 30 องศา
  3. เลือกรูปแบบของการเขียนกราฟแบบร่างแห
  4. เลือกรูปแบบของการแสดงแกนพิกัดแบบ Boxed
- หมายเหตุ การหมุนกราฟสามารถทำได้โดยการนำเมาส์ไปคลิกที่รูปแล้วใช้การเลื่อนเมาส์ แทนการหมุนของกราฟ



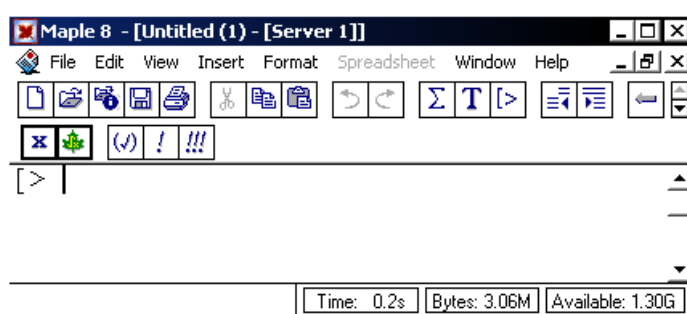
หมายเหตุ สำหรับกราฟ 2 มิติเมื่อนำเมาส์มาคลิกที่รูปกราฟ จะได้เมนูย่อยของการ Format กราฟเหมือนกัน

บทที่ 4.  
การใช้งานเบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรม Maple

การคำนวณทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม Maple เช่นใช้เป็นเครื่องคิดเลข ช่วยในการเขียนกราฟ ทารากสมการ การคำนวณต่าง ๆ เหล่านี้ โปรแกรม Maple จะสามารถทำได้ แต่เพื่อความสะดวกในการทำงาน เราควรจะศึกษาการใช้งานในระดับพื้นฐานต่าง ๆ เช่นการพิมพ์สูตร การนำสูตรเก่ากลับมาใช้ใหม่ การอ้างถึงผลลัพธ์เพื่อนำกลับมาใช้ใหม่ การบันทึกเพิ่มข้อมูล และคำสั่งสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ

**4.1 การกำหนดให้แสดงผลตามที่ต้องการ**

เมื่อเข้ามาสู่การทำงานโปรแกรม Maple ครั้งแรก



ในการคำนวณค่าต่าง ๆ ควรมีความรู้พื้นฐานในการใช้งานดังนี้

1. สูตรการคำนวณที่พิมพ์เสร็จแล้วเมื่อต้องการให้ Maple ทำการคำนวณต้องพิมพ์ ; ↵
2. ถ้ากด ↵ โปรแกรมจะไม่ทำการคำนวณ
3. ในกรณีที่ต้องการขึ้นบรรทัดใหม่ภายในคำสั่ง ให้พิมพ์ <Shift>+↵
4. การสั่งให้ Maple คำนวณสูตรที่พิมพ์ แต่ไม่ต้องแสดงผลของคำสั่งนั้น

ทำได้ด้วยการกด :↵

กรณีอื่น ๆ ของการใช้งานขออธิบายในรูปแบบของตารางดังนี้ (ถ้าผู้อ่านพิมพ์ตามด้วยก็จะเข้าใจมากขึ้น)

| ตัวอย่างการคำนวณ                                  | คำอธิบาย                                                              |
|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| <pre>&gt; 20/9 ;       20       --        9</pre> | <p>ในกรณีที่จำนวนเต็มหารกัน โปรแกรม Maple จะแสดงผลในรูปแบบเศษส่วน</p> |

|                                                                                                                    |                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <pre>[&gt; 20/9. ;       2.222222222</pre> <p>หมายเหตุ เมื่อเข้าครั้งแรก Maple จะแสดงผล เป็นเลขนัยสำคัญ 10 ตัว</p> | <p>เพราะว่า 9. ไม่เป็นจำนวนเต็ม Maple จึงแสดงผลเป็นเลขทศนิยม</p>                     |
| <pre>[&gt; 20./9 ;       2.222222222</pre>                                                                         | <p>เพราะว่า 20. ไม่เป็นจำนวนเต็ม Maple จึงแสดงผลเป็นเลขทศนิยม</p>                    |
| <pre>[&gt; Digits:=5 ;       Digits := 5</pre>                                                                     | <p>กำหนดให้แสดงผลเลขนัยสำคัญ 5 ตัว</p>                                               |
| <pre>[&gt; 20/9. ;       2.2222</pre>                                                                              | <p>เพราะว่าเราสั่งให้แสดงผลด้วยเลขนัยสำคัญ 5 ตัว จึงได้ผล 2.2222</p>                 |
| <pre>[&gt; Digits:=10:</pre> <p>เพราะว่าเราพิมพ์ :- โปรแกรมทำตามคำสั่ง แต่ไม่พิมพ์ผลของคำสั่งที่ออกมาให้</p>       | <p>กำหนดการแสดงผลด้วยตัวเลขนัยสำคัญ 10 ตำแหน่งเหมือนค่า default ตามปกติของ Maple</p> |
| <pre>[&gt; 20/9. ;       2.222222222</pre>                                                                         | <p>แสดงผลเลขนัยสำคัญ 10 ตัวตามปกติแล้ว</p>                                           |
| <pre>[&gt; (1.235)*20! ;       0.3004633980 10<sup>19</sup></pre>                                                  | <p>ตัวเลขที่มีค่ามากเกินไป จะแสดงผลเป็นเลขยกกำลัง</p>                                |
| <pre>[&gt; 0.125/10! ;       0.3444664903 10<sup>-7</sup></pre>                                                    | <p>ตัวเลขที่มีค่าน้อยเกินไป จะแสดงผลเป็นเลขยกกำลัง</p>                               |

ข้อแตกต่างระหว่างการกำหนดค่าด้วย := และ =

| ตัวอย่างการคำนวณ                             | คำอธิบาย                                                             |
|----------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|
| <pre>[&gt; x:=2 ;       x = 2</pre>          | <p>กำหนดค่าให้กับตัวแปร x มีค่าเป็นจำนวนเต็ม 2</p>                   |
| <pre>[&gt; sqrt(x) ;       √2</pre>          | <p>เพราะว่า x มีค่าเป็นจำนวนเต็ม ผลการคำนวณจึงแสดงในรูปสัญลักษณ์</p> |
| <pre>[&gt; x:=2. ;       x = 2.</pre>        | <p>กำหนดค่าให้กับตัวแปร x มีค่าเป็นจำนวนจริง 2.</p>                  |
| <pre>[&gt; sqrt(x) ;       1.414213562</pre> | <p>เพราะว่า x มีค่าเป็นจำนวนจริง ผลการคำนวณจึงแสดงในรูปตัวเลข</p>    |
| <pre>[&gt; y=2 ;       y = 2</pre>           | <p>คำสั่งนี้ไม่ใช้การกำหนดค่าของ y</p>                               |
| <pre>[&gt; y=y+2. ;       y = y + 2.</pre>   | <p>เพราะว่า y ไม่มีค่า จึงไม่มีผลการคำนวณ แต่ได้ผลในรูปแบบสมการ</p>  |

### 4.2 การแทรกบรรทัดคำสั่ง การลบบรรทัดคำสั่ง และการ copy บรรทัดคำสั่ง

การนำผลการคำนวณเก่าที่เคยคำนวณไว้แล้วกลับมาใช้ใหม่ (สมมติผลการคำนวณบนจอภาพเป็นดังนี้) ตำแหน่งที่ 1.

เป็นตำแหน่งสำหรับพิมพ์คำสั่งการทำงานบรรทัดต่อไป

เราต้องการแทรกบรรทัดคำสั่งที่ตำแหน่ง 3.

มีวิธีทำดังนี้

ขั้นที่ 1. คลิกเมาส์ที่เส้น [ ตรงหมายเลข 2.

ผลบนจอภาพจะเห็นว่าขอบของเส้น [ จะหนาขึ้น

ขั้นที่ 2. กด  $\leftarrow$  จะได้บรรทัดคำสั่งใหม่ดังนี้

```

Untitled (1) - [Server 1]
[> 20/9. ;
[> 2.222222222
[>
[> log(2.);
[> 0.6931471806
[>

```

คำสั่งคำนวณใหม่ได้ตามต้องการเช่น 5!; $\leftarrow$  จะได้ผลดังนี้

การลบบรรทัดคำสั่ง มีขั้นตอนดังนี้

(สมมติต้องการลบบรรทัดคำสั่งหมายเลข 4. ทั้ง)

ขั้นที่ 1. คลิกเมาส์ที่เส้น [ ตรงหมายเลข 4.

ผลบนจอภาพจะเห็นว่าขอบของเส้น [ จะหนาขึ้น

ขั้นที่ 2. กด  $\langle \text{Ctrl} \rangle + \langle \text{Delete} \rangle$

บรรทัดคำสั่งตรงหมายเลข 4. จะหายไปดังรูป

```

Untitled (1) - [Server 1]
[> 5! ;
[> 120
[> log(2.);
[> 0.6931471806
[>

```

การ copy บรรทัดคำสั่ง

(สมมติต้องการ copy บรรทัดคำสั่งหมายเลข 5.

มาแทนบรรทัดคำสั่งหมายเลข 1.)

ขั้นที่ 1. คลิกเมาส์ที่เส้น [ ตรงหมายเลข 5.

ผลบนจอภาพจะเห็นว่าขอบของเส้น [ จะหนาขึ้น

```

Untitled (1) - [Server 1]
[> 20/9. ;
[> 2.222222222
③ → [> log(2.);
② → [> 0.6931471806
① → [>

```

```

Untitled (1) - [Server 1]
[> 20/9. ;
[> 2.222222222
③ → [> log(2.);
② → [> 0.6931471806
[>

```

```

Untitled (1) - [Server 1]
④ → [> 20/9. ;
[> 2.222222222
[> 5! ;
[> 120
[> log(2.);
[> 0.6931471806

```

```

Untitled (1) - [Server 1]
④ → [> 20/9. ;
[> 2.222222222
[> 5! ;
[> 120
[> log(2.);
[> 0.6931471806

```

ให้คลิกเมาส์ตรงหมายเลข 1. เพื่อคำนวณค่าอื่น ๆ ต่อไป

```

Untitled (1) - [Server 1]
[> 5! ;
[> 120
⑤ → [> log(2.);
[> 0.6931471806
① → [>

```

ขั้นที่ 2. กด <Ctrl> + C เพื่อ copy

ขั้นที่ 3. คลิกเมาส์ที่บรรทัดตรงหมายเลข 1. แล้วกด <Ctrl> + V เพื่อ paste จะได้ผลดังนี้

```

Untitled (1) - [Server 1]
[> 5! ;
 120
 > log(2.);
 0.6931471806
 > log(2.);
 0.6931471806
 >
]

```

### 4.3 การบันทึกแฟ้ม

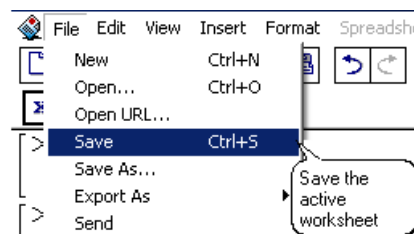
จากตัวอย่างการทำงานข้างต้น การ save แฟ้มข้อมูลมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1. คลิกคำสั่ง File

ขั้นที่ 2. เลือกคำสั่งย่อย Save

จะได้เมนูย่อยของการบันทึกแฟ้มข้อมูล

ขั้นที่ 3. พิมพ์ชื่อแฟ้มเช่น Newfile แล้วคลิกปุ่ม Save



### 4.4 การเปิดแฟ้มข้อมูล

ขณะทำงานใน Window ของ Maple

การเปิดแฟ้มข้อมูลมีขั้นตอนดังนี้

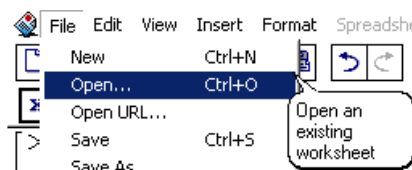
ขั้นที่ 1. คลิกคำสั่ง File

ขั้นที่ 2. เลือกคำสั่งย่อย Open

จะได้เมนูย่อยของการเปิดแฟ้มข้อมูล

ขั้นที่ 3. พิมพ์ชื่อแฟ้มเช่น Newfile แล้วคลิกปุ่ม Open

จะได้แฟ้มเก่าที่บันทึกไว้เพื่อจะทำงานต่อไป



### 4.5 ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์และฟังก์ชันอื่น ๆ ที่สำคัญ

โปรแกรม Maple มีฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญดังนี้

| ฟังก์ชัน                                   | ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน                                                                                                                                                                                                     |
|--------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| abs(x)                                     | ค่าสัมบูรณ์ของ x หรือ ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน a + bi<br><pre>[ &gt; { abs(-4), abs(3+4*I) };     (4, 5)          หมายเหตุ I หมายถึง √-1</pre>                                                                                |
| Re(z),<br>Im(z)argument(z)<br>conjugate(z) | ส่วนจริง ส่วน จินตภาพ ของจำนวนเชิงซ้อน z<br>ค่าอาร์กิวเมนต์ของจำนวนเชิงซ้อน z<br>คำสังยุค ของ z<br><pre>[ &gt; { conjugate(3-4*I), argument(3+4*I) };     (3+4 I, arctan(4/3))   &gt; { Re(3+4*I), Im(3+4*I) };     (3, 4)</pre> |

|              |                                                                                                                                                          |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| exp(x)       | เอกซ์โพเนนเชียลฟังก์ชัน ( $e^x$ )<br><pre>[&gt; exp(1.);</pre> $2.718281828$                                                                             |
| trunc(x)     | ตัดเศษของจำนวนจริง x ให้เป็นจำนวนเต็มด้านที่มีค่าเข้าใกล้ 0<br><pre>[&gt; [trunc(-1.5), trunc(1.5), trunc(1.6)];</pre> $[-1, 1, 1]$                      |
| frac(x)      | จำนวนตรรกยะที่ตัดส่วนของจำนวนเต็มทิ้งไป<br><pre>[&gt; [frac(20/9), frac(-20/9)];</pre> $\left[ \frac{20}{9}, -\frac{20}{9} \right]$                      |
| ceil(x)      | จำนวนเต็มที่เล็กที่สุดที่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ x<br><pre>[&gt; [ceil(-1.5), ceil(1.5), ceil(1.6)];</pre> $[-1, 2, 2]$                                  |
| round(x)     | การตัดเศษจำนวนจริง x ให้เป็นตัวเลขจำนวนเต็มที่ใกล้ที่สุด<br><pre>[&gt; [round(-1.5), round(1.5), round(1.49)];</pre> $[-2, 2, 1]$                        |
| floor(x)     | จำนวนเต็มที่ใหญ่ที่สุดที่มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ x<br><pre>[&gt; [floor(-1.5), floor(1.5), floor(1.6)];</pre> $[-2, 1, 1]$                              |
| ln(x)        | ln(x) ค่าลอการิทึมฐาน e                                                                                                                                  |
| log(x)       | log(x) ค่าลอการิทึมฐาน e                                                                                                                                 |
| log10(x)     | log10(x) ค่าลอการิทึมฐาน 10                                                                                                                              |
| log[b](x)    | log[b](x) ค่าลอการิทึมฐาน b<br><pre>[&gt; [log(2.), ln(2.), log10(2.), log[4](2.)];</pre> $[0.6931, 0.6931, 0.3010, 0.5000]$                             |
| a mod b      | เศษเหลือจากการหาร a ด้วยจำนวนเต็ม b                                                                                                                      |
| modp(a, b)   | เศษเหลือจากการหาร a ด้วยจำนวนเต็ม b (เศษที่มีค่าเป็นบวก)                                                                                                 |
| mods(a, b)   | เศษเหลือจากการหาร a ด้วยจำนวนเต็ม b (เศษที่มีค่าเป็นลบ)<br><pre>[&gt; [12 mod 7, modp(12, 7), mods(12, 7)];</pre> $[5, 5, -2]$                           |
| sign(พหุนาม) | เท่ากับ +1 ถ้าสัมประสิทธิ์นำ $a_n > 0$ และเท่ากับ -1 ถ้า $a_n < 0$                                                                                       |
| signum(x)    | เท่ากับ +1 ถ้า $x > 0$ และเท่ากับ -1 ถ้า $x < 0$<br>และ signum(0) = 0, sign(0) = 0<br><pre>[&gt; [signum(1), sign(1), sign(2-3*x^2)];</pre> $[1, 1, -1]$ |
| sqrt(x)      | รากที่ 2 ของ x<br><pre>[&gt; [sqrt(2), sqrt(2.)];</pre> $[\sqrt{2}, 1.414213562]$                                                                        |



|                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>sin(x), cos(x)<br/>tan(x), sec(x)<br/>csc(x), cot(x)</p>                             | <p>ฟังก์ชันตรีโกณมิติ</p> <pre>[&gt; [sin(Pi/3), cos(Pi/3), tan(Pi/3)];</pre> $\left[ \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \sqrt{3} \right]$ <pre>[&gt; [sec(Pi/4), csc(Pi/6), cot(Pi/6)];</pre> $[\sqrt{2}, 2, \sqrt{3}]$                               |
| <p>arcsin(x)<br/>arccos(x)<br/>arctan(x)<br/>arcsec(x)<br/>arccsc(x)<br/>arccot(x)</p>  | <p>ฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน</p> <pre>[&gt; [arcsin(1), arccos(1), arctan(1)];</pre> $\left[ \frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{4} \right]$ <pre>[&gt; [arcsec(2), arccsc(2), arccot(1)];</pre> $\left[ \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4} \right]$ |
| <p>sinh(x), cosh(x)<br/>tanh(x), sech(x)<br/>csch(x), coth(x)</p>                       | <p>ฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก</p> <pre>[&gt; [sinh(1.), cosh(1.), tanh(1.)];</pre> $[1.175, 1.543, 0.7616]$ <pre>[&gt; [sech(1.), csch(1.), coth(1.)];</pre> $[0.6481, 0.8509, 1.313]$                                                                     |
| <p>arsinh(x)<br/>arcosh(x)<br/>artanh(x)<br/>arcsech(x)<br/>arcsch(x)<br/>arcoth(x)</p> | <p>ฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิกผกผัน</p> <pre>[&gt; [arsinh(0.5), arcosh(0.5), artanh(0.5)];</pre> $[0.4812, 1.047, 0.4636]$ <pre>[&gt; [arcsech(0.5), arccsch(5.), arcoth(2.)];</pre> $[1.317, 0.2014, 0.5493]$                                             |

คำสั่งของการจัดรูปพีชคณิต

| ฟังก์ชัน                | ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน                                                                                                                                                                      |
|-------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>convert, parfrac</p> | <p>convert(f(x), parfrac, x)<br/>เขียนเศษส่วนของพหุนาม f(x) ในรูปแบบผลบวกของเศษส่วนย่อย</p> <pre>[&gt; convert(x^3/(x^2-2*x-3), parfrac, x);</pre> $x + 2 + \frac{1}{4(x+1)} + \frac{27}{4(x-3)}$ |
| <p>simplify(f(x))</p>   | <p>จัดรูปแบบพีชคณิตให้เป็นรูปแบบอย่างง่าย</p> <pre>[&gt; simplify(x+2+1/(4*(x+1))+27/(4*(x-3)));</pre> $\frac{x^3}{(x+1)(x-3)}$                                                                   |

|                            |                                                                                                                                                                                                      |
|----------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| combine(f(x))              | จัดรูปแบบให้เป็นรูปแบบอย่างง่าย<br><pre>[&gt; combine(sin(A)^2*cos(A)^2);</pre> $\frac{1}{8} - \frac{1}{8} \cos(4A)$                                                                                 |
| expand(f(x))               | กระจายสูตรของฟังก์ชัน<br><pre>[&gt; expand((x+1)^3);</pre> $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$                                                                                                                     |
| collect(f, x)              | จัดรูปแบบพีชคณิตโดยการกระจายตามพจน์ของตัวแปรที่กำหนด<br><pre>[&gt; collect((2*x+y+1)^2, x);</pre> $4x^2 + (4y+4)x + (y+1)^2$ <pre>[&gt; collect((2*x+y+1)^2, y);</pre> $y^2 + (4x+2)y + (2x+1)^2$    |
| factor(f(x))               | แยกตัวประกอบ<br><pre>[&gt; factor(x^3+3*x^2+3*x+1);</pre> $(x+1)^3$                                                                                                                                  |
| denom(f(x))<br>numer(f(x)) | ใช้ในการหาพหุคูณส่วนของ f(x)<br>ใช้ในการหาพหุคูณที่เป็นเศษของ f(x)<br><pre>[&gt; denom(x+2+1/(4*(x+1))+27/(4*(x-3)));</pre> $(x+1)(x-3)$ <pre>[&gt; numer(x+2+1/(4*(x+1))+27/(4*(x-3)));</pre> $x^3$ |

คำสั่งเกี่ยวกับผลบวก และ ผลคูณ

| ฟังก์ชัน          | ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน                                                                                                                                                                                                                           |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| sum<br>Sum<br>add | sum คำนวณหาผลรวม<br>Sum แสดงการคำนวณในรูปแบบสัญลักษณ์<br>add คำนวณหาผลรวม<br><pre>[&gt; sum(i, i=1..n);</pre> $\frac{(n+1)^2}{2} - \frac{n}{2} - \frac{1}{2}$ <pre>[&gt; Sum(i, i=1..n);</pre> $\sum_{i=1}^n i$ <pre>[&gt; add(i, i=1..10);</pre> $55$ |

|                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>product(f(i), i = a .. b)<br/>                 Product(f(i), i = a .. b)<br/>                 mul(f(i), i = a .. b)</p> | <p>หาผลคูณ f(i) โดย i เปลี่ยนค่า จาก a ถึง b<br/>                 สัญลักษณ์ผลคูณ f(i) โดย i เปลี่ยนค่า จาก a ถึง b<br/>                 หาผลคูณ f(i) โดย i เปลี่ยนค่า จาก a ถึง b</p> <pre>[ &gt; mul(i, i=1..5);       120 [ &gt; product(i, i=1..5);       120 [ &gt; Product(i, i=1..n);       ∏<sub>i=1</sub><sup>n</sup> i</pre> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

คำสั่งเกี่ยวกับ ฟังก์ชัน ลิมิต อนุพันธ์ และ อินทิเกรต

| ฟังก์ชัน                                                                                                                                                                                                                                  | ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>f:=x-&gt;...<br/>                 f(a)</p>                                                                                                                                                                                             | <p>f:=x-&gt;.....เป็นการกำหนดสูตรฟังก์ชัน<br/>                 ค่าของ f(a)</p> <pre>[ &gt; f:=x-&gt;x^2+x-2;       f:=x → x<sup>2</sup> + x - 2 [ &gt; f(4);       18</pre>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| <p>limit(f(x), x = a)<br/>                 limit(f(x), x = a,<br/>                 right)limit(f(x), x = a,<br/>                 left)<br/>                 limit(f(x), x = infinity)<br/>                 limit(f(x), x = -infinity)</p> | <p>หมายถึง <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x)</math>, <math>\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)</math>, <math>\lim_{h \rightarrow a^-} f(x)</math>, <math>\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)</math>,<br/> <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)</math> ตามลำดับ</p> <pre>[ &gt; limit(x^2, x=4);       16 [ &gt; limit(abs(x)/x, x=0, left);       -1 [ &gt; limit(abs(x)/x, x=0, right);       1 [ &gt; limit(2.*x/(5*x+2), x=infinity);       0.4000 [ &gt; limit(2.*x/(5*x+2), x=-infinity);       0.4000</pre> |
| <p>Diff(f, x)<br/>                 Diff(f, x, x)<br/>                 Diff(f, x\$k)<br/>                 Diff(f, x, y, ..)<br/>                 diff(f, x)</p>                                                                            | <p>อนุพันธ์ หรืออนุพันธ์ย่อยของ f เทียบกับ x<br/>                 อนุพันธ์ หรืออนุพันธ์ย่อยอันดับ 2 ของ f เทียบกับ x<br/>                 อนุพันธ์ หรืออนุพันธ์ย่อยอันดับ k ของ f เทียบกับ x<br/>                 อนุพันธ์ หรืออนุพันธ์ย่อยของ f เทียบกับ x, y, ...<br/>                หมายเหตุ Diff จะได้ผลเป็นสัญลักษณ์ของอนุพันธ์<br/>                 diff จะได้ผลเป็นสูตรของอนุพันธ์หรือค่าตัวเลข<br/>                 อนุพันธ์ หรืออนุพันธ์ย่อยของ f เทียบกับ x</p>                                  |

|                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|--------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>diff(f, x, x)<br/>diff(f, x\$k)<br/>diff(f, x, y, ..)</p> | <p>อนุพันธ์ หรืออนุพันธ์ย่อยอันดับ 2 ของ f เทียบกับ x<br/>อนุพันธ์ หรืออนุพันธ์ย่อยอันดับ k ของ f เทียบกับ x<br/>อนุพันธ์ย่อย</p> <pre>[ &gt; Diff(x^4, x);       <math display="block">\frac{d}{dx}(x^4)</math>     ]     [ &gt; [Diff(x^4, x, x), Diff(x^4, x\$2)];       <math display="block">\left[ \frac{d^2}{dx^2}(x^4), \frac{d^2}{dx^2}(x^4) \right]</math>     ]     [ &gt; diff(x^4, x);       <math display="block">4x^3</math>     ]     [ &gt; [diff(x^4, x, x), diff(x^4, x\$2)];       <math display="block">[12x^2, 12x^2]</math>     ]     [ &gt; Diff(x^4*y^3, x, y);       <math display="block">\frac{\partial^2}{\partial y \partial x}(x^4 y^3)</math>     ]     [ &gt; diff(x^4*y^3, x, y);       <math display="block">12x^3 y^2</math>     ]</pre>             |
| <p>D(f)<br/>D[i](f)<br/>D(f)(a)<br/>(D@@k)(f)</p>            | <p>ดิฟเฟอเรนเชียลของ f<br/>D[i](f) = ดิฟเฟอเรนเชียลของ f เทียบกับตัวแปรลำดับที่ i<br/>และ D[](f) คือ f<br/>ดิฟเฟอเรนเชียลของ f ที่ x = a<br/>ดิฟเฟอเรนเชียล D<sup>(k)</sup>(f)</p> <pre>[ &gt; D(x^2);       <math display="block">2D(x)x</math>     ]     [ &gt; f:=x-&gt;x^3;       <math display="block">f:=x \rightarrow x^3</math>     ]     [ &gt; D(f);       <math display="block">x \rightarrow 3x^2</math>     ]     [ &gt; D(f)(2);       <math display="block">12</math>     ]     [ &gt; f:=(x, y)-&gt;x^2*y^3;       <math display="block">f:=(x, y) \rightarrow x^2 y^3</math>     ]     [ &gt; D[1](f);       <math display="block">(x, y) \rightarrow 2xy^3</math>     ]     [ &gt; D[2](f);       <math display="block">(x, y) \rightarrow 3x^2 y^2</math>     ]</pre> |

|                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Int(f, x)<br/>Int(f, x = a .. b)<br/>int(f,x)<br/>int(f, x = a .. b)</p> | <p>Int(f, x) แสดงผลเป็นสัญลักษณ์อินทิเกรต <math>\int f dx</math><br/>Int(f, x = a .. b) แสดงผลเป็นสัญลักษณ์อินทิเกรต <math>\int_a^b f(x) dx</math><br/>int(f,x) แสดงผลเป็นสูตร, int(f, x = a .. b) = <math>\int_a^b f(x) dx</math></p> <pre>[&gt; Int(x^2, x);       <math>\int x^2 dx</math> &gt; Int(x^2, x=a..b);       <math>\int_a^b x^2 dx</math> &gt; int(x^2, x=0..1);       <math>\frac{1}{3}</math> &gt; int(x^2, x);       <math>\frac{x^3}{3}</math></pre> |
|-----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

คำสั่งคณิตศาสตร์ขั้นสูง

| ฟังก์ชัน                                                                                                             | ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>laplace(f(t), t, s)<br/>invlaplace(F(s), s, t)</p> <p>หมายเหตุ<br/>ต้องมีการเรียก package<br/>with(inttrans):</p> | <p>ผลการแปลงลาปลาซของ f(t)<br/>ผลการแปลงลาปลาซผกผันของ F(s)</p> <pre>[&gt; with(inttrans): &gt; laplace(sin(t), t, s);       <math>\frac{1}{s^2+1}</math> &gt; invlaplace(1/(s^2+1), s, t);       sin(t)</pre>                                                                                                                                               |
| <p>taylor(f, x = a, k)<br/>series(f, x = a, k)</p>                                                                   | <p>พหุนามเทย์เลอร์ของ f รอบจุด x = a ตีกรีไม่เกิน k</p> <pre>[&gt; taylor(exp(x), x=0, 5);       <math>1+x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{24}x^4+O(x^5)</math> &gt; taylor(exp(x), x=1, 3);       <math>e+e(x-1)+\frac{1}{2}e(x-1)^2+O((x-1)^3)</math> &gt; series(exp(x), x=1, 3);       <math>e+e(x-1)+\frac{1}{2}e(x-1)^2+O((x-1)^3)</math></pre> |

คำสั่งในการหารากสมการ และ ผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์

| ฟังก์ชัน                                                                                                                                                                                                         | ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>RootOf(f, x)<br/>                     RootOf(f, x, a)<br/>                     RootOf(f, x, a..b)<br/>                     allvalues(RootOf(f, x))<br/>                     allvalues(RootOf(f, x, a..b))</p> | <p>รากของสมการ <math>f(x) = 0</math><br/>                     รากของสมการ <math>f(x) = 0</math> ที่ประมาณจากค่าเริ่มต้น a<br/>                     รากของสมการ <math>f(x) = 0</math> บนช่วง (a, b)<br/>                     แสดงค่ารากของสมการ <math>f(x) = 0</math><br/>                     แสดงค่ารากของสมการ <math>f(x) = 0</math> บนช่วง (a, b)</p> <pre data-bbox="622 672 1197 1142"> [&gt; RootOf(x^2-2, x);       RootOf(_Z^2 - 2) [&gt; evalf(RootOf(x^2-2, x));       1.414213562 [&gt; RootOf(x^2-2, x, -1.4);       RootOf(_Z^2 - 2, -1.4) [&gt; evalf(RootOf(x^2-2, x, -1.4));       -1.414213562 [&gt; allvalues(RootOf(x^2-2, x));       sqrt(2), -sqrt(2) [&gt; allvalues(RootOf(x^2-2, x, -2..0));       -sqrt(2)                     </pre> |
| <p>1. solve(eq1=eq2)<br/>                     2. solve(eq1=eq2, x)<br/>                     3. solve({eq1=eq2, eq3=eq4, ...})<br/>                     4. fsolve(eq = eq2, x)</p>                                | <p>หาผลเฉลยของสมการ eq1 = eq2<br/>                     หาค่า x จากของสมการ eq1 = eq2<br/>                     หาผลเฉลยของระบบสมการ eq1 = eq2, eq3 = eq4, ...<br/>                     หาผลเฉลยของสมการ eq1 = eq2</p> <pre data-bbox="622 1377 1197 1870"> [&gt; solve(x^2-2=0);       sqrt(2), -sqrt(2) [&gt; solve(2*x+3*y=0, x);       -3y/2 [&gt; solve({2*x+3*y=8, x+y=3});       (y=2, x=1) [&gt; solve({x^2+y^2=25, 3*x-4*y=0});       (y=3, x=4), (y=-3, x=-4) [&gt; fsolve({x+y=3., x-y=4.}, {x, y});       (y=-0.50, x=3.5) [&gt; fsolve({x+y=3., x-y=4.});       (y=-0.50, x=3.5)                     </pre>                                                                                                                                         |

|                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|---------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>dsolve(equ1)<br/>dsolve({equ1, equ2, ...})</p> | <p>หาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์<br/>หาผลเฉลยของระบบสมการเชิงอนุพันธ์</p> <pre>[&gt; ODE1:=diff(y(x),x)-y(x)=0: &gt; dsolve(ODE1);           y(x) = _C1 e^x &gt; dsolve(diff(y(x),x\$2)+y(x)=0);           y(x) = _C1 sin(x) + _C2 cos(x) &gt; ODE1:=diff(y(t),t)+x(t)=1: &gt; ODE2:=diff(x(t),t)-y(t)=t: &gt; dsolve({ODE1,ODE2}); (y(t) = _C2 sin(t) + _C1 cos(t) - t,  x(t) = -_C2 cos(t) + _C1 sin(t) + 2) &gt; dsolve({diff(y(t),t)+x(t)=1, diff(x(t),t)-4*y(t)=0}); (y(t) = _C1 sin(2 t) + _C2 cos(2 t),  x(t) = -2 _C1 cos(2 t) + 2 _C2 sin(2 t) + 1)</pre> |
|---------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

คำสั่งประมวลผล

| ฟังก์ชัน    | ความหมายและตัวอย่างการใช้งาน                                                                                                                                                              |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| eval        | ประมวลผลโดยการแทนค่า<br><pre>[&gt; p:=x^2+y^3+z^4: &gt; eval(p, {x=1,y=2,z=sin(t)});           9 + sin(t)^4</pre>                                                                         |
| evalf(x, n) | ประมวลผลค่าตัวเลขโดยการแทนค่า และแสดงผลด้วยตัวเลข<br>นัยสำคัญ n ตัว<br><pre>[&gt; [sin(Pi/4),evalf(sin(Pi/4),4)];           [ <math>\frac{\sqrt{2}}{2}</math>, 0.7070 ]</pre>             |
| evalm       | ประมวลผล และแสดงผลในรูปเมทริกซ์<br><pre>[&gt; A:=[[1,2],[3,4]];           A=[[1,2],[3,4]] &gt; 4*A;           [[4,8],[12,16]] &gt; evalm(4*A);           [ 4  8 ]           [12 16]</pre> |
| evalc       | ประมวลผลจำนวนเชิงซ้อน<br><pre>[&gt; [exp(4*I),evalc(exp(4*I))];           [ e<sup>(4 I)</sup>, cos(4) + sin(4) I ]</pre>                                                                  |

บทที่ 5.  
การเขียนโปรแกรมด้วยคำสั่งของ Maple

การทำงานใน Maple มีลักษณะของการทำงานที่ใกล้เคียงกัน ของ สูตรคล้ายฟังก์ชัน ฟังก์ชันจริงที่เรานิยาม สูตรตามความหมายทางคณิตศาสตร์ ฟังก์ชันที่นิยามสูตรในรูปแบบโปรแกรม และ โปรแกรมประยุกต์ใช้งาน

ตัวอย่างการกำหนดสูตรคล้ายฟังก์ชัน  $f :=$  สูตรในเทอมของตัวแปร

| ตัวอย่างการคำนวณ                                                                                                                                                                                                                                   | ความหมายและคำอธิบาย                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <pre>&gt; f:=x^2+2*x-3;       f=x<sup>2</sup>+2x-3 &gt; factor(f);       (x+3)(x-1) &gt; diff(f,x);       2x+2 &gt; int(f,x);       1/3 x<sup>3</sup>+x<sup>2</sup>-3x &gt; eval(f,{x=2});       5 &gt; f(2);       x(2)<sup>2</sup>+2x(2)-3</pre> | <p>การกำหนดแบบนี้<br/>หมายความว่าตัวแปร <math>f</math> มีค่าเป็นพหุนาม<br/>ตัวแปร <math>f</math> นี้สามารถทำการ แยกตัวประกอบ<br/>หาอนุพันธ์ ทำการอินทิเกรตได้<br/>หรือจะคำนวณค่า <math>f</math> เมื่อ <math>x = 2</math> ก็ได้ แต่ต้อง<br/>ใช้ <code>evalf</code> เข้ามาช่วย<br/>แต่พอจะคำนวณในความหมายของฟังก์ชัน<br/>ทางคณิตศาสตร์ <math>f(2)</math> จะไม่สามารถทำได้</p> |

ตัวอย่างการกำหนดสูตรฟังก์ชัน  $f := x \rightarrow \dots$  สูตรในเทอมของตัวแปร

| ตัวอย่างการคำนวณ                                                                                                                          | ความหมายและคำอธิบาย                                                                                                                                                                                                                                                           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <pre>&gt; f:=x-&gt;x^2+2*x-3;       f=x → x<sup>2</sup>+2x-3 &gt; factor(f);       f       (x+3)(x-1) &gt; diff(f(x),x);       2x+2</pre> | <p>การกำหนดแบบนี้<br/>มีหมายความว่า <math>f</math> เป็นฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์<br/>การแยกตัวประกอบ <code>factor(f)</code> จะทำไม่ได้<br/>ต้องใช้ <code>factor(f(x))</code> จึงจะใช้ได้<br/>การหาอนุพันธ์ก็ต้องพิมพ์ในความหมายของ<br/>ฟังก์ชันคือ <code>diff(f(x), x)</code></p> |



|                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <pre>&gt; int(f(x), x);       1 3       x  + x<sup>2</sup> - 3x       3 &gt; int(f(x), x=0..3);       9 &gt; [f(t), f(sin(t)), f(3)]; [t<sup>2</sup> + 2t - 3, sin(t)<sup>2</sup> + 2 sin(t) - 3, 12]</pre> | <p>การอินทิเกรต ต้องพิมพ์ในความหมายของฟังก์ชันคือต้องอ้างสูตรในรูปแบบ f(x) เสมอ เพราะ f(x) มีความหมายเป็นฟังก์ชัน เพราะฉะนั้น f(t) จึงเป็น t<sup>2</sup> + 2t - 3 และ f(sin(t)) จึงเป็น sin<sup>2</sup>(t) + 2sin(t) - 3 และ f(3) มีค่าเป็น 12</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

หมายเหตุ การเปลี่ยนฟังก์ชัน จากรูปแบบ f:= ... ให้เป็นฟังก์ชันในรูปแบบ f:=x->... ใช้คำสั่ง unapply

|                                                                                              |                                                                                                  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <pre>&gt; f:=x^2+2*x-3; &gt; f(2);       x(2)<sup>2</sup> + 2x(2) - 3</pre>                  | <p>หาค่า f(2) ไม่ได้เพราะว่ายังเป็นตัวแปร f ที่มีค่าเป็นสูตร ฟังก์ชัน x<sup>2</sup> + 2x - 3</p> |
| <pre>&gt; f:=unapply(f, x);       f:=x -&gt; x<sup>2</sup> + 2x - 3 &gt; f(2);       5</pre> | <p>หาค่า f(2) ได้แล้ว เพราะว่ขณะนี้ f เป็นฟังก์ชัน x<sup>2</sup> + 2x - 3</p>                    |

ตัวอย่างการกำหนด ฟังก์ชันที่นิยามสูตรในรูปแบบโปรแกรม

| ตัวอย่างการคำนวณ                                                                                                                                                                                                                                                                             | ความหมายและคำอธิบาย                                                                                                                                                                                                 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <pre>&gt; f:=proc(x):x^2+2*x-3:end;       f:=proc(x) x^2+2*x-3 end proc &gt; f(x);       x<sup>2</sup> + 2x - 3 &gt; diff(f(x), x);       2x + 2 &gt; factor(f(x));       (x + 3)(x - 1) &gt; [f(t), f(sin(t)), f(3)]; [t<sup>2</sup> + 2t - 3, sin(t)<sup>2</sup> + 2 sin(t) - 3, 12]</pre> | <p>การกำหนดฟังก์ชันในรูปแบบ f:= proc.....<br/>.....<br/>.....end<br/>ฟังก์ชัน f ที่ได้จะเหมือนกับการกำหนด f:=x-&gt; x<sup>2</sup> + 2x - 3<br/>การคำนวณ diff, int, factor และ การคำนวณค่าต่าง ๆ จะมีผลเหมือนกัน</p> |

หมายเหตุ การกำหนดฟังก์ชัน f:=proc...end นิยมใช้กับฟังก์ชันที่มีโครงสร้างซับซ้อน หรือต้องการให้ f ทำงานคล้าย ๆ กับโปรแกรมน้อยๆที่เรียกว่า procedure

ตัวอย่าง ฟังก์ชันหาค่าสูงสุด - ต่ำสุด

|                                                                                                                                                                                               |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <pre>&gt; fmax:=proc(a,b);       if a&lt;=b then b else a fi;       end;       fmax :=proc(a, b) if a ≤ b then b else a end if end proc &gt; fmax(4,3);       4 &gt; fmax(2,3);       3</pre> |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|

ตัวอย่าง ฟังก์ชันที่นิยามเป็นช่วง เช่น  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 2 \\ x^3, & x > 2 \end{cases}$

```
[> f:=proc(x);
 if x<=2 then x^2 else x^3 fi;
 end;
 f:=proc(x) if x ≤ 2 then x^2 else x^3 end if end proc
[> [f(-1), f(2), f(3)];
 [1, 4, 27]
```

หมายเหตุ การกำหนดฟังก์ชันที่นิยามเป็นช่วงสามารถใช้คำสั่ง piecewise

```
[> f:=x->piecewise(x<=2, x^2, x^3);
 f:=x → piecewise(x ≤ 2, x^2, x^3)
[> [f(-1), f(2), f(3)];
 [1, 4, 27]
```

การเขียนโปรแกรมโดยใช้คำสั่งต่าง ๆ ของ Maple จากแผนภูมิสายงาน

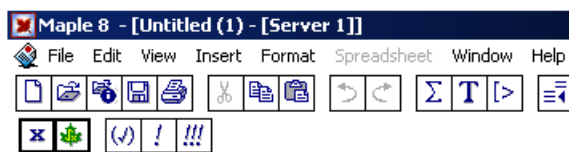


โปรแกรมที่ 1. การหาพื้นที่สามเหลี่ยมเมื่อกำหนดความยาวของด้าน a, b, c

ส่วนของ INPUT คือ การกำหนดค่า a, b, c

ส่วนประมวลผล คือ การคำนวณค่า s และ area

ส่วนแสดงผล คือ การพิมพ์ค่า area



ขั้นตอนการเขียนโปรแกรมมีดังนี้

ขั้นที่ 1. เข้าสู่การทำงานของ Maple

ขั้นที่ 2. พิมพ์โปรแกรม ด้วยคำสั่งต่าง ๆ ตามที่ต้องการ

| พิมพ์                                                                       | ผลบนจอภาพ                                                         |
|-----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| a:=3:<Shift>↵<br>หมายเหตุ 1. กด <Shift>↵<br>เพื่อขึ้นบรรทัดใหม่ โดยไม่คำนวณ | [> a:=3:<br> <br>จะเห็นว่า Cursor รอที่บรรทัดถัดไป โดยยังไม่คำนวณ |

|                                                                                                                               |                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <pre>b:=4:&lt;Shift&gt;↵ c:=5:&lt;Shift&gt;↵ s:=(a+b+c)/2:&lt;Shift&gt;↵ area:=sqrt(s*(s-a)*(s-b)*(s-c)):&lt;Shift&gt;↵</pre> | <pre>&gt; a:=3:    b:=4:    c:=5:    s:=(a+b+c)/2:    area:=sqrt(s*(s-a)*(s-b)*(s-c)):     </pre> |
| <pre>printf("area = %10.4f",area);↵</pre>                                                                                     | <pre>printf("area =%10.4f", area); area = 6.0000 ผลการคำนวณที่ได้ คือ area มีค่าเท่ากับ 6</pre>   |

ทดลองเปลี่ยนค่า a, b, c ใหม่เป็น a:=5, b:=12, c:=13 แล้วกด ↵ จะได้ผลการคำนวณใหม่ดังนี้

```
> a:=5:
 b:=12:
 c:=13:
 s:=(a+b+c)/2:
 area:=sqrt(s*(s-a)*(s-b)*(s-c)):
 printf("area =%10.4f", area);
area = 30.0000
```

### การบันทึกโปรแกรม

ขั้นที่ 1. คลิกที่คำสั่ง File\Save

ขั้นที่ 2. เลือกบันทึกชื่อตามต้องการ (สมมติต้องการบันทึกชื่อเป็น Findarea)

เมื่อเรา Save โปรแกรมแล้ว ชื่อชั่วคราว Untitled-1 จะเปลี่ยนเป็น Findarea.nb ต่อไปขอให้ปิดการทำงานของโปรแกรม Maple แล้วกลับเข้ามาใหม่อีกครั้ง เพื่อทดลองนำโปรแกรมเก่ากลับมาทำงาน

ขั้นที่ 1. เปิดแฟ้มโปรแกรมด้วยคำสั่ง File\Open จะได้เมนูย่อยของการเปิดแฟ้มข้อมูล

ขั้นที่ 2. พิมพ์ชื่อ Findarea เสร็จแล้วคลิก Open

แก้ไขค่า a, b, c ใหม่เช่น a:=10, b:=8, c:=6 แล้วกด ↵ จะได้ผลการคำนวณใหม่ดังนี้

```
> a:=10:
 b:=8:
 c:=6:
 s:=(a+b+c)/2:
 area:=sqrt(s*(s-a)*(s-b)*(s-c)):
 printf("area =%10.4f", area);
area = 24.0000
```

### โปรแกรมที่ 2. การหาพื้นที่สามเหลี่ยมเมื่อกำหนดพิกัดจุดยอด 3 จุด

หมายเหตุ เมื่อกำหนดจุดยอดของสามเหลี่ยม ABC มาให้  $A(x_0, y_0)$ ,  $B(x_1, y_1)$ ,  $C(x_2, y_2)$

$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยม} = \frac{1}{2} \left| \det \begin{pmatrix} x_1 - x_0 & y_1 - y_0 \\ x_2 - x_0 & y_2 - y_0 \end{pmatrix} \right| = \frac{1}{2} |(y_1 - y_0)(x_2 - x_0) - (x_1 - x_0)(y_2 - y_0)|$$

โปรแกรมการหาพื้นที่สามเหลี่ยมเมื่อกำหนดพิกัดจุดยอด 3 จุด เป็นดังนี้

```
> x0:=0:
 y0:=0:
 x1:=6:
 y1:=0:
 x2:=0:
 y2:=4:
 area:=(1/2)*abs((y1-y0)*(x2-x0)-(x1-x0)*(y2-y0)):
 printf("area = %10.4f",area);
area = 12.0000
```

คำสั่งต่าง ๆ ที่ควรทราบเพื่อใช้ในการเขียนโปรแกรมของ Maple

| คำสั่ง                                                                  | รูปแบบและหน้าที่                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|-------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| print<br>printf                                                         | ใช้พิมพ์ ข้อความ<br>ใช้พิมพ์ ข้อความ และ ตัวแปร ตัวอย่างเช่น<br><pre>&gt; print("text...");       "text..." &gt; printf("text..."); text... &gt; printf("%10.4f",sqrt(2.));       1.4142 &gt; printf("root = %10.4f",sqrt(2.)); root =      1.4142</pre> หมายเหตุ<br>%n.df เป็นรูปแบบการพิมพ์ เลขนัยสำคัญ n ตัว และทศนิยม d ตำแหน่ง                        |
| for...<br>from ...<br>by...<br>to...<br>while...<br>do<br>...<br>end do | for ตัวแปรเริ่มต้น เช่น i<br>from ค่าเริ่มต้นของตัวแปรในลูป for<br>by ค่าเพิ่มขึ้นสำหรับตัวแปร i (ถ้าไม่มี by i จะเพิ่มค่าที่ละ 1)<br>to ค่าของตัวแปรสิ้นสุด เช่น 12 แปลว่าลูป for หยุดทำงานเมื่อ i > 12<br>while เงื่อนไข ถ้าเงื่อนไขนี้เป็นเท็จ แล้วลูป for หยุดทำงาน<br>do<br>... กลุ่มของคำสั่งที่ต้องการทำงานในลูป for<br>end do จบการทำงานของลูป for |

ตัวอย่างที่ 1.

ไม่มีคำสั่ง by เพราะฉะนั้นตัวแปร i มีค่าเพิ่มครั้งละ 1

ตัวอย่างนี้ไม่มีการตรวจสอบเงื่อนไขของการทำงาน while

```
> for i from 5 to 9
 do print(i,i^2,i^3)
 end do:
 5, 25, 125
 6, 36, 216
 7, 49, 343
 8, 64, 512
 9, 81, 729
```

ตัวอย่างที่ 2.

มีคำสั่ง by กำหนดให้ตัวแปร i มีค่าเพิ่มครั้งละ 2 และไม่มีการตรวจสอบเงื่อนไขของการทำงาน while

```
> for i from 5 by 2 to 9
do print(i,i^2,i^3)
end do:
5, 25, 125
7, 49, 343
9, 81, 729
```

ตัวอย่างที่ 3.

มีคำสั่ง by กำหนดให้ตัวแปร i มีค่าเพิ่มครั้งละ 2 มีการตรวจสอบเงื่อนไขของการทำงาน while เพราะฉะนั้นโปรแกรมจึงหยุดทำงานเมื่อ i มีค่าถึง 7 และหยุดทำงานเมื่อ i เท่ากับ 9

```
> for i from 5 by 2 to 9 while i<8
do print(i,i^2,i^3)
end do:
5, 25, 125
7, 49, 343
```

| คำสั่ง                                                           | รูปแบบและหน้าที่                                                                                                                                                       |
|------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. if cond1 then comm1 fi                                        | 1. ถ้า เงื่อนไข cond1 เป็นจริง ให้ทำ comm1                                                                                                                             |
| 2. if cond1 then comm1<br>else comm2 fi                          | 2. ถ้า เงื่อนไข cond1 เป็นจริง ให้ทำ comm1<br>ถ้า เงื่อนไข cond1 เป็นเท็จ ให้ทำ comm2                                                                                  |
| 3. if cond1 then comm1<br>elif cond2 then comm3<br>else comm2 fi | 3. ถ้า เงื่อนไข cond1 เป็นจริง ให้ทำ comm1<br>ถ้า เงื่อนไข cond1 เป็นเท็จ และ cond2 เป็นจริง ให้ทำ comm3<br>ถ้า เงื่อนไข cond1 เป็นเท็จ และ cond2 เป็นเท็จ ให้ทำ comm2 |

ตัวอย่างเช่น

```
> if 4<5 then print("4 less than 5") fi;
"4 less than 5"

> if 4>5
then print("4 less than 5")
else print("4 greater than or equal to 5")
fi;
"4 greater than or equal to 5"

> x:=4:y:=4:
if x<y
then print("x less than y")
elif x=y then ("x equal to y")
else print("x greater than y")
fi;
"x equal to y"
```

โปรแกรมที่ 3. การหาราก  $f(x) = 0$  โดยใช้สูตรของนิวตัน  $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$  เมื่อกำหนดค่าเริ่มต้น  $x_0$

ตัวอย่าง การหารากของสมการ  $f(x) = x^2 - 2$ ,  $x_0 = 1$

```
> TOL:=10.0^(-20.):
Digits:=20:
f:=x->x^2-2.:
fpi:=x->2*x:
x(0):=1.:
x(1):=x(0)-f(x(0))/fpi(x(0)):
printf(" k x(k)"):
for k from 0 to 10
 while evalf(abs(x(k+1)-x(k)),20)>TOL
 do
 printf("%4.0f %20.15f \n",k,x(k)):
 x(k+1):=x(k)-f(x(k))/fpi(x(k)):
 end do:
```

ผลการคำนวณคือ

```
 k x(k)
 0 1.0000000000000000
 1 1.5000000000000000
 2 1.4166666666666667
 3 1.414215686274510
 4 1.414213562374690
```

เปรียบเทียบกับ  $\sqrt{2} = 1.4142135623730950488$

โปรแกรมที่ 4. การหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของสมการเชิงอนุพันธ์  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$  เมื่อกำหนด  $y(x_0) = y_0$

การหาค่าประมาณของ  $y(c)$  โดยวิธีของออยเลอร์

ตัวอย่าง  $\frac{dy}{dx} = xy$  และ  $y(1) = 1$  จงหาค่าประมาณของ  $y(1.5)$

```
> f:=(x,y)->x*y:
x(0):=1:
y(0):=1:
h:=0.1:
c:=1.5:
n:=(c-x(0))/h:
i:=0:
printf(" i x(i) y(i)"):
printf("%6.0f %6.2f %16.10f\n",i,x(i),y(i)):
for i from 1 by 1 to n
 do
 x(i):=x(i-1)+h:
 y(i):=y(i-1)+h*f(x(i-1),y(i-1)):
 printf("%6.0f %6.2f %16.10f\n",i,x(i),y(i))
 end do:
```

ผลการทำงานของโปรแกรม

| i | x(i) | y(i)         |
|---|------|--------------|
| 0 | 1.00 | 1.0000000000 |
| 1 | 1.10 | 1.1000000000 |
| 2 | 1.20 | 1.2210000000 |
| 3 | 1.30 | 1.3675200000 |
| 4 | 1.40 | 1.5452976000 |
| 5 | 1.50 | 1.7616392640 |

เพราะฉะนั้นค่าประมาณของ  $y(1.5)$  คือ 1.7616392640

ถ้าต้องการความถูกต้องมากขึ้น ต้องลดขนาดของ  $h$  ให้เล็กลงเช่น  $h = 0.01, 0.001, \dots$

หมายเหตุ การหาค่าจริงของ  $y(1.5)$  เมื่อ  $\frac{dy}{dx} = xy$  และ  $y(1) = 1$

```
[> dsolve([diff(y(x),x)-x*y(x)=0,y(1)=1]);
```

$$y(x) = \frac{e^{\left(\frac{x^2}{2}\right)}}{e^{\left(\frac{1}{2}\right)}}$$

```
[> y:=x->exp(x^2/2.)/exp(1/2.);
```

```
[> y(1.5);
```

1.868245957

ผลของคำสั่ง dsolve จะได้คำตอบ  $y(x) = e^{\frac{x^2-1}{2}}$  และ  $y(1.5) = 1.868245957$

บทที่ 6.  
การคำนวณคณิตศาสตร์ ม. ปลาย ด้วย Maple

ในบทนี้จะเป็นการนำความสามารถของ Maple มาใช้ในการคำนวณเพื่อเสริมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายโดยจำแนกเนื้อหาคณิตศาสตร์ตามระดับ ม. 4 – ม. 6

**6.1 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 011**

1. การคำนวณเบื้องต้น บวก ลบ คูณ หาร เลขยกกำลัง และการหารากที่ 2
2. การคำนวณค่าในรูปแบบตาราง การกำหนดสูตรฟังก์ชันและการคำนวณค่า
3. การเขียนกราฟฟังก์ชัน
4. การเปลี่ยนเลขฐาน 8 เลขฐาน 16 เป็นเลขฐาน 10 และการคำนวณ
5. การแยกตัวประกอบพหุนาม และการกระจายพหุนาม
6. การหาคำตอบของสมการพหุนาม

**ตัวอย่างการคำนวณ**

1. การคำนวณเบื้องต้น บวก ลบ คูณ หาร เลขยกกำลัง และการหารากที่ 2

```
[> [4+5, 4-5, 2*3, 2/3, 2/3., 2.5^3, sqrt(2), sqrt(2.)];
 [9, -1, 6, 2/3, 0.6666666667, 15.625, sqrt(2), 1.414213562]
```

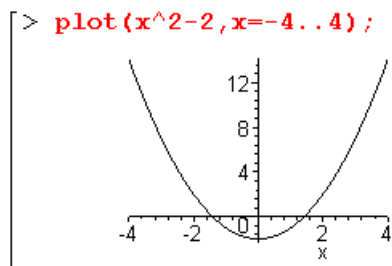
2. การคำนวณค่าในรูปแบบตาราง การกำหนดสูตรฟังก์ชันและการคำนวณค่า

```
[> f:=x->x^3:
 [f(1), f(-2), f(f(2))];
 [1, -8, 512]

 [> f:=x->x^2:
 for i to 4 do printf("%4.0f %4.2f\n", i, f(i)) end do;
 1 1.00
 2 4.00
 3 9.00
 4 16.00
```



## 3. การเขียนกราฟฟังก์ชัน



## 4. การเปลี่ยนตัวเลขในฐานต่าง ๆ ระหว่าง เลขฐาน 2 เลขฐาน 16 และ เลขฐาน 10

```
> [convert(18,binary),convert(18,octal),convert(18,hex)];
 [10010, 22, 12]
> [convert("10010",decimal,2),convert("22",decimal,octal)];
 [18, 18]
> convert("12",decimal,hex);
 18
```

## 5. การแยกตัวประกอบ และ กระจายพหุนาม

```
> factor(x^2-2*x-3);
 (x+1)(x-3)
> expand((x+1)*(x-3));
 x^2-2x-3
```

6. การหาคำตอบของสมการพหุนาม เช่นการหารากของ  $x^2 - 2 = 0$ 

```
> solve(x^2-2=0);
 sqrt(2),-sqrt(2)
> p:=x^4-1:
> fsolve(p,x);
 -1., 1.
> fsolve(p,x,complex);
 -1., -1. I, 1. I, 1.
```

## 6.2 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 012

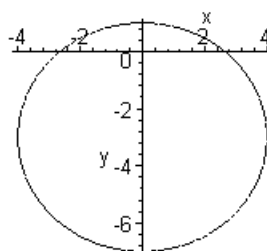
1. การเขียนกราฟ วงกลม พาราโบลา วงรี ไฮเพอร์โบลา
2. การคำนวณค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ sin, cos, tan, sec, cosec, cot
3. กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$
4. การหาค่าสถิติเบื้องต้นเช่น ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ความแปรปรวน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

## ตัวอย่างการคำนวณ

1. การเขียนกราฟ วงกลม พาราโบลา วงรี ไฮเพอร์โบลา

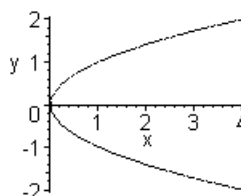
การเขียนกราฟของวงกลม  $x^2 + (y + 3)^2 = 16$

```
[> with(plots):
 implicitplot(x^2 + (y+3)^2 = 16,x=-4..4,y=-7..1);
```



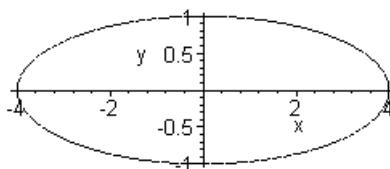
การเขียนกราฟของพาราโบลา  $y^2 = x$

```
[> implicitplot(y^2=x,x=0..4,y=-4..4);
```



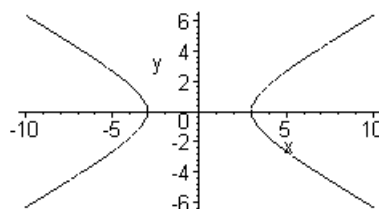
การเขียนกราฟของวงรี  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{1} = 1$

```
[> with(plots):
 implicitplot(x^2/16+y^2=1,x=-4..4,y=-1..1);
```



การเขียนกราฟของไฮเพอร์โบลา  $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = 1$

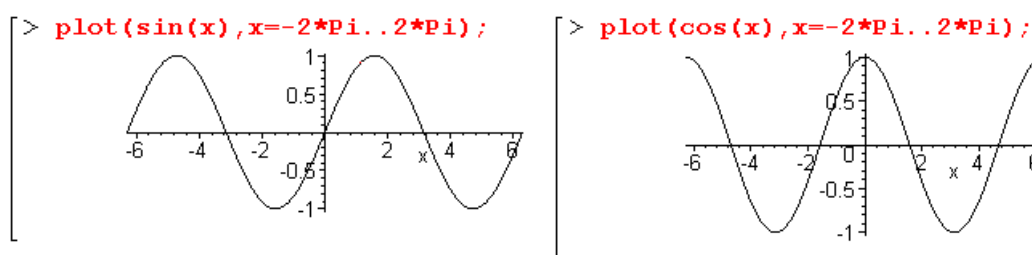
```
[> with(plots):
 implicitplot(x^2/9-y^2/4=1,x=-10..10,y=-10..10);
```



2. การคำนวณค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ sin, cos, tan, sec, cosec, cot

```
[> [sin(Pi/3), cos(Pi/3), tan(Pi/3), sec(Pi/3), csc(Pi/3), cot(Pi/3)];
 [sqrt(3)/2, 1/2, sqrt(3), 2, 2/sqrt(3), sqrt(3)/3]
[> [evalf(sin(Pi/3), 6), evalf(cos(Pi/4), 8), evalf(tan(Pi/6), 10)];
 [0.866025, 0.70710680, 0.5773502693]
```

3. กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ เช่น  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$



4. การหาค่าสถิติของข้อมูล

```
[> with(stats):
[> x:=[1,2,3,4,5,15];
 x=[1, 2, 3, 4, 5, 15]
[> describe[mean](x);
 5
[> [describe[sumdata](x), describe[median](x)];
 [30, 7/2]
[> [describe[standarddeviation](x), describe[variance](x)];
 [sqrt(195)/3, 65/3]
```

### 6.3 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 013

1. การคำนวณค่า และการเขียนกราฟของ  $y = a^x$  และ  $y = \log_a x$  การทำตารางค่า log และ เลขยกกำลัง
2. การคำนวณค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน
3. กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน
4. การคำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์

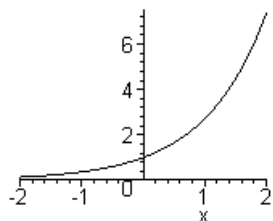
#### ตัวอย่างการคำนวณ

1. การคำนวณค่า และการเขียนกราฟของ  $y = a^x$  และ  $y = \log_a x$  การทำตารางค่า log และ เลขยกกำลัง

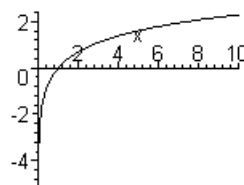
```
[> [exp(1), exp(1.), exp(2), exp(2.)];
 [e, 2.718281828, e^2, 7.389056099]
```

```
> [log(2), log(2.), log10(2), log10(2.)];
 [ln(2), 0.6931471806, $\frac{\ln(2)}{\ln(10)}$, 0.3010299957]
```

```
> plot(exp(x), x=-2..2);
```



```
> plot(log(x), x=0..10);
```



```
> printf(" i exp(i) log(i)");
for i from 1 by 2 to 5
do
printf("%4.0f %14.8f %15.8f\n", i, exp(i), log(i));
end do;
i exp(i) log(i)
1 2.71828183 0.00000000
3 20.08553692 1.09861229
5 148.41315910 1.60943791
```

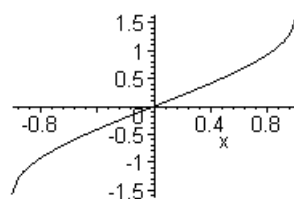
## 2. การคำนวณค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน

```
> [arcsin(1), arccos(1/2), arctan(1), arctan(1.0)];
 [$\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{4}$, 0.7853981634]
```

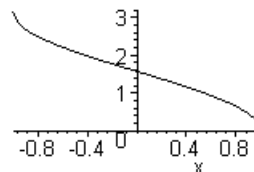
```
> [arccsc(1), arcsec(2), arccot(1), arccot(1.0)];
 [$\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{4}$, 0.7853981634]
```

## 3. กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน

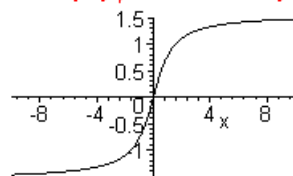
```
> plot(arcsin(x), x=-1..1);
```



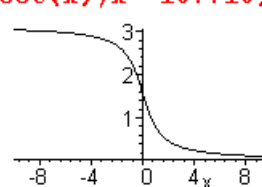
```
> plot(arccos(x), x=-1..1);
```

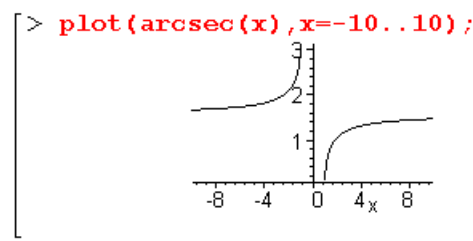
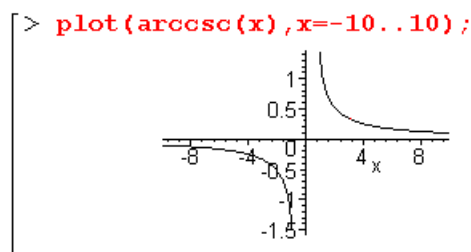


```
> plot(arctan(x), x=-10..10);
```



```
> plot(arccot(x), x=-10..10);
```





#### 4. การคำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์

การบวกเมทริกซ์ การคูณเมทริกซ์ สเกลาร์คูณเมทริกซ์ ค่ากำหนดของเมทริกซ์

```
> A := <<1,3>|<2,4>>;
 A := [1 2]
 [3 4]
> B := <<2,0>|<0,4>>;
 B := [2 0]
 [0 4]
> [A+B, A.B, 4*A, A^2, A^(-1)];
 [[3 2] [2 8] [4 8] [7 10] [-2 1]]
 [[3 8] [6 16] [12 16] [15 22] [3/2 -1/2]]
> with(linalg):
> [det(A), transpose(A), inverse(A), adjoint(A)];
 -2, [1 3] [-2 1] [4 -2]
 [2 4] [3/2 -1/2] [-3 1]
```

การหาผลเฉลยของระบบสมการ  $2x + 3y = 2$   
 $5x + 8y = 1$

```
> solve({2*x+3*y=2, 5*x+8*y=1});
 (y = -8, x = 13)
```

การแปลงแถวเมทริกซ์ โดยใช้คำสั่ง with(LinearAlgebra) เรียก package การคำนวณเกี่ยวกับการแปลงแถว

RowOperation(A, i, k) คือแถวที่ i ถูกคูณด้วยค่าคงตัว k

RowOperation(A, [i, j], inplace = true) คือการสลับแถว i กับ j

RowOperation(A, [i, j], k) คือแถวที่ i ถูกบวกด้วย k เท่าของแถวที่ j

```
> A := <<1,3>|<2,4>>;
 A := [1 2]
 [3 4]
> RowOperation(A, [1,2], 10);
 [31 42]
 [3 4]
> with(LinearAlgebra):
> A := <<1,3>|<2,4>>;
 A := [1 2]
 [3 4]
> RowOperation(A, 1,2);
 [2 4]
 [3 4]
```

```
> A := <<1,3>|<2,4>>;
 A := [1 2]
 [3 4]
> RowOperation(A, [1,2], inplace=true);
 [3 4]
 [1 2]
```

#### 6.4 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 014

1. การบวกและลบเวกเตอร์ สเกลาร์คูณเวกเตอร์ ผลคูณเชิงสเกลาร์ ขนาดของเวกเตอร์
2. การบวกและลบจำนวนเชิงซ้อน ค่าสัมบูรณ์ อาร์กิวเมนต์ ส่วนจริง และ ส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อน
3. การหาค่าสถิติของข้อมูล

##### ตัวอย่างการคำนวณ

1. การบวกและลบเวกเตอร์ สเกลาร์คูณเวกเตอร์ ผลคูณเชิงสเกลาร์ ขนาดของเวกเตอร์

```
[> with(LinearAlgebra):
> u:=-3,4>;
 u = $\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$
> v:=-5,12>;
 v = $\begin{bmatrix} 5 \\ 12 \end{bmatrix}$
> [u-v, u+v, 4*u, u.v, sqrt(u.u)];
 $\left[\begin{bmatrix} -8 \\ -8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 16 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -12 \\ 16 \end{bmatrix}, 33, 5 \right]$
```

2. การบวกและลบจำนวนเชิงซ้อน ค่าสัมบูรณ์ อาร์กิวเมนต์ ส่วนจริง และ ส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อน

```
[> z:=3+4*I;
 z = $3 + 4I$
> w:=5+12*I;
 w = $5 + 12I$
> [z+w, 4*z, z*w, abs(z), argument(z), Re(z), Im(z), conjugate(z)];
 $\left[8 + 16I, 12 + 16I, -33 + 56I, 5, \arctan\left(\frac{4}{3}\right), 3, 4, 3 - 4I \right]$
```

3. การหาค่าสถิติของข้อมูล

```
[> with(stats):
> x:=[2,3,2,4,2,1,6];
 x = $[2, 3, 2, 4, 2, 1, 6]$
> describe[range](x);
 1..6
> [describe[mean](x), describe[median](x), describe[mode](x)];
 $\left[\frac{20}{7}, 2, 2 \right]$
> [describe[variance](x), describe[standarddeviation](x)];
 $\left[\frac{118}{49}, \frac{\sqrt{118}}{7} \right]$
```

## 6.5 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 015

1. การหาขีดจำกัดของลำดับ การหาผลบวกของอนุกรม และ สูตรผลบวกของอนุกรม
2. การหาขีดจำกัดของฟังก์ชัน และอนุพันธ์ของฟังก์ชัน และ อนุพันธ์อันดับสูง และการเขียนกราฟของ  $f, f'$
3. การหาค่าอินทิกรัล การหาสูตรอินทิกรัล และ การหาพื้นที่ใต้โค้ง

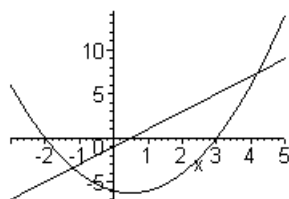
## ตัวอย่างการคำนวณ

1. การหา ลำดับ ขีดจำกัดของลำดับ ผลบวกของอนุกรม และ สูตรผลบวกของอนุกรม

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <pre>&gt; seq(2*n+3, n=1..10);       5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23 &gt; limit((2*n+1)/(3*n+2), n=infinity);       2       3 &gt; [sum(i, i=1..10), sum(i^2, i=1..10)];       [55, 385] &gt; [sum(i, i=1..n), factor(sum(i, i=1..n))];       [(n+1)^2 - n - 1, n(n+1)] &gt; [sum(1/(n*(n+2)), n=1..infinity)];       [3/4]</pre> | $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{3n+2} = \frac{2}{3}$ $\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$ $\sum_{i=1}^n \frac{1}{n(n+2)} = \frac{3}{4}$ |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

2. การหาขีดจำกัดของฟังก์ชัน อนุพันธ์ของฟังก์ชัน และ อนุพันธ์อันดับสูง และการเขียนกราฟของ  $f, f'$

```
> limit(x^2+x+1, x=1);
 3
> f:=x->x^2-x-6;
 f:=x -> x^2 - x - 6
> D(f)(x);
 2x-1
> [D(f)(-2), D(f)(2), D(f)(t)];
 [-5, 3, 2t-1]
> g:=x->x^4;
 g:=x -> x^4
> [(D@@2)(g), diff(g(x), x, x), diff(g(x), x$2)];
 [x -> 12x^2, 12x^2, 12x^2]
> plot([f(x), D(f)(x)], x=-3..5);
```



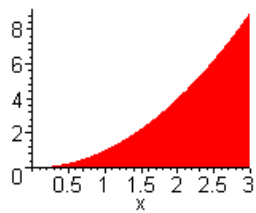
3. การหาค่าอินทิกรัล การหาสูตรอินทิกรัล และการหาพื้นที่

```
[> integrate(x^2,x);
 x^3

 3
[> integrate(x^2,x=0..1);
 1

 3
[> integrate(x^2,x=a..b);
 b^3 - a^3

 3 3
[> plot(x^2,x=0..3,filled=true);
[> integrate(x^2,x=0..3);
 9
```



6.6 เสริมการคำนวณคณิตศาสตร์ ค. 016

1. การคำนวณ  $n!$ ,  ${}^n P_r$ ,  ${}^n C_r$  และ การกระจายทวินาม
2. กราฟแผนภาพการกระจายของข้อมูล
3. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

ตัวอย่างการคำนวณ

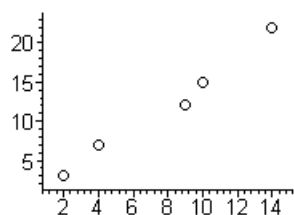
1. การคำนวณ  $n!$ ,  ${}^n P_r$ ,  ${}^n C_r$  และ การกระจายทวินาม

```
[> [0!,5!,5!/(3!*2!)];
 [1,120,10]
[> nCr:=(n,r)->n!/(r!*(n-r)!);
[> nCr(5,2);
 10
[> nPr:=(n,r)->n!/(n-r)!;
[> nPr(5,2);
 20
[> expand((a+b)^4);
 a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4
```

2. กราฟแผนภาพการกระจายของข้อมูล ตัวอย่างข้อมูลเช่น

| x  | y  |
|----|----|
| 2  | 3  |
| 4  | 7  |
| 9  | 12 |
| 10 | 15 |
| 14 | 22 |

```
[> with(stats):
[> x:=[2,4,9,10,14]:
[> y:=[3,7,12,15,22]:
[> statplots[scatterplot](x,y,symbol=circle,symbolsize=15);
```





3. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

```
[> with(stats):
> fit[leastsquare][x,y]([[2,4,9,10,14], [3,7,12,15,22]]);
y = 23/464 + 699x/464
```

สมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลคือ  $y = \frac{699}{464}x + \frac{23}{464} = 1.50647x + 0.049596$

**6.7 Maple กับการเฉลยข้อสอบคณิตศาสตร์ Entrance**

ข้อสอบคณิตศาสตร์ 1. มีนาคม 2546 ข้อ 18.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} [\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} - \sqrt{(1+x)(1-x^2)} + \sqrt{(1-x)(1-x^2)}]$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1. 0
- 2.  $\frac{1}{4}$
- 3.  $\frac{1}{2}$
- 4. 1

การคำนวณด้วย Maple

```
[> limit((sqrt(1+x)-sqrt(1-x)-sqrt((1+x)*(1-x^2))+sqrt((1-x)*(1-x^2)))/x^3,x=0);
1/2
```

เพราะฉะนั้นตอบข้อ 3.

ข้อสอบคณิตศาสตร์ 2. มีนาคม 2546 ข้อ 11.

ถ้า  $\frac{1}{1-\sin x} + \frac{1}{1+\sin x} = 8$  โดยที่  $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$  แล้ว  $\sin x + \cos 2x + \tan 3x$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1.  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$
- 2.  $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$
- 3.  $\frac{-\sqrt{3}-1}{2}$
- 4.  $\frac{-\sqrt{3}+1}{2}$

การคำนวณด้วย Maple

```
[> x:=evalf(RootOf(1/(1-sin(x))+1/(1+sin(x))=8,x,Pi..3*Pi/2));
x = 4.188790205
> sin(x)+cos(2*x)+tan(3*x);
-1.366025398
> [(sqrt(3.)-1)/2,(sqrt(3.)+1)/2,(-sqrt(3.)-1)/2,(-sqrt(3.)+1)/2];
[0.3660254040, 1.366025404, -1.366025404, -0.3660254040]
```

เพราะฉะนั้นตอบข้อ 3.

ข้อสอบคณิตศาสตร์ 1. มีนาคม 2545 ข้อ 2.

$-\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ - \sin^2 3^\circ + \dots - \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

การคำนวณด้วย Maple

```
[> simplify(sum((-1)^n*(sin(n/180*Pi))^2,n=1..90));
1/2
```

เพราะฉะนั้น  $-\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ - \sin^2 3^\circ + \dots - \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$  มีค่าเท่ากับ 0.5

บทที่ 7.

เสริมการคำนวณระดับอุดมศึกษาด้วย Maple

ในระดับอุดมศึกษามีปัญหาทางด้านการคำนวณมากมาย หากนักเรียน นิสิต นักศึกษา หรือ อาจารย์ผู้สอน ได้นำความสามารถของโปรแกรมสำเร็จรูป Maple มาใช้ในการคำนวณก็จะทำให้เกิดประโยชน์อย่างมาก ในบทนี้จึงได้ยกตัวอย่างการคำนวณทางคณิตศาสตร์ระดับอุดมศึกษา จำแนกเป็นกลุ่มต่าง ๆ ดังนี้

1. แคลคูลัส
2. สมการเชิงอนุพันธ์
3. การวิเคราะห์เชิงตัวเลข
4. พีชคณิตเชิงเส้น
5. สถิติและความน่าจะเป็น
6. คณิตศาสตร์ขั้นสูง

7.1 เสริมการคำนวณแคลคูลัสด้วย Maple

7.1.1 การคำนวณค่าลิมิต

```
[> limit((sqrt(x+4)-2)/x, x=0);
 1
 4
> limit(sqrt(x^2-4)/(x+4), x=infinity);
 1
> limit(abs(x)/x, x=0, left);
 -1
> limit(abs(x)/x, x=0, right);
 1
```

7.1.2 การหาอนุพันธ์ อนุพันธ์อันดับสูง และ อนุพันธ์ย่อย

```
[> f:=x->x^4;
 f=x → x^4
> D(f);
 x → 4x^3
> D(f)(x);
 4x^3
> diff(f(x), x);
 4x^3
> diff(f(x), x, x);
 12x^2
> diff(f(x), x$2);
 12x^2
> [(D(f))(2), (D(D(f)))(3)];
 [32, 108]
> f:=(x, y)->x^4*y^3;
 f=(x, y) → x^4 y^3
> diff(f(x, y), x, y);
 12x^3 y^2
> diff(f(x, y), x, x, y, y);
 72x^2 y
> diff(f(x, y), x$2, y$2);
 72x^2 y
> [D[1](f), (D[1](f))(1, 2)];
 [(x, y) → 4x^3 y^3, 32]
> [D[2](f), (D[2](f))(1, 2)];
 [(x, y) → 3x^4 y^2, 12]
> D[2](D[1](f));
 (x, y) → 12x^3 y^2
```

## 7.1.3 การคำนวณปริพันธ์ ผลการคำนวณเป็นสูตร และ ผลการคำนวณเป็นตัวเลข

```

[> integrate(x^2,x);
 x^3

 3
[> integrate(x^2,x=0..1);
 1

 3

[> integrate(integrate(x^2*y^3,x),y);
 x^3 y^4

 12
[> integrate(integrate(x^2*y^3,x=0..2),y=0..3);
 54

```

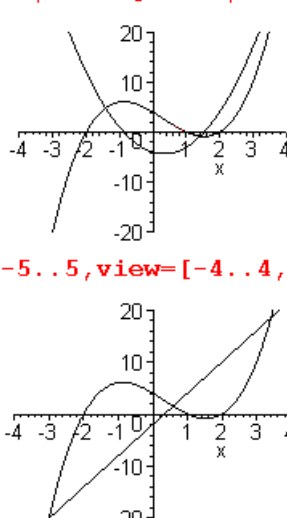
7.1.4 กราฟของฟังก์ชัน  $f$ ,  $f'$  และ  $f''$ 

```

[> f:=x->x^3-x^2-4*x+4;
[> plot([f(x),(D(f))(x)],x=-5..5,view=[-4..4,-20..20]);

[> plot([f(x),(D(D(f)))(x)],x=-5..5,view=[-4..4,-20..20]);

```


7.1.5 การหาผลบวกรีมันน์ (Riemann sum) เช่นผลบวกรีมันน์ของ  $f(x) = x^2 - 4x + 6$  บนช่วง  $[1, 3]$ 

```

[> f:=x->x^2-4*x+6;
n:=10;
a:=1;
b:=3;
h:=(b-a)/n;
s:=0;
for i from 1 by 1 to n
do xi:=a+(i-1)*h;
s:=s+h*f(xi);
end do;
printf("Riemann sum = %9.6f",s);
Riemann sum = 4.680000
[> int(f(x),x=1..3);
 4.666666667

[> f:=x->x^2-4*x+6;
n:=100;
a:=1;
b:=3;
h:=(b-a)/n;
s:=0;
for i from 1 by 1 to n
do xi:=a+(i-1)*h;
s:=s+h*f(xi);
end do;
printf("Riemann sum = %10.6f",s);
Riemann sum = 4.666800

```

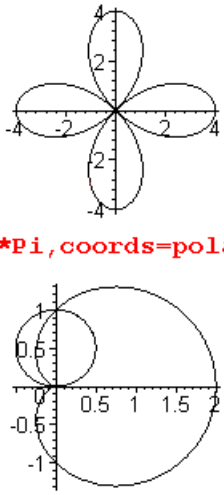
หมายเหตุ ค่าของ  $\int_1^3 (x^2 - 4x + 6)dx = \frac{14}{3}$

7.1.6 การแทนฟังก์ชันด้วยพหุนามเทย์เลอร์ เช่น พหุนามเทย์เลอร์ของ  $\sin(x)$ ,  $\arctan(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $\ln(x)$

```
[> taylor(sin(x), x, 7);
 x - 1/6 x^3 + 1/120 x^5 + O(x^7)
> taylor(arctan(x), x, 7);
 x - 1/3 x^3 + 1/5 x^5 + O(x^7)
> series(cos(x), x, 7);
 1 - 1/2 x^2 + 1/24 x^4 - 1/720 x^6 + O(x^7)
> series(log(x), x=1, 3);
 x - 1 - 1/2 (x-1)^2 + O((x-1)^3)
```

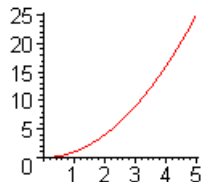
7.1.7 การเขียนกราฟในพิกัดเชิงขั้ว ตัวอย่างเช่นกราฟของ  $r = 4\cos(2t)$  และ  $r = 1 + \cos t$ ,  $r = \sin(t)$

```
[> with(plots):
> plot(4*cos(2*t), t=0..2*Pi, coords=polar);
> plot([1+cos(t), sin(t)], t=0..2*Pi, coords=polar);
```



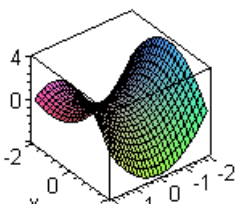
7.1.8 การเขียนกราฟสมการพาราเมตริก เช่นกราฟของ  $r(t) = (t, t^2)$  บนช่วง  $0 < t < 5$

```
[> plot([t, t^2, t=0..5]);
```



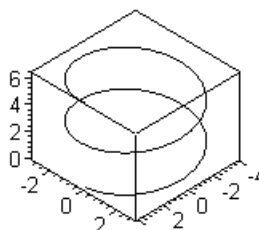
7.1.9 การเขียนกราฟ 3 มิติ เช่น กราฟของ  $z = x^2 - y^2$

```
[> plot3d(x^2-y^2, x=-2..2, y=-2..2);
```



## 7.1.10 การเขียนกราฟของสมการพาราเมตริกใน 3 มิติ

```
> spacecurve([4*cos(t), 3*sin(t), t/2], t=0..4*Pi, colour=black);
```



## 7.1.11 การเขียนกราฟแบบแรเงาและการหาพื้นที่

```
> plot(sin(x), x=0..Pi, filled=true);
```



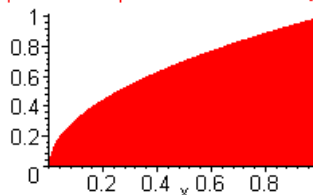
```
> integrate(sin(x), x=0..Pi);
```

$$2$$

```
> integrate(sqrt(x), x=0..1);
```

$$\frac{2}{3}$$

```
> plot(sqrt(x), x=0..1, filled=true);
```

7.1.12 การหา  $\frac{dy}{dx}$  ของฟังก์ชันที่นิยามโดยนัย ตัวอย่างเช่น ความสัมพันธ์  $x^2 + y^2 - xy + 4x - 2y = 0$ 

```
> equ1:=x^2+y^2-x*y+4*x-2*y;
```

$$equ1 := x^2 + y^2 - xy + 4x - 2y$$

```
> equ2:=subs(y=y(x), equ1);
```

$$equ2 := x^2 + y(x)^2 - x y(x) + 4x - 2y(x)$$

```
> equ3:=diff(equ2, x);
```

$$equ3 := 2x + 2y(x) \left( \frac{d}{dx} y(x) \right) - y(x) - x \left( \frac{d}{dx} y(x) \right) + 4 - 2 \left( \frac{d}{dx} y(x) \right)$$

```
> dybydx:=solve(equ3, diff(y(x), x));
```

$$dybydx = \frac{2x - y(x) + 4}{-2y(x) + x + 2}$$

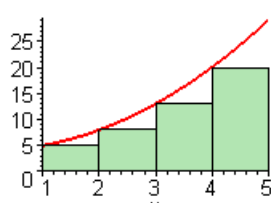
เพราะฉะนั้น  $\frac{dy}{dx} = \frac{2x - y + 4}{-2y + x + 2}$

หมายเหตุ subs เป็นคำสั่งให้แทนค่าที่กำหนดลงในสมการหรือสูตรที่ต้องการ

7.1.13 การประมาณค่าอินทิกรัลโดยใช้ผลบวกรีมันน์ จำแนกเป็นผลบวกซ้าย (left sum) ผลบวกขวา (right sum) และ ผลบวกจุดกึ่งกลาง (middle sum) ตัวอย่างเช่น กำหนดให้  $f(x) = x^2 + 4$  บนช่วง  $[1, 5]$

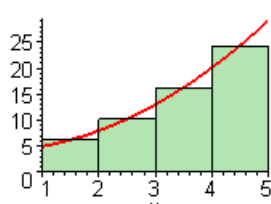
- กำหนดฟังก์ชัน
- เรียก package การเขียนกราฟ
- เรียก package student
- คำสั่ง `leftbox(f(x), x=a..b, n)`  
เขียนกราฟแท่งแสดงพื้นที่ใต้โค้ง  $y = f(x)$  บนช่วง  $[a, b]$  โดยแบ่งช่องย่อยออกเป็น  $n$  ส่วน และใช้ความสูงของแท่งที่เหลี่ยมจากค่าฟังก์ชันของจุดทางซ้ายของช่วงย่อย
- `leftsum(f(x), x=a..b, n)` เป็นคำสั่งหาผลบวกของพื้นที่ที่เหลี่ยมทั้งหมดที่เกิดจากคำสั่ง `leftbox(f(x), x=a..b, n)`

```
[> f:=x->x^2+4;
> with(plots):
> with(student):
> leftbox(f(x), x=1..5, 4);
```



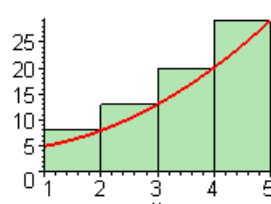
```
> leftsum(f(x), x=1..5, 4);
 3
 ∑ ((1+i)^2 + 4)
 i=0
> evalf(leftsum(f(x), x=1..5, 4));
46.
```

```
> middlebox(f(x), x=1..5, 4);
```



```
> middlesum(f(x), x=1..5, 4);
 3
 ∑ ((3/2+i)^2 + 4)
 i=0
> evalf(middlesum(f(x), x=1..5, 4));
57.000000000
```

```
> rightbox(f(x), x=1..5, 4);
```

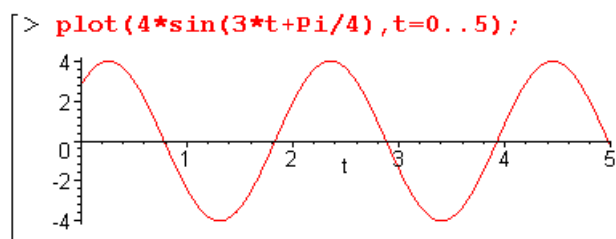


```
> rightsum(f(x), x=1..5, 4);
 4
 ∑ ((1+i)^2 + 4)
 i=1
> evalf(rightsum(f(x), x=1..5, 4));
70.
```

- คำสั่ง `middlebox(f(x), x=a..b, n)` เขียนกราฟแท่งแสดงพื้นที่ใต้โค้ง  $y = f(x)$  บนช่วง  $[a, b]$  โดยแบ่งช่องย่อยออกเป็น  $n$  ส่วน และใช้ความสูงของแท่งที่เหลี่ยมจากค่าฟังก์ชันของจุดกึ่งกลางของช่วงย่อย
- `middlesum(f(x), x=a..b, n)` เป็นคำสั่งหาผลบวกของพื้นที่ที่เหลี่ยมทั้งหมดที่เกิดจากคำสั่ง `middlebox(f(x), x=a..b, n)`
- คำสั่ง `rightbox(f(x), x=a..b, n)` เขียนกราฟแท่งแสดงพื้นที่ใต้โค้ง  $y = f(x)$  บนช่วง  $[a, b]$  โดยแบ่งช่องย่อยออกเป็น  $n$  ส่วน และใช้ความสูงของแท่งที่เหลี่ยมจากค่าฟังก์ชันของจุดทางขวาของช่วงย่อย
- `rightsum(f(x), x=a..b, n)` เป็นคำสั่งหาผลบวกของพื้นที่ที่เหลี่ยมทั้งหมดที่เกิดจากคำสั่ง `rightbox(f(x), x=a..b, n)`

7.2 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับสมการเชิงอนุพันธ์ด้วย Maple

7.2.1 กราฟของการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิก



7.2.2 การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์  $\frac{dx}{dt} - 2tx = t$

```
> dsolve(diff(x(t), t) - 2*t*x(t) = t);
x(t) = -1/2 + e^(t^2) _C1
```

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์  $x'' + 4x = 0$

```
> dsolve(diff(x(t), t$2) + 4*x(t) = 0);
x(t) = _C1 sin(2 t) + _C2 cos(2 t)
```

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์  $y'' + 4y' - 5y = 2 + e^{3x} + \sin(x)$

```
> dsolve(diff(y(x), x, x) + 4*diff(y(x), x) + 4*y(x) = 2 + exp(3*x) + sin(x));
y(x) = e^(-2 x) _C2 + e^(-2 x) x _C1 + 1/2 + 1/25 e^(3 x) - 4/25 cos(x) + 3/25 sin(x)
```

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์  $y'' = x \sin x, y'(0) = 2, y(0) = -1$  อย่างเป็นขั้นเป็นตอน

แต่ละขั้นตอนมีความหมายดังนี้

- |                                                                                                   |   |                                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. solution1 ได้จากการอินทิเกรต $x \sin x$ แต่ไม่มีค่าคงตัว                                       | ① | <pre>&gt; solution1 := int(x*sin(x), x); solution1 := sin(x) - x cos(x)</pre>                             |
| 2. เพราะว่า $y'(0) = 2$ เพราะฉะนั้นแทนค่า $x = 0$ ใน solution1 จะได้ว่า yprime ต้องมีค่าเท่ากับ 2 | ② | <pre>&gt; yprime := solution1 - subs(x=0, solution1) + 2; yprime := sin(x) - x cos(x) - sin(0) + 2</pre>  |
| 3. แสดงสูตรของ $y'(x)$                                                                            | ③ | <pre>&gt; yprime; sin(x) - x cos(x) + 2</pre>                                                             |
| 4. solution1 ได้จากการอินทิเกรต $\sin x - x \cos x + 2$ แต่ไม่มีค่าคงตัว                          | ④ | <pre>&gt; solution2 := int(yprime, x); solution2 := -2 cos(x) - x sin(x) + 2 x</pre>                      |
| 5. เพราะว่า $y(0) = -1$ เพราะฉะนั้นแทนค่า $x = 0$ ใน solution2 จะได้ว่า y ต้องมีค่าเท่ากับ -1     | ⑤ | <pre>&gt; y := solution2 - subs(x=0, solution2) - 1; y := -2 cos(x) - x sin(x) + 2 x + 2 cos(0) - 1</pre> |
| 6. พิมพ์สูตรของ y ที่ต้องการ                                                                      | ⑥ | <pre>&gt; y; -2 cos(x) - x sin(x) + 2 x + 1</pre>                                                         |

## 7.2.3 การหาผลการแปลงลาปลาซ และ ผลการแปลงลาปลาซผกผัน

ตัวอย่างเช่น  $L\{\sin(x)\} = \frac{1}{s^2+1}$  และ  $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+1}\right\} = \sin x$

```
[> with(inttrans):
> laplace(sin(x), x, s);
 1

 s2+1
> invlaplace(1/(s2+1), s, x);
sin(x)
```

## 7.3 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับการวิเคราะห์เชิงตัวเลขด้วย Maple

7.3.1 การประมาณเส้นโค้ง  $y(x)$  ที่ผ่านจุด  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ 

ตัวอย่าง จงหาพหุนามที่ผ่านจุด  $(1, 2), (2, 5), (3, 13), (4, 20)$

```
[> with(CurveFitting):
> xpoints := [1,2,3,4]:
> ypoints := [2,5,13,20]:
> f := PolynomialInterpolation(xpoints, ypoints, x);
 3 2 31
 -x + -x - x + 10
 2
> f:=PolynomialInterpolation([[1,2],[2,5],[3,13],[4,20]],x);
 3 2 31
 -x + -x - x + 10
 2
```

เพราะฉะนั้นพหุนามที่ผ่านจุด  $(1, 2), (2, 5), (3, 13), (4, 20)$  คือ  $-x^3 + \frac{17}{2}x^2 - \frac{31}{2}x + 10$

ตัวอย่าง จงหาพหุนามที่ผ่านจุด  $(2, 3), (4, 5), (7, 12), (9, 15)$

```
[> with(CurveFitting):
> data:=[[2,3],[4,5],[7,12]]:
> f:=PolynomialInterpolation(data,x, form=Lagrange);
 3 2 47
 3(x-4)(x-7) - 5(x-2)(x-7) + 4(x-2)(x-4)
 ----- - ----- + -----
 10 6 5
> f:=PolynomialInterpolation(data,x);
 2 47
 4x - 3x + 47
 15
```

เพราะฉะนั้นพหุนามที่ผ่านจุด 3 จุดที่กำหนดให้คือ  $\frac{4}{15}x^2 - \frac{3}{5}x + \frac{47}{15}$

## 7.3.2 การหารากของสมการ

ตัวอย่าง การหารากของสมการ  $x^2 - 5 = 0$

```
[> solve(x2-5=0);
 2
 5, -5
```



ตัวอย่าง การหารากของสมการ  $\sin x - \cos x = 0$

```
[> solve(sin(x)-cos(x)=0);
 π
 4
```

### 7.3.3 การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น และ ไม่เชิงเส้น

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้คำสั่ง solve

```
x + y + z = 12
x - y + z = 4
x + y - z = 2
 [> solve({x+y+z=12,x-y+z=4,x+y-z=2});
 (x=3,z=5,y=4)
```

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้คำสั่ง linsolve

$$\begin{aligned}x - 2y &= 1 \\ 2x - y &= 5\end{aligned}$$

หมายเหตุ คำสั่ง linsolve(A, B) เป็นคำสั่ง

หาผลเฉลยของระบบสมการ  $AX = B$

เพราะฉะนั้น ผลเฉลยของระบบสมการคือ  $x = 3, y = 1$

```
[> with(linalg):
 A:=<<1,2>|<-2,-1>>;
 A:=
 [1 -2]
 [2 -1]
 B:=<1,5>;
 B:=
 [1]
 [5]
 [> linsolve(A,B);
 [3,1]
```

การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น

โดยวิธีของเกาส์-จอร์แดน

$$\begin{aligned}x - 2y &= 1 \\ 2x - y &= 5\end{aligned}$$

หมายเหตุ คำสั่ง augment(A, B)

เป็นคำสั่งรวมเมทริกซ์ A และ B ของระบบสมการ  $AX = B$

ให้กลายเป็นเมทริกซ์แต่งเต็ม

คำสั่ง gaussjord เป็นคำสั่งหาเมทริกซ์ลดรูปเป็นขั้นแบบแถว

เพราะฉะนั้นจากเมทริกซ์ลดรูปที่ได้ จะได้ว่า  $x = 3, y = 1$

```
[> with(linalg):
 A:=<<1,2>|<-2,-1>>;
 A:=
 [1 -2]
 [2 -1]
 B:=<1,5>;
 B:=
 [1]
 [5]
 [> A_B:=augment(A,B);
 A_B:=
 [1 -2 1]
 [2 -1 5]
 [> gaussjord(A_B);
 [1 0 3]
 [0 1 1]
```

ตัวอย่าง การหาผลเฉลยของระบบสมการไม่เชิงเส้น  $x^2 + y^2 = 25$

```
[> solve({x^2+y^2=25,x+y=7});
 (x=4,y=3), (x=3,y=4)
```

$$x + y = 7$$

เพราะฉะนั้นผลเฉลยของสมการคือ (3, 4) และ (4, 3)

7.3.4 การประมาณค่า  $y(c)$  เมื่อกำหนด  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$  และผ่านจุด  $(x_0, y_0)$

โดยวิธีของออยเลอร์ที่ปรับปรุงแล้วที่มีสูตร  $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}(f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, y_n + hf(x_n, y_n)))$

เมื่อ  $h = \frac{c-x_0}{n}$ ,  $x_{n+1} = x_n + h$

จงหาค่าประมาณค่า  $y(1)$  เมื่อกำหนด  $\frac{dy}{dx} = x + y$  และผ่านจุด  $(0, 0)$

```
> f:=(x,y)->x+y:
n:=1000:
x(0):=0.:
y(0):=0.:
c:=1:
h:=(c-x(0))/n:
for i from 0 to n
do
x(i+1):=x(i)+h:
fxi:=f(x(i),y(i)):
fxiplus:=f(x(i+1),y(i)+h*fxi):
y(i+1):=y(i)+(h/2.)*(fxi+fxiplus):
end do:
printf(" y(c) = %10.6f \n",y(i-1));
y(c) = .718281
```

หมายเหตุ ผลเฉลยแท้จริงคือ  $y(x) = e^x - x - 1$  เพราะฉะนั้นค่าจริง  $y(1) = 0.718282$

## 7.4 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับพีชคณิตเชิงเส้นด้วย Maple

### 7.4.1 การคำนวณเกี่ยวกับเมทริกซ์

```
> A:=<<1,3|<2,4>>>;
A = [1 2
 3 4]
> B:=<<2,0|<0,4>>>;
B = [2 0
 0 4]
> [A+B, A-B, A.B, 4*A, A^2, A^(-1)];
[[3 2] [-1 2] [2 8] [4 8] [7 10] [-2 1]
 [3 8] [3 0] [6 16] [12 16] [15 22] [3/2 -1/2]]
> with(linalg):
> [det(A), transpose(A), inverse(A), adjoint(A)];
[-2, [1 3] [-2 1] [4 -2]
 [2 4] [3/2 -1/2] [-3 1]]
```

## 7.4.2 การหาค่าเฉพาะ และ เวกเตอร์เฉพาะ ของเมทริกซ์

ตัวอย่าง การหาสมการลักษณะเฉพาะ ค่าเฉพาะ และ เวกเตอร์เฉพาะของเมทริกซ์  $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

```
[> with(LinearAlgebra):
> A:=<<4,1>|<0,3>>;
 A := $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$
> CharacteristicPolynomial(A,x);
 $x^2 - 7x + 12$
> eigenvalues(A);
 4, 3
> eigenvectors(A);
 [3, 1, ([0, 1]), [4, 1, ([1, 1])]
```

```
[> charpoly(A,x);
 $(x-4)(x-3)$
> expand(charpoly(A,x));
 $x^2 - 7x + 12$
```

ค่าเฉพาะคือ 4 มีการซ้ำ 1 ครั้ง  
และมีเวกเตอร์เฉพาะเป็น (0, 1)  
ค่าเฉพาะคือ 3 มีการซ้ำ 1 ครั้ง  
และมีเวกเตอร์เฉพาะเป็น (1, 1)

7.4.3 การหาเมทริกซ์ลดรูปเป็นขั้นแบบแถวที่สมมูลกับ A , rank(A) มูลฐานของปริภูมิเวกเตอร์แถว มูลฐานของปริภูมิเวกเตอร์หลัก

```
[> with(LinearAlgebra):
> A:=<<4,1,2>|<1,3,1>|<1,4,2>|<4,1,2>>;
 A := $\begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$
```

```
[> RowSpace(A);
 [[1, 0, 0, 1], [0, 1, 0, 0], [0, 0, 1, 0]]
```

```
[> ReducedRowEchelonForm(A);
 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
```

```
[> ColumnSpace(A);
 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
```

7.4.4 การหาเมทริกซ์ลดรูปเป็นขั้นแบบแถวที่สมมูลกับเมทริกซ์ A ตัวอย่างเช่น  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 & 6 \\ 2 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

```
[> with(linalg):
> A:=<<1,2,1>|<2,1,1>|<4,4,4>|<3,3,2>|<6,5,5>>;
 A := $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 & 6 \\ 2 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$
```

```
[> gaussjord(A);
 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
```

```
[> rref(A);
 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
```

หมายเหตุ คำสั่ง gaussjord(A) และ rref(A) ใช้หาเมทริกซ์ลดรูปที่สมมูลกับ A

7.4.5 การแปลงแถวเมทริกซ์ และการแปลงหลักเมทริกซ์

RowOperation(A, i, k) คือการแปลงแถว ค่าคงตัว k คูณแถวที่ i

RowOperation(A, [i, j], c)

คือการแปลงแถว แถวที่ i ถูกบวกด้วย c เท่าของแถวที่ j

RowOperation(A, [i, j]) คือการแปลงแถว สลับแถว i กับ j

ในทำนองเดียวกัน

ColumnOperation(A, i, k)

คือการแปลงหลัก ค่าคงตัว k คูณหลัก i

ColumnOperation(A, [i, j], c)

คือการแปลงหลัก หลักที่ i ถูกบวกด้วย c เท่าของหลักที่ j

ColumnOperation(A, [i, j])

คือการแปลงหลัก สลับหลักที่ i กับ หลักที่ j

นอกจากนี้ยังมีคำสั่ง swaprow(A, i, j) สลับแถวที่ i กับ แถวที่ j

addrow(A, j, i, c) แถวที่ i ถูกบวกด้วย c เท่าของแถวที่ j

mulrow(A, i, k) ค่าคงตัว k คูณแถวที่ i

swapcol(A, i, j) สลับหลักที่ i กับ หลักที่ j

addcol(A, j, i, c) หลักที่ i ถูกบวกด้วย c เท่าของหลักที่ j

mulcol(A, i, k) ค่าคงตัว k คูณหลักที่ i

7.4.6 การหามูลฐานเชิงตั้งฉากปกติของ  $R^3$

โดยใช้กระบวนการของ Gram - Schmidt

ตัวอย่าง กำหนดมูลฐาน  $\{ v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \}$

```
> with(LinearAlgebra):
> A:=<<1,3>|<2,4>|<1,2>>;
 A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$
> RowOperation(A, 2, -2);
 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -6 & -8 & -4 \end{bmatrix}$
> RowOperation(A, [2, 1], -3);
 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}$
> RowOperation(A, [1, 2]);
 $\begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
> swaprow(A, 1, 2);
 $\begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
> addrow(A, 1, 2, -3);
 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}$
> mulrow(A, 2, -2);
 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -6 & -8 & -4 \end{bmatrix}$
> swapcol(A, 1, 2);
 $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$
```

```
> with(LinearAlgebra):
w1 := <1,1,1>;
w2 := <0,1,1>;
w3 := <0,0,1>;
ord := GramSchmidt([w1,w2,w3], normalized);
ord = $\left[\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{6}}{3} \\ \frac{\sqrt{6}}{6} \\ \frac{\sqrt{6}}{6} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \right]$
```

เพราะฉะนั้นมูลฐานเชิงตั้งฉากปกติคือ  $\{ u_1 = \begin{pmatrix} 0.577 \\ 0.577 \\ 0.577 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} -0.816 \\ 0.408 \\ 0.408 \end{pmatrix}, u_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.707 \\ 0.707 \end{pmatrix} \}$

7.4.7 การหาเมทริกซ์ P ที่ทำให้  $P^{-1}AP$  เป็นเมทริกซ์เฉียง (Orthogonal Diagonalization)

ตัวอย่างเช่น  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

โดยการใช้คำสั่ง `jordan(A, 'P')`

จะได้  $P = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

จะได้ว่า  $P^{-1}AP = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

ในกรณีที่เราต้องการให้เมทริกซ์ P

เป็นเมทริกซ์เชิงตั้งฉากปกติให้ทำต่อ

โดยการแปลงทุกหลักของ P ให้เป็นเวกเตอร์หน่วย

เพราะฉะนั้นเลือกให้  $P = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$

จะได้ว่า  $P^TAP = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

```
[> with(linalg);
> A:=matrix(2,2,[1,2,2,1]);
 A := [1 2
 2 1]
> J:=jordan(A, 'P');
 J := [-1 0
 0 3]
> evalm(P);
 [1/2 1/2
 -1/2 1/2]
> evalm(P^(-1)*A*P);
 [1 2
 2 1]
```

7.5 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับความน่าจะเป็นและสถิติด้วย Maple

7.5.1 การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มทวินาม

```
[> [binomial(4,0),binomial(4,1),binomial(4,2),binomial(4,3)];
 [1,4,6,4]
> b:=(x,n,p)->stats[statevalf,pf,binomiald[n,p]](x);
 b := (x, n, p) -> stats[statevalf,pf,binomiald_n,p](x)
> [b(0,5,0.25),b(1,5,0.25),b(2,10,0.4),b(4,12,0.8)];
 [0.237305, 0.395508, 0.120932, 0.000519045]
```

หมายเหตุ  $\text{binomial}(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

ฟังก์ชัน  $b(x, n, p) = \frac{n!}{x!(n-x)!}p^x(1-p)^{n-x}$  เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มทวินาม

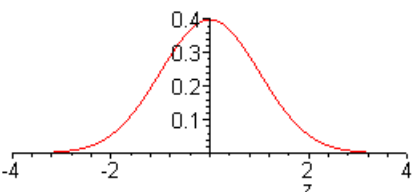
7.5.2 การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มปัวส์ซง

```
[> p:=(x,mu)->stats[statevalf,pf,poisson[mu]](x);
 p := (x, mu) -> stats[statevalf,pf,poisson_mu](x)
> [p(0,2),p(1,2),p(2,2),p(3,2),p(4,2)];
 [0.135335, 0.270671, 0.270671, 0.180447, 0.0902235]
```

หมายเหตุ ฟังก์ชัน  $p(x, \mu)$  มีค่าเท่ากับ  $\frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!}$  เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มปัวส์ซง

7.5.3 การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มปกติ

```
[> f:=(x,mu,sigma)->stats[statevalf,pdf,normald[mu,sigma]](x):
> plot(f(z,0,1),z=-4..4);
```



```
[> F:=(x,mu,sigma)->stats[statevalf,cdf,normald[mu,sigma]](x):
> [F(1,0,1),F(2,0,1),F(3,0,1)];
[0.841345, 0.977250, 0.998650]
> zval:=(A,mu,sigma)->stats[statevalf,icdf,normald[mu,sigma]](A):
> [zval(0.841345,0,1),zval(0.977250,0,1),zval(0.998650,0,1)];
[1.00000, 2.00000, 2.99998]
```

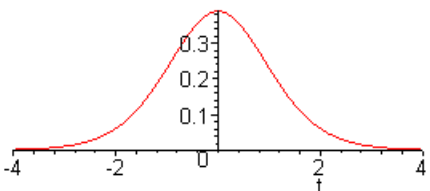
หมายเหตุ  $f(x_0, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

$F(x_0, \mu, \sigma) = P(X < x_0)$  เมื่อ  $X$  เป็นตัวแปรสุ่มปกติ ค่าเฉลี่ย  $\mu$  ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน  $\sigma$

$zval(A, \mu, \sigma) =$  ค่าของ  $z_0$  ที่ทำให้  $P(z < z_0)$  มีค่าเท่ากับ  $A$

7.5.4 การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที ระดับชั้นความเสรี  $v$

```
[> f:=(t,v)->stats[statevalf,pdf,studentst[v]](t):
> plot(f(t,10),t=-4..4);
```



```
[> F:=(t,v)->stats[statevalf,cdf,studentst[v]](t):
> [F(0,10),F(1,10),F(2,10)];
[0.500000, 0.829553, 0.963306]
> tval:=(A,v)->stats[statevalf,icdf,studentst[v]](A):
> [tval(0.5,10),tval(0.829553,10),tval(0.963306,10)];
[0.543988 10^-8, 0.999998, 2.00000]
```

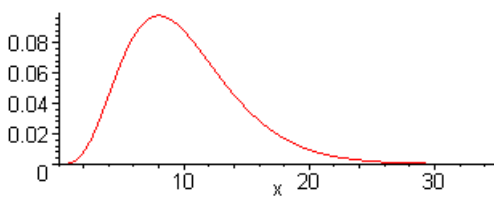
หมายเหตุ  $f(t, v) = \frac{\Gamma(\frac{v+1}{2})}{\Gamma(\frac{v}{2})\sqrt{\pi v}} (1 + \frac{t^2}{v})^{-\frac{v+1}{2}}$

$F(t_0, v) = P(t < t_0)$  เมื่อ  $t$  เป็นตัวแปรสุ่มที ระดับชั้นความเสรี  $v$

$tval(A, v) =$  ค่าของ  $t_0$  ที่ทำให้  $P(t < t_0)$  มีค่าเท่ากับ  $A$

7.5.5 การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มไคสแควร์ ระดับชั้นความเสรี  $v$ 

```
[> f:=(x,v)->stats[statevalf,pdf,chisquare[v]](x):
> plot(f(x,10),x=0..35);
```



```
[> F:=(x,v)->stats[statevalf,cdf,chisquare[v]](x):
> [F(8,12),F(20,12)];
[0.214870, 0.932914]
> chival:=(A,v)->stats[statevalf,icdf,chisquare[v]](A):
> [chival(0.214870,12),chival(0.932914,12)];
[8.00000, 20.0000]
```

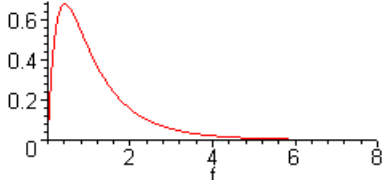
หมายเหตุ  $f(x, v) = \frac{1}{2^{\frac{v}{2}} \Gamma(\frac{v}{2})} x^{\frac{v}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}$  เป็นฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มไคสแควร์  $\chi^2$

ระดับชั้นความเสรี  $v$  และ  $F(k, v) = P(\chi^2 < k)$

$\text{chival}(A, v) =$  ค่าของ  $x_0$  ที่ทำให้  $P(x < x_0)$  มีค่าเท่ากับ  $A$

7.5.6 การคำนวณค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มเอฟ ระดับชั้นความเสรี  $v_1$  และ  $v_2$ 

```
[> f:=(f,v1,v2)->stats[statevalf,pdf,fratio[v1,v2]](f):
> plot(f(f,4,10),f=0..8);
```



```
[> [f(3,4,10),f(4,4,10)];
[0.0577303, 0.0239049]
> F:=(f,v1,v2)->stats[statevalf,cdf,fratio[v1,v2]](f):
> [F(3,4,10),F(4,4,10)];
[0.927677, 0.965686]
> fval:=(A,v1,v2)->stats[statevalf,icdf,fratio[v1,v2]](A):
> [fval(0.927677,4,10),fval(0.965686,4,10)];
[3.00000, 3.99998]
```

หมายเหตุ  $F$  เป็นตัวแปรสุ่มเอฟ ระดับชั้นความเสรี  $v_1$  และ  $v_2$  มีฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น

$$f(f, v_1, v_2) = \frac{\Gamma(\frac{v_1+v_2}{2}) \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\frac{v_1}{2}} f^{\frac{v_1}{2}-1}}{\Gamma(\frac{v_1}{2}) \Gamma(\frac{v_2}{2}) \left(1 + \frac{v_1}{v_2} f\right)^{\frac{v_1+v_2}{2}}} \text{ และ } F(k, v_1, v_2) = P(F < k)$$

$\text{fval}(A, v_1, v_2)$  คือค่าของ  $k$  ที่ทำให้  $P(F < k)$  มีค่าเท่ากับ  $A$

7.5.7 การหาสมการถดถอย และ การเขียนแผนภาพกระจายข้อมูล ตัวอย่างข้อมูลจากตาราง

| x | y  |
|---|----|
| 1 | 14 |
| 3 | 23 |
| 5 | 35 |
| 7 | 64 |
| 9 | 79 |

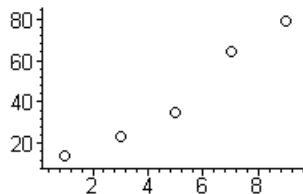
```
[> with(stats):
> fit[leastsquare][[x,y]]([1,3,5,7,9],[14,23,35,64,79]);
 y = 1/4 + 171x/20
> fit[leastsquare][[x,y], y=a*x+b, {a,b}][[1,3,5,7,9],[14,23,35,64,79]];
 y = 1/4 + 171x/20
> fit[leastsquare][[x,y], y=a*x^2+b*x+c, {a,b,c}][[1,3,5,7,9],[14,23,35,64,79]];
 y = 29/56 x^2 + 118/35 x + 507/56
```

สมการถดถอยเชิงเส้น คือ  $y = \frac{1}{4} + \frac{171}{20}x$

สมการถดถอยในรูปแบบพหุนามดีกรีสองคือ  $y = \frac{29}{56}x^2 + \frac{118}{35}x + \frac{29}{56}x^2$

แผนภาพการกระจายของข้อมูลคือ

```
[> with(plots):
> x:=[1,3,5,7,9]:
> y:=[14,23,35,64,79]:
> statplots[scatterplot]
(x,y,symbol=circle,symbolsize=15,colour=black);
```



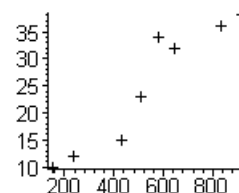
7.5.8 กราฟของแผนภาพการกระจายบนกราฟสเกล log

ตัวอย่างข้อมูลเช่น

กราฟบนสเกล (x, y) คือ

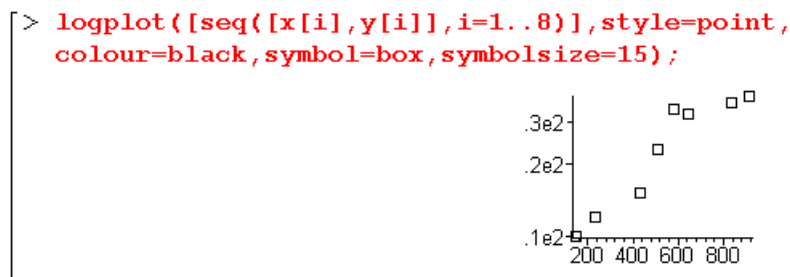
| x   | y  |
|-----|----|
| 150 | 10 |
| 235 | 12 |
| 432 | 15 |
| 511 | 23 |
| 645 | 32 |
| 579 | 34 |
| 834 | 36 |
| 915 | 38 |

```
[> with(plots):
> x:=[150,235,432,511,645,579,834,915]:
> y:=[10,12,15,23,32,34,36,38]:
> plot([seq([x[i],y[i]],i=1..8)],style=point,
colour=black,symbol=+ ,symbolsize=15);
```

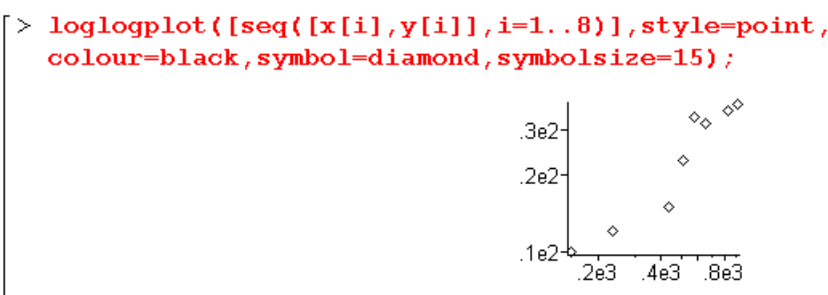




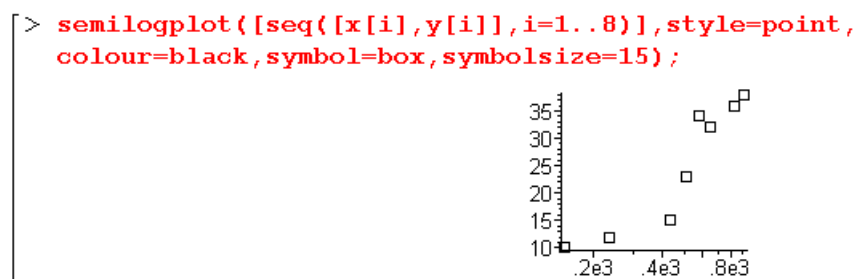
กราฟบนสเกล (x, logy) คือ



กราฟบนสเกล (logx, logy) คือ



กราฟบนสเกล (logx, y) คือ



## 7.6 เสริมการคำนวณเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ขั้นสูงด้วย Maple

### 7.6.1 การหาสูตรของฟังก์ชันที่นิยามในพจน์ของปริพันธ์

|                                                 |                                                                                                 |
|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <pre>&gt; integrate(t, t=1..x);</pre>           | <p>ความหมายคือ <math>\int_1^x t dt = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}</math></p>                    |
| $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}$                   |                                                                                                 |
| <pre>&gt; integrate(1/(1+t^2), t=x..x^2);</pre> | <p>ความหมายคือ <math>\int_x^{x^2} \frac{1}{1+t^2} dt = \tan^{-1}(x^2) - \tan^{-1}(x)</math></p> |
| $\arctan(x^2) - \arctan(x)$                     |                                                                                                 |

7.6.2 การหาสูตรอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่นิยามในพจน์ของปริพันธ์

ตัวอย่างการหาค่า  $\frac{d}{dx} \left( \int_1^x t dt \right) = x$

```
> diff(integrate(t, t=1..x), x);
```

ตัวอย่างการหาค่า  $\frac{d}{dx} \int_x^{\infty} \frac{1}{1+t^2} dt = \frac{2x}{1+x^4} - \frac{1}{1+x^2}$

```
> diff(integrate(1/(1+t^2), t=x..x^2), x);
```

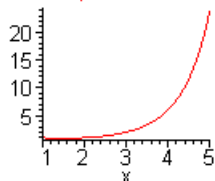
$$\frac{2x}{1+x^4} - \frac{1}{1+x^2}$$

7.6.3 กราฟของฟังก์ชันแกมมา (Gamma function) และการคำนวณค่าฟังก์ชันแกมมา

```
> [GAMMA(2), GAMMA(3), GAMMA(4), GAMMA(1/2), GAMMA(3/2)];
```

$\left[ 1, 2, 6, \sqrt{\pi}, \frac{\sqrt{\pi}}{2} \right]$

```
> plot(GAMMA(x), x=1..5);
```

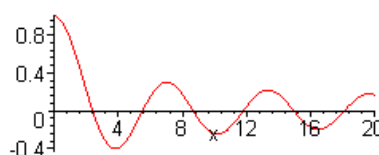


7.6.4 ฟังก์ชันเบสเซล (Bessel function) และ กราฟของฟังก์ชันเบสเซล

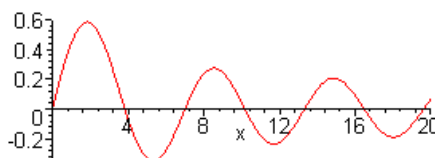
```
> [BesselJ(0, 1.), BesselJ(0, 3.), BesselJ(0, 4.)];
```

$[0.7651976866, -0.2600519549, -0.3971498099]$

```
> plot(BesselJ(0, x), x=0..20);
```



```
> plot(BesselJ(1, x), x=0..20);
```



```
> [BesselJ(1, 1.), BesselJ(2, 1.), BesselJ(3, 1.), BesselJ(4, 1.)];
```

$[0.4400505857, 0.1149034849, 0.01956335398, 0.002476638964]$

```
> [BesselY(1, 1.), BesselY(2, 1.), BesselY(3, 1.), BesselY(4, 1.)];
```

$[-0.7812128213, -1.650682607, -5.821517606, -33.27842303]$

หมายเหตุ BesselJ(v, x) คือ ฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่ 1 อันดับ v  
 BesselY(v, x) คือ ฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่ 2 อันดับ v

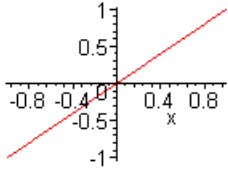
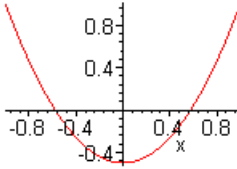
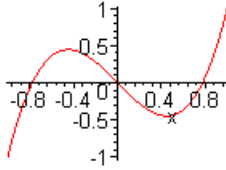
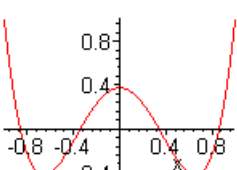
7.6.5 การหาอนุพันธ์อันดับสูง และ อนุพันธ์ย่อย

|                                           |                                                                 |
|-------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| <pre>[&gt; diff(x^4,x\$3);</pre>          | $\frac{d^3}{dx^3}(x^4) = 24x$                                   |
| <pre>[&gt; diff(x^4*y^3,x\$2);</pre>      | $\frac{\partial^2}{\partial x^2}(x^4y^3) = 12x^2y^3$            |
| <pre>[&gt; diff(x^4*y^3,y\$2);</pre>      | $\frac{\partial^2}{\partial y^2}(x^4y^3) = 6x^4y$               |
| <pre>[&gt; diff(x^4*y^3,x\$2,y\$1);</pre> | $\frac{\partial^3}{\partial y \partial x^2}(x^4y^3) = 36x^2y^2$ |

7.6.6 การหาพหุนามเลอจองต์ P<sub>n</sub>(x)

|                                   |                                                                             |
|-----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| <pre>[&gt; with(orthopoly);</pre> | <pre>[&gt; P(4,x);</pre>                                                    |
| <pre>[&gt; P(1,x);</pre>          | $\frac{3}{8} + \frac{35}{8}x^4 - \frac{15}{4}x^2$                           |
| <pre>[&gt; P(2,x);</pre>          | <pre>[&gt; P(5,x);</pre>                                                    |
| $-\frac{1}{2} + \frac{3x^2}{2}$   | $\frac{63}{8}x^5 - \frac{35}{4}x^3 + \frac{15}{8}x$                         |
| <pre>[&gt; P(3,x);</pre>          | <pre>[&gt; P(6,x);</pre>                                                    |
| $\frac{5}{2}x^3 - \frac{3}{2}x$   | $-\frac{5}{16} + \frac{231}{16}x^6 - \frac{315}{16}x^4 + \frac{105}{16}x^2$ |







กราฟของพหุนามเลอจองต์

|                                                                                     |                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <pre>[&gt; plot(P(1,x),x=-1..1);</pre>                                              | <pre>[&gt; plot(P(2,x),x=-1..1);</pre>                                               |
|  |  |
| <pre>[&gt; plot(P(3,x),x=-1..1);</pre>                                              | <pre>[&gt; plot(P(4,x),x=-1..1);</pre>                                               |
|  |  |

## ฟังก์ชันและคำสั่งที่สำคัญ

| Mathematics                | Mathcad                               | Mathematica                         | MATLAB           | Maple                   |
|----------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|------------------|-------------------------|
| $\pi = 3.141592654$        | <Ctrl+Shift>+P                        | Pi                                  | pi               | Pi, pi                  |
| $i = \sqrt{-1}$            | i, j                                  | <b>ii</b> , <Esc>ii<Esc>            | i                | I                       |
| $\sqrt{x}$ , $\sqrt[3]{x}$ | $\sqrt{x}$ , $\sqrt[3]{x}$            | Sqrt[x], $\sqrt{x}$ , $\sqrt[3]{x}$ | sqrt(x)          | sqrt(x)                 |
| $e = 2.7182818$ , $e^x$    | $e^x$ , exp(x)                        | E^x, Exp[x]                         | exp(x)           | exp(x)                  |
| n!                         | n!                                    | Factorial[n], n!                    | factorial(n)     | factorial(n), n!        |
| การกำหนดสูตร f(x)          | f(x):=...                             | f[x]:=...                           | สร้าง f.m file   | f:=x->...               |
| ลอการิทึม ฐาน 10           | log(x)                                | Log[10, x]                          | log(x)           | log10(x)                |
| ลอการิทึม ฐาน e            | ln(x)                                 | Log[x]                              | log10(x)         | log(x), ln(x)           |
| sin(x)                     | sin(x)                                | Sin[x]                              | sin(x)           | sin(x)                  |
| cos(x)                     | cos(x)                                | Cos[x]                              | cos(x)           | cos(x)                  |
| tan(x)                     | tan(x)                                | Tan[x]                              | tan(x)           | tan(x)                  |
| sec(x)                     | sec(x)                                | Sec[x]                              | sec(x)           | sec(x)                  |
| cosec(x)                   | csc(x)                                | Csc[x]                              | csc(x)           | csc(x)                  |
| cot(x)                     | cot(x)                                | Cot[x]                              | cot(x)           | cot(x)                  |
| arcsin(x)                  | asin(x)                               | ArcSin[x]                           | asin(x)          | arcsin(x)               |
| arccos(x)                  | acos(x)                               | ArcCos[x]                           | acos(x)          | arccos(x)               |
| arctan(x)                  | atan(x)                               | ArcTan[x]                           | atan(x)          | arctan(x)               |
| arcsec(x)                  | asec(x)                               | ArcSec[x]                           | asec(x)          | arcsec(x)               |
| arccosec(x)                | acsc(x)                               | ArcCsc[x]                           | acsc(x)          | arccsc(x)               |
| arccot(x)                  | acot(x)                               | ArcCot[x]                           | acot(x)          | arccot(x)               |
| ค่าสัมบูรณ์                | x                                     | Abs[x]                              | abs(x)           | abs(x)                  |
| อาร์กิวเมนต์ของ z          | arg(z)                                | Arg[z]                              | angle(z)         | argument(z)             |
| ส่วนจริงของ z              | Re(z)                                 | Re[z]                               | real(z)          | Re(z)                   |
| ส่วนจินตภาพของ z           | Im(z)                                 | Im[z]                               | imag(z)          | Im(z)                   |
| สังยุคของ z                | $\bar{z}$                             | Conjugate[z]                        | conj(z)          | conjugate(z)            |
| det(A)                     | A                                     | Det[A]                              | det(A)           | det(A)                  |
| เมทริกซ์ $A^{-1}$          | $A^{-1}$                              | Inverse[A]                          | inv(A), $A^{-1}$ | inverse(A)              |
| ค่าเฉพาะของ A              | eigenvals(A)                          | Eigenvalues[A]                      | [V, D] = eig(A)  | eigenvalues(A)          |
| เวกเตอร์เฉพาะของ A         | eigenvecs(A)                          | Eigenvectors[A]                     | [V, D] = eig(A)  | eigenvectors(A)         |
| ขนาดของเวกเตอร์ u          | u                                     | Sqrt[u.u]                           | norm(u)          | norm(u, 2)              |
| u dot v                    | $u \cdot v$ , $\bar{x} \cdot \bar{y}$ | u.v, Dot[u, v]                      | dot(u, v)        | u.v<br>DotProduct(u, v) |
| u cross v ( $u \times v$ ) | $\bar{x} \times \bar{y}$ , <Ctrl>+8   | Cross[u, v]                         | cross(u, v)      | CrossProduct(u,v)       |

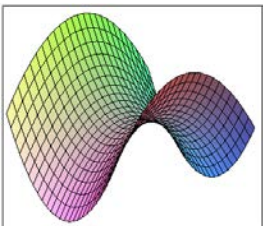
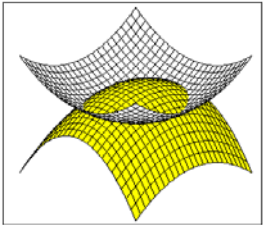
## ฟังก์ชันและคำสั่งที่สำคัญ

| Mathematics                     | Mathcad                                                                             | Mathematica                        | MATLAB              | Maple                                          |
|---------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|---------------------|------------------------------------------------|
| ผลบวก $\Sigma$                  | $\sum_{n=1}^m \sum_n$                                                               | Sum                                | sum, symsum         | Sum, sum, add                                  |
| ผลคูณ $\Pi$                     | $\prod_{n=1}^m \prod_n$                                                             | Product                            | prod                | product, Product                               |
| ลิมิต                           | $\lim_{\rightarrow a} \lim_{\rightarrow a^+} \lim_{\rightarrow a^-}$                | Limit                              | limit               | limit                                          |
| อนุพันธ์                        | $\frac{d}{dx} \frac{d^n}{dx^n}$                                                     | D, Dt                              | diff                | Diff, diff, D                                  |
| อินทิกรัล                       | $\int_a^b \int$                                                                     | Integrate                          | int                 | Int, int                                       |
| อนุกรมเทย์เลอร์                 | series                                                                              | Series                             | taylor              | series, taylor                                 |
| ผลการแปลงลาปลาซ                 | laplace                                                                             | LaplaceTransform                   | laplace             | laplace                                        |
| ผลการแปลงลาปลาซผกผัน            | invlaplace                                                                          | InverseLaplaceTransform            | ilaplace            | invlaplace                                     |
| ฟังก์ชันแกมมา                   | $\Gamma(x)$                                                                         | Gamma[x]                           | gamma(x)            | GAMMA(x)                                       |
| ฟังก์ชันเบสเซล                  | J0, J1, Jn<br>Y0, Y1, Yn                                                            | BesselJ, BesselY                   | besselj, bessely    | BesselJ, BesselY                               |
| ฟังก์ชันเลอจองด์                | leg(n, x)                                                                           | LegendreP[n, z]                    | legendre            | LegendreP                                      |
| กราฟบนระนาบ XY                  |  | Plot                               | plot, ezplot        | plot                                           |
| กราฟพิกัดเชิงขั้ว               |  | PolarPlot                          | polar, ezpolar      | polarplot                                      |
| กราฟ 3 มิติ                     |  | Plot3D                             | surf, ezsurf        | plot3d                                         |
| กราฟ contour                    |  | ContourPlot<br>ContourPlot3D       | contour, ezsurf     | contourplot<br>contourplot3d                   |
| กราฟ scatter 3 มิติ             |  | Plot3D                             | ezplot3             | scatterplot                                    |
| กราฟของสมการอิงตัวแปรเสริม      |  | ParametricPlot<br>ParametricPlot3D | ezplot              | plot<br>spacecurve                             |
| การจัดรูปพีชคณิต                | simplify                                                                            | Simplify                           | simplify, collect   | simplify                                       |
| การกระจาย                       | expand                                                                              | Expand                             | expand              | expand                                         |
| การแยกตัวประกอบ                 | factor                                                                              | Factor                             | factor              | factor                                         |
| การแยกเศษส่วนย่อย               | parfrac                                                                             | Apart                              | residue             | convert                                        |
| การหารากของสมการ                | root, Isolve, Find,<br>polyroots                                                    | Solve, FindRoot,<br>NRoots         | solve, roots, fzero | solve, fsolve,<br>rsolve, RootOf,<br>allvalues |
| การหาผลเฉลยของระบบสมการ         | Given-Find,<br>Isolve                                                               | Solve, NSolve                      | solve, linsolve     | solve, linsolve                                |
| การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ | odesolve                                                                            | DSolve                             | dsolve              | dsolve                                         |



# คู่มือโปรแกรมสำเร็จรูป Mathcad Mathematica MATLAB Maple

หนังสือคู่มือเล่มนี้เขียนเพื่อให้ผู้อ่านทุกท่านสามารถใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางด้าน การคำนวณที่มีความสามารถสูงมากในปัจจุบันได้ เช่น พิมพ์คำสั่งเพื่อคำนวณค่าทางคณิตศาสตร์ เขียนกราฟของฟังก์ชัน โปรแกรมทุกโปรแกรมมีความสามารถทางด้าน การคำนวณที่สำคัญเช่น



- ทำการคำนวณแบบเครื่องคิดเลข
- กำหนดสูตรของฟังก์ชันใช้งานเองได้
- เขียนกราฟได้หลายแบบ
- คำนวณ เวกเตอร์ เมทริกซ์ จำนวนเชิงซ้อน
- แยกตัวประกอบ และ กระจายสูตร พหุนามและฟังก์ชัน
- คำนวณค่า ผลบวกอนุกรม ลิมิต อนุพันธ์ ปริพันธ์
- หาผลเฉลยของสมการและผลเฉลยของระบบสมการ
- หาผลเฉลยของระบบสมการเชิงอนุพันธ์
- หาสูตรเทย์เลอร์ และ อนุกรมของฟังก์ชัน
- หาผลการแปลงลาปลาซ ฟังก์ชันเลอจองด์ ฟังก์ชันเบสเซล

โปรแกรมสำเร็จรูปทั้ง 4 โปรแกรม มีกลุ่มของคำสั่งที่สนับสนุนการเขียนโปรแกรมประยุกต์ใช้งาน เพื่อที่ผู้อ่านจะได้ นำโปรแกรมประยุกต์ไปแก้ปัญหาทางด้านคณิตศาสตร์ที่ต้องการได้

จัดจำหน่ายโดย ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถนนพญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330

ศาลาพระแก้ว โทร. 0 – 2218 – 7000 โทรสาร. 0 – 2255 – 4441

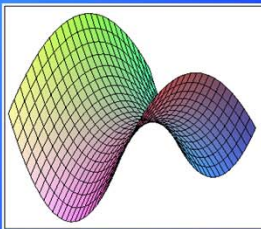
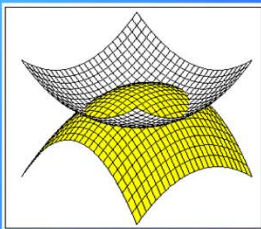
สยามสแควร์ โทร. 0 – 2218 – 9888 โทรสาร. 0 – 2254 – 9495

สาขา ม.นเรศวร จ.พิษณุโลก โทร. 0 – 5526 – 0162 – 5 โทรสาร. 0 – 5526 – 0165

CALL CENTER 0 – 2255 – 4433 <http://www.chulabook.com>

# คู่มือโปรแกรมสำเร็จรูป Mathcad Mathematica MATLAB Maple

หนังสือคู่มือเล่มนี้เขียนเพื่อให้ผู้อ่านทุกท่านสามารถใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางด้าน การคำนวณที่มีความสามารถสูงมากในปัจจุบันได้ เช่น พิมพ์คำสั่งเพื่อคำนวณค่าทางคณิตศาสตร์ เขียนกราฟของฟังก์ชัน โปรแกรมทุกโปรแกรมมีความสามารถทางด้าน การคำนวณที่สำคัญเช่น



- ทำการคำนวณแบบเครื่องคิดเลข
- กำหนดสูตรของฟังก์ชันใช้งานเองได้
- เขียนกราฟได้หลายแบบ
- คำนวณ เวกเตอร์ เมทริกซ์ จำนวนเชิงซ้อน
- แยกตัวประกอบ และ กระจายสูตร พหุนามและฟังก์ชัน
- คำนวณค่า ผลบวกอนุกรม ลิมิต อนุพันธ์ ปริพันธ์
- หาผลเฉลยของสมการและผลเฉลยของระบบสมการ
- หาผลเฉลยของระบบสมการเชิงอนุพันธ์
- หาสูตรเทย์เลอร์ และ อนุกรมของฟังก์ชัน
- หาผลการแปลงลาปลาซ ฟังก์ชันเลขจอร์ด ฟังก์ชันเบสเซล

โปรแกรมสำเร็จรูปทั้ง 4 โปรแกรม มีกลุ่มของคำสั่งที่สนับสนุนการเขียนโปรแกรมประยุกต์ใช้งาน เพื่อที่ผู้อ่านจะได้นำโปรแกรมประยุกต์ไปแก้ปัญหาทางด้านคณิตศาสตร์ที่ต้องการได้

จัดทำน่ายโดย ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถนนพญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330

ศาลาพระเกี้ยว โทร. 0-2218-7000 โทรสาร. 0-2255-4441

สยามสแควร์ โทร. 0-2218-9888 โทรสาร. 0-2254-9495

สาขา ม.นครสวรรค์ จ.พิษณุโลก โทร. 0-5526-0162-5 โทรสาร. 0-5526-0165

CALL CENTER 0-2255-4433 <http://www.chulabook.com>